

О МЕТОДОЛОГИЧЕСКОМ СОВЕРШЕНСТВОВАНИИ ПОДХОДОВ К ОЦЕНКЕ УСТОЙЧИВОСТИ БОРТОВ КАРЬЕРОВ В СЛОЖНЫХ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

М.К. Онищенко¹, А.П. Господариков¹

¹ Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II,
Санкт-Петербург, Россия, e-mail: mariaonishchenko28@gmail.com

Аннотация: Проведен анализ состояния оценки устойчивости бортов карьеров в современных условиях развития горной промышленности. Приводится сравнение часто используемых методов оценки устойчивости бортов карьеров, а именно методов предельного равновесия и численного моделирования, в основном метода конечных элементов. Обоснована острая необходимость изменения существующих методологических подходов и разработки новых, комплексно интегрирующих детальное изучение структурной нарушенности массива горных пород, его напряженно-деформированного состояния, с учетом различных механизмов разрушения. Предложен интегрированный подход, основанный на привлечении обобщенного критерия Хоека–Брауна к методу Н. Моргенштерна – В. Прайса. Критерий Хоека–Брауна с параметрами GSI и D обеспечивает переход от лабораторных прочностных свойств пород к характеристикам трещиноватого массива с учетом структурной нарушенности, масштабного фактора и технологического воздействия горных работ. Метод Н. Моргенштерна – В. Прайса позволяет применять наиболее строгую процедуру поиска коэффициента запаса устойчивости при одновременном выполнении условий силового и моментного равновесия. Модификация сложившихся методологических подходов в области обеспечения устойчивости бортов карьеров является необходимым требованием для обеспечения промышленной безопасности и экономической эффективности разработки месторождений в условиях увеличивающихся глубин и усложняющихся горно-геологических условий.

Ключевые слова: геомеханика, оценка геомеханического состояния массива, открытые горные работы, устойчивость бортов карьеров, методы предельного равновесия, численные методы, интегрированные методы.

Для цитирования: Онищенко М. К., Господариков А. П. О методологическом совершенствовании подходов к оценке устойчивости бортов карьеров в сложных горно-геологических условиях // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2026. – № 7. – С. 68–89. DOI: 10.25018/0236_1493_2026_7_0_68.

Methodological improvement of approaches to slope stability analysis for open pits in difficult geological conditions

M.K. Onishchenko¹, A.P. Gospodarikov¹

¹ Empress Catherine II Saint-Petersburg Mining University,
Saint-Petersburg, Russia, e-mail: mariaonishchenko28@gmail.com

Abstract: The slope stability analysis is carried out in open pits on the present-day development level of the mining industry. The high-use methods of slope stability estimation in open pits are compared, namely, the limit equilibrium method and numerical modeling, mostly, the finite element method. The exigence of modification of the existing approaches and development of new methods is substantiated, to integrate detailed studies of structural damage of rock mass, its stress–state analysis and different failure mechanisms. This article offers an integral approach of combining the Generalized Hoek–Brown Criterion with the Morgenstern–Price method. The Hoek Brown criterion with the GSI and D indexes ensures transition from the laboratory-scale strength properties of rocks to the characteristics of jointing of rock mass with regard to its structural damage, scale factor and mining impact. The Morgenstern–Price method allows the most rigorous search for the safety factor at the simultaneous fulfillment of the force and momentum equilibrium conditions. Modification of the existing methodological approaches to slope stability in open pit mines is a mandatory requirement of safety and economic efficiency of mineral mining under increasingly more difficult geological conditions at greater depths.

Key words: geomechanics, geomechanical assessment of rock mass, open pit mining, slope stability in open pits, limit equilibrium method, numerical method, integrated methods.

For citation: Onishchenko M. K., Gospodarikov A. P. Methodological improvement of approaches to slope stability analysis for open pits in difficult geological conditions. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2026;(7):68–89. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2026_7_0_68.

Введение

Современное развитие горной промышленности характеризуется усложнением горно-геологических и горнотехнических условий строительства месторождений и их эксплуатации. Особенно заметно это проявляется при освоении глубокозалегающих сложноструктурных месторождений твердых полезных ископаемых из-за продолжительных сроков их эксплуатации [1]. Именно в этой связи проблема обеспечения устойчивости бортов карьеров чрезвычайно важна в настоящее время, так как от параметров, рассчитанных на ранних стадиях проектирования месторождения еще в советское время, зависит безопасность разработки данного карьера, рентабельность отработки и количество выработанных запасов полезного ископаемого на конец эксплуатации [2]. Поэтому проблема методологического обеспечения для устойчивости бортов карьеров и их точной оценки трансформируется

из инженерно-прикладной задачи в первостепенную научно-практическую проблему для обеспечения необходимых требований промышленной безопасности и экономической эффективности разработки месторождения.

Проблема оценивания устойчивости бортов карьеров на протяжении достаточно долгого времени оставалась без должного внимания. Борты карьеров стали рассматривать как геотехническое сооружение только к началу второй половины прошлого века, когда с увеличением глубины отработки месторождений участились аварии из-за оползней, что и потребовало целенаправленного изучения их устойчивости [3].

Отметим, что на развитие вопроса об устойчивости бортов карьеров повлияло предположение, высказанное еще Ш.О. Кулоном и О.К. Мором, о том, что породы разрушаются тогда, когда касательное напряжение τ в плоскости разрушения достигает определенного

значения, зависящего от величины нормального напряжения σ , действующего на той же площадке [4, 5]:

$$\tau = \sigma \cdot \operatorname{tg}\varphi + C \quad (1)$$

где $\operatorname{tg}\varphi$ — коэффициент внутреннего трения; C — сцепление, определяющее наибольшее касательное напряжение при $\sigma = 0$, Па.

Использование условия (1) стало основой для разработки большинства инженерных методов оценки устойчивости бортов карьеров. Исторически первой работой по вопросу равновесия массива горных пород, ограниченного наклонной плоскостью, является работа У. Ренкина, датированная 1857 г. [5, 6].

У. Ренкин рассмотрел простейший случай однородного откоса с наклонной плоскостью скольжения (рис. 1) и вывел первый критерий устойчивости для плоского откоса: предельно допустимый угол откоса однородной несвязной породы равен углу ее внутреннего трения.

Основой большинства методов оценки устойчивости бортов карьеров яв-

ляются дифференциальные уравнения плоского равновесия [8, 9]:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \gamma, \quad (2)$$

где γ — объемный вес горных пород, H/M^3 ; σ_x , σ_y , τ_{xy} — компоненты тензора напряжений, Па.

В конце XIX в. появляются первые попытки для более сложного анализа устойчивости откосов. Немецкий инженер К. Геелер в 1875 г. графически решил задачу определения наиболее опасной поверхности скольжения, предложив метод многоугольника сил [10, 11]. Метод К. Геелера впервые позволил учитывать при оценке свободных откосов межблоковые взаимодействия, которые ранее не учитывались в более простых подходах.

К уравнениям равновесия (2) в 1903 г. Ф. Кеттер добавил условие (1) компонент тензора напряжений [12]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2 = \\ = \frac{\sin^2 \varphi}{4}(\sigma_x + \sigma_y + 2C \operatorname{ctg} \varphi)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

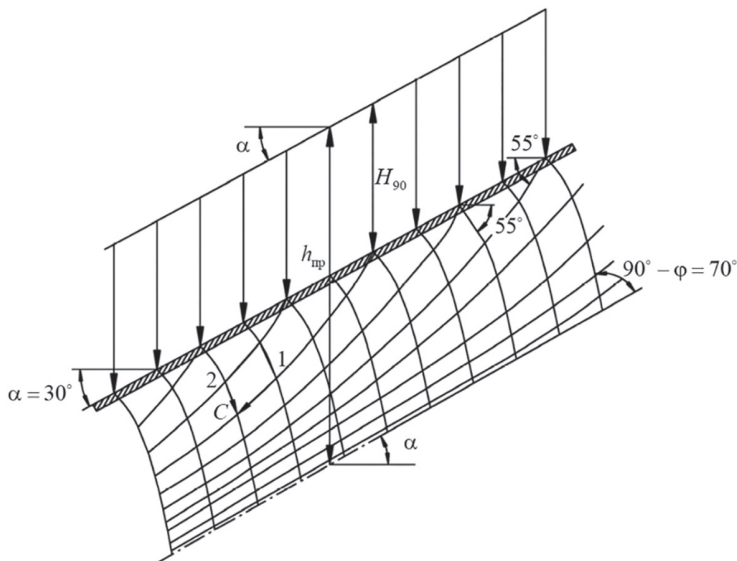


Рис. 1. Иллюстрация обобщенной задачи У. Ренкина [5–7]

Fig. 1. Illustration of the generalized Rankine problem [5–7]

где C — сцепление, Па; φ — угол внутреннего трения, град.

Классические аналитические методы оценки устойчивости бортов

Уравнения (1) — (3) предопределили развитие геомеханики в области устойчивости бортов на долгие годы вперед. В начале XX в. шведские и немецкие инженеры начали развивать более практические методы расчета. Первый инженерный способ расчета устойчивости откосов, основанный на условии (1), был предложен Г. Франсе в 1920 г. [5].

Метод оценки устойчивости бортов В. Феллениуса

В тот же период Й. Филипп и А. Форхаймер начали разрабатывать свои инженерные способы расчета устойчивости откосов, которые позже легли в основу известного метода В. Феллениуса [13, 14].

Метод В. Феллениуса — самый простой из всех существующих и применяемых аналитических методов оценки устойчивости бортов карьеров. Он основан на упрощенном условии равновесия между вертикальными блоками в откосе, учитывающем только баланс моментов относительно центра круговой поверхности скольжения. Это допущение позволяло вести расчеты вручную с использованием простых арифметических операций и находить коэффициент запаса устойчивости по зависимости [14 — 16]:

$$FS = \frac{1}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \cdot \sum_i [c_i l_i + (N_i - u_i l_i) tg \varphi_i]$$

где FS — коэффициент запаса устойчивости; u_i — поровое давление в блоке, Па; c_i , φ_i — эффективные значения параметров грунтов, Н/м² и град. соответ-

ственно; W_i — вес блока, Н; N_i — нормальная сила на отсеке поверхности скольжения, Н; α_i — наклон отсека поверхности скольжения, град.; l_i — длина отсека поверхности скольжения, м.

Метод В. Филлениуса не учитывает межблоковые силы [16], что и приводит к занижению расчетного коэффициента запаса устойчивости. Несмотря на такое существенное допущение, метод получил широкое распространение и все еще используется в настоящее время.

Метод алгебраического сложения сил Г.Л. Фисенко

Параллельно разработанным аналитическим методам зарубежных ученых в нашей стране в 1939 г. В.В. Соколовский разработал общий подход к решению задач плоского предельного равновесия весомой сыпучей и связной сред [17]. Одновременно с В.В. Соколовским С.С. Голушкевич независимо разработал графический способ интегрирования уравнений предельного напряженного состояния в статической постановке задачи [17, 18]. Эти работы стали основой для дальнейшего развития вопроса об оценке устойчивости бортов карьеров в нашей стране такими видными деятелями, как Г.Л. Фисенко, В.Т. Сапожников и другие.

Из аналитических методов расчета устойчивости откосов или их углов наиболее распространены в нашей стране методы алгебраического сложения сил и метод многоугольника сил, разработанные Г.Л. Фисенко.

Метод алгебраического сложения сил основан на сложении удерживающих и сдвигающих сил, действующих вдоль потенциальной поверхности скольжения [5, 19]. Данный метод применим в случаях, когда потенциальная поверхность скольжения представляет собой плавную кривую, близкую по форме к кругоцилиндрической [5].

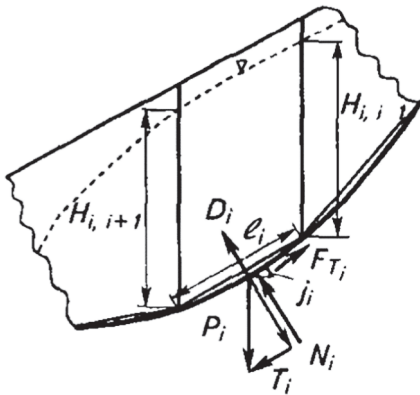


Рис. 2. Иллюстрация действующих сил по методу алгебраического сложения сил при расчете устойчивости откоса [5]

Fig. 2. Illustration of the acting forces according to the algebraic summation of forces method in slope stability analysis [5]

Решение геомеханических задач данным способом выполняется в следующем порядке. Вертикальными секущими плоскостями призма возможного обрушения разделяется на ряд элементарных блоков приблизительно одинаковой ширины (рис. 2). Ширина каждого блока принимается равной ширине общей призмы обрушения.

На рис. 2 P_i — вес рассматриваемого отсека (блока), N_i ; N_i — нормальная составляющая веса отсека, направленная перпендикулярно основанию отсека (поверхности скольжения), H_i ; T_i — касательная (сдвигающая) составляющая веса отсека, направленная вдоль основания отсека (поверхности скольжения), H_i ; F_{Ti} — сила сопротивления сдвигу (сила трения) по основанию отсека, H_i ; D_i — горизонтальная проекция (ширина) отсека, m ; l_i — длина основания отсека (по поверхности скольжения), m ; j_i — угол наклона основания отсека к горизонту, град; $H_{i,j}$ — высота отсека по правой границе, m ; $H_{i,j+1}$ — высота отсека по левой границе, m .

Определение веса элементарного блока, компонент веса блока вдоль по-

верхности скольжения, сил трения F_{Tp} и сцепления F_{cu} , удерживающих откос в равновесии, производятся по формулам, соответственно:

$$P_i = S_i \cdot \gamma_{cp} \cdot l, \quad N_i = P_i \cdot \cos \alpha_i,$$

$$T_i = P_i \cdot \sin \alpha_i, \quad F_{mp} = tg \varphi_i \sum_i N_i,$$

$$F_{cu} = C_i \sum_i l_i$$

Расчетное значение коэффициента запаса устойчивости находят по формуле

$$FS = \frac{\sum_i (F_{mp} + F_{cu})}{\sum_i T_i}. \quad (4)$$

Формула (4) является наиболее распространенной при применении методов предельного равновесия в откосах с круглоцилиндрической поверхностью скольжения. Из этой формулы видно, что для круглоцилиндрической поверхности скольжения можно производить алгебраическое сложение сдвигающих и удерживающих сил, возникающих в основании каждого элементарного блока породы [19].

Несмотря на относительную простоту реализации, метод алгебраического сложения сил обладает существенными недостатками, включая ограниченную область применимости и наличие систематических погрешностей при оценке устойчивости бортов карьеров [5, 19, 20].

Данный подход, как и метод В. Феллениуса, не учитывает реакции между отдельными блоками внутри призмы обрушения, исходя из предположения о ее деформировании как единого целого. Это приводит к занижению коэффициента запаса устойчивости по сравнению с фактическим [5]. Степень этого несоответствия зависит от высоты и угла откоса, углов внутреннего трения горных пород и может сильно изменяться [5,

19]. Поэтому применимость метода алгебраического сложения сил при проектировании или во время эксплуатации месторождений без серьезной модификации сохраняется лишь для небольших по глубине отработки карьеров с вмещающими породами, обладающих малыми углами внутреннего трения.

Метод многоугольника сил
 Г.Л. Фисенко

Альтернатива методу алгебраического сложения — метод многоугольника сил — является наиболее универсальным при оценке стабильности бортов в сложных горно-геологических условиях (рис. 3). В тех случаях, когда в массиве горных пород, слагающих откос, имеется ряд поверхностей ослабления, по которым сопротивление сдвигу значительно меньше, чем по другим направлениям, поверхность скольжения может частично или полностью совпадать с поверхностью ослабления [5, 19]. Если поверхности ослабления пересекаются между собой в пределах призмы возможного обрушения, то в этом случае поверхность скольжения в плоской задаче примет вид ломаной линии [5, 19].

На рис. 3: P_i — вес рассматриваемого блока, H ; $Cl_{i,j}$, $Cl_{i,j+1}$, $Cl_{i,j-1}$ — силы сцепления, направленные параллельно соответствующим границам блоков, H ; $D_{i,j}$, $D_{i,j+1}$, $D_{i,j-1}$ — силы гидростатического давления по границам блоков, H ; $R_{i,j}$, $R_{i,j+1}$, $R_{i,j-1}$ — реакции по границам блоков, H .

Точность метода многоугольника сил, учитывающего межблоковые взаимодействия, зависит от субъективного выбора границ между блоками и направлений реакций. И, несмотря на большую адекватность получаемых результатов, чем результаты расчета методом алгебраического сложения сил, последний все же оперирует в рамках теории предельного равновесия «сыпучей среды», которая практически неприменима к скальным массивам.

Метод оценки устойчивости бортов
 А.У. Бишоп

Известные и часто применяемые зарубежные аналитические методы оценки устойчивости, основанные на условии (1), начали разрабатываться во второй половине XX в. В 1955 г. А.У. Бишоп публикует работы [22, 23], меняющие

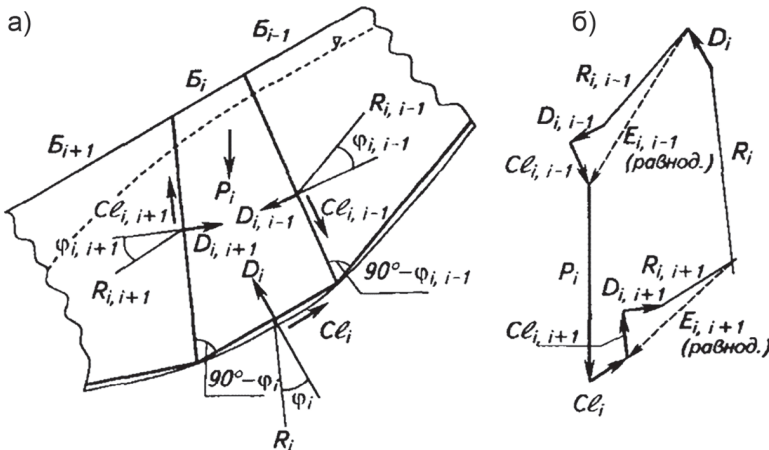


Рис. 3. Иллюстрация действующих сил по методу многоугольника сил при расчете устойчивости откоса [5, 21]

Fig. 3. Illustration of the acting forces according to the force polygon method in slope stability analysis [5, 21]

подход зарубежных ученых к оценке устойчивости бортов карьеров. Метод позволяет проанализировать устойчивость откосов, определяя коэффициенты запаса устойчивости при различных условиях нагрузки на последние [22–24].

В упрощенном варианте метода Бишопа допускается предположение о том, что вертикальные составляющие межотсечных сил между соседними блоками принимаются равными нулю, то есть $X_i = 0$. Таким образом, подобный подход удовлетворяет условию равновесия моментов и условию равновесия вертикальных сил [24] (рис. 4).

На рисунке: O – центр ротации (центр окружности поверхности скольжения), точка относительно которой вычисляются моменты; R – радиус круглоцилиндрической поверхности скольжения, м; b_i – ширина i -го отсека (блока), м; W_i – вес рассматриваемого отсека (блока), Н; N_i – нормальная реакция основания отсека, направленная перпендикулярно поверхности скольжения, Н; T_i – касательная реакция основания отсека (сила сопротивления сдвигу), направленная вдоль поверхности скольжения, Н; E_i – горизонтальная межотсечная (межблоковая) сила на левой границе отсека, Н; E_{i+1} – горизонтальная

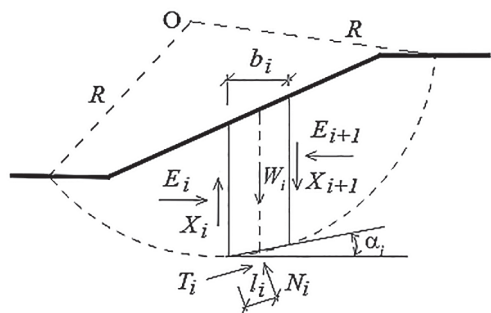


Рис. 4. Иллюстрация действующих сил по методу А.У. Бишопа при расчете устойчивости откоса в упрощенной форме [5]

Fig. 4. Illustration of the acting forces according to the simplified A.W. Bishop method in slope stability analysis [5]

межотсечная сила на правой границе отсека, Н; X_i – вертикальная межотсечная сила на левой границе отсека, Н; X_{i+1} – вертикальная межотсечная сила на правой границе отсека, Н; α_i – угол наклона основания отсека к горизонту, град; l_i – длина основания отсека (по поверхности скольжения), м.

Коэффициент устойчивости в данном методе вычисляется путем последовательных итераций следующего выражения:

$$FS = \frac{1}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \cdot \frac{\sum_i \frac{c_i b_i + (W_i - u_i b_i) \operatorname{tg} \varphi_i}{\cos \alpha_i + \frac{\operatorname{tg} \varphi_i \sin \alpha_i}{FS}}}{FS}$$

где FS – коэффициент запаса устойчивости; u_i – поровое давление в блоке, Па; c_i , φ_i – эффективные значения параметров грунта, Н/м² и град. соответственно; W_i – вес блока, Н; α_i – наклон отсека поверхности скольжения, град.; b_i – ширина блока, м.

Метод оценки устойчивости бортов Н. Янбу

Параллельно А.У. Бишопу норвежский ученый Н. Янбу в 1954–1973 гг. разработал метод по оценке устойчивости откосов, применимый к произвольным поверхностям скольжения. Метод предназначен для анализа устойчивости откосов с произвольной формой поверхности скольжения. В отличие от метода А.У. Бишопа, в данном методе также учитываются и горизонтальные межблоковые силы. Для учета влияния межблоковых сдвигающих сил в подходе предусмотрены поправочные коэффициенты [25] (рис. 5).

На рисунке: W_i – вес рассматриваемого отсека (блока), Н; b_i – ширина отсека, м; z_i – высота отсека с левой сто-

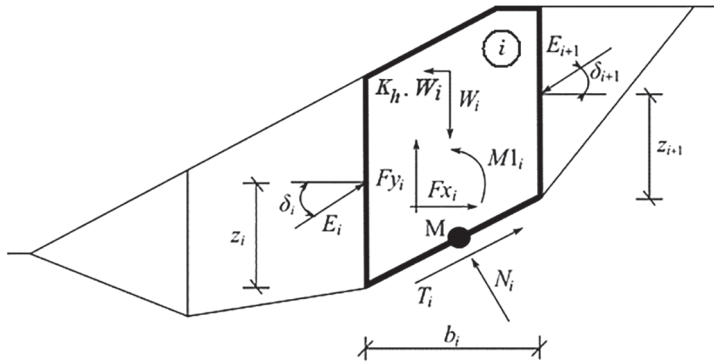


Рис. 5. Иллюстрация действующих сил по методу Н. Ямбу (и по методам Д.М. Спенсера, Моргенштерна – Прайса) при расчете устойчивости откоса в упрощенной форме [25, 26]

Fig. 5. Illustration of the acting forces according to the N. Janbu method (and the D.M. Spencer, Morgenstern-Price methods) in slope stability analysis in simplified form [25, 26]

роны, м; z_{i+1} — высота отсека с правой стороны, м; E_i — горизонтальная межотсечная (межблоковая) сила (реакция боковой границы отсека), Н; E_{i+1} — горизонтальная межотсечная сила на правой границе отсека, Н; X_i — вертикальная межотсечная сила, Н; δ_i — угол наклона межотсечной силы к горизонту, град; N_i — нормальная реакция основания отсека (перпендикулярно поверхности скольжения), Н; T_i — касательная реакция основания отсека (сила сопротивления сдвигу по поверхности скольжения), Н; F_{X_i} — горизонтальная составляющая внешней силы (или реакции), Н; F_{Y_i} — вертикальная составляющая внешней силы (или реакции), Н; $K_h \cdot W_i$ — сейсмическая горизонтальная сила инерции, Н (где K_h — коэффициент горизонтального ускорения); M или M_1 — точка момента равновесия (центр ротации) на поверхности скольжения.

Расчет устойчивости по методу Н. Ямбу основан на предположении о том, что вертикальные плоскости служат границами раздела между соседними отсеками, образуя правильное вертикальное разбиение потенциальной призмы скольжения, а равнодействующая веса каждого отсека W_i приложена в точке M , соответствующей центру i -го сегмента

поверхности скольжения. В таком случае нормальная сила N_i от реакции основания отсека также действует в центральной точке M соответствующего сегмента поверхности предельного равновесия. Горизонтальные межотсечные силы E_i , возникающие между соседними блоками, приложены на верхней границе поверхности скольжения на уровне $z = 0$ [25, 26].

Коэффициент запаса устойчивости при решении методом Н. Ямбу выражается через уравнение

$$FS = \frac{\sum_i c_i b_i + (W_i + Q_i - u_i b_i) \operatorname{tg} \varphi_i}{\sum_i (W_i + Q_i) \operatorname{tg} \alpha_i} m_{\alpha.i}$$

где FS — коэффициент запаса устойчивости;

$$m_{\alpha.i} = \cos^2 \alpha_i \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i}{FS} \right) -$$

поправочный коэффициент.

В методе Н. Ямбу, как и в методе алгебраического сложения сил, расчетный коэффициент запаса устойчивости занижен. Эмпирические поправочные коэффициенты не всегда точны, поэтому для крутых и глубоких поверхностей скольжения при расчете получаются довольно приближенные результаты [16].

*Метод оценки устойчивости бортов
Д.М. Спенсера*

Другой аналитический метод, основанный на условии (1), связан с работой Д.М. Спенсера [27, 28], опубликованной в 1967 г. Метод Д.М. Спенсера представляет собой универсальный подход анализа предельного равновесия, базирующийся на систематическом разделении потенциальной призмы обрушения на отдельные отсеки. При расчетах этим методом требуется удовлетворять одновременно условиям равновесия как сил, так и моментов, действующих на каждый элементарный блок массива горных пород. Разбиение анализируемой области осуществляется вертикальными плоскостями, проходящими между соседними отсеками и пересекающими поверхность возможного скольжения. Взаимодействие сил между блоками такое же, как в методе Н. Ямбу (см. рис. 5).

При оценке устойчивости методом Д.М. Спенсера необходимо учитывать, что все внутренние границы раздела между соседними отсеками сохраняют строго вертикальную ориентацию, обеспечивая правильное вертикальное разделение массива, а равнодействующая веса каждого отсека W_i прилагается в точке M , совпадающей с центром i -го сегмента поверхности скольжения. Нормальная реакция основания N_i действу-

ет в той же центральной точке M , размещенной на i -м сегменте поверхности предельного равновесия.

Все межблоковые силы E_i , возникающие между блоками, ориентированы параллельно друг другу под единственным постоянным углом наклона δ к горизонтали. Единственное исключение составляют граничные отсеки, на края поверхности скольжения, где угол наклона межотсечных сил принимается равным нулю: $\delta = 0$ (то есть эти силы действуют горизонтально).

*Метод оценки устойчивости бортов
Н. Моргенштерна – В. Прайса*

Метод Д.М. Спенсера часто считают частным случаем метода Н. Моргенштерна – В. Прайса, разработанного в 1965 г. [29, 30]. Метод Н. Моргенштерна – В. Прайса – наиболее общий метод предельного равновесия, который позволяет произвольно распределять при расчете межблочные силы (рис. 6). Как и в методе Д.М. Спенсера, в данном подходе требуется выполнение равновесия сил и моментов, действующих на отдельные блоки. Блоки создаются путем разделения массива скальных пород над поверхностью призмы скольжения вертикальными плоскостями.

В основе метода Н. Моргенштерна – В. Прайса лежат предположения о том,

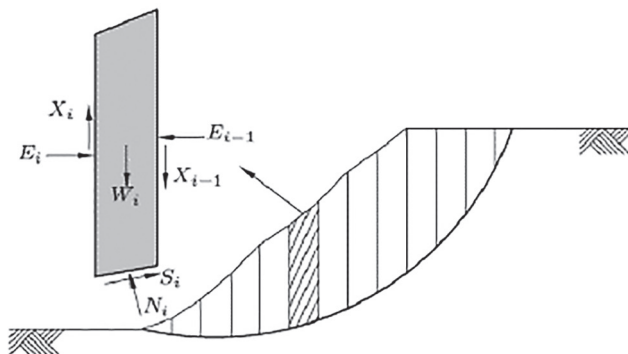


Рис. 6. Рассмотрение условия равновесия по методу Н. Моргенштерна – В. Прайса для одного отсека [5]
Fig. 6. Consideration of equilibrium condition according to N. Morgenstern–V. Price method for a single slice [5]

что все внутренние плоскости раздела, разделяющие соседние блоки, ориентированы строго вертикально на протяжении всего исследуемого массива. Равнодействующая веса каждого отсека W_i приложена в центральной точке M , которая совпадает с геометрическим центром i -го сегмента поверхности скольжения. Нормальная реакция основания отсека N_i действует в центральной точке M того же сегмента поверхности скольжения. Принципиальное отличие от метода М.Д. Спенсера, где угол наклона межблоковых сил остается постоянным для всех отсеков, заключается в том, что угол наклона δ_i межблоковых сил E_i , действующих между соседними блоками, варьируется от блока к блоку. На граничных (краевых) точках поверхности скольжения — там, где поверхность пересекает верхние и нижние границы, — угол наклона межблоковых сил принимается равным нулю: $\delta = 0$.

Рассмотрим подробнее основные положения метода Н. Моргенштерна – В. Прайса, начиная с основных допущений, лежавших в основе данного метода:

- разрушение происходит только вдоль заданной поверхности скольжения;
- массив горных пород над поверхностью скольжения делится на вертикальные отсеки с заданной шириной b_i ;
- сопротивление сдвигу вдоль поверхности скольжения описывается модифицированным критерием Кулона–Мора:

$$\tau = \frac{c_i + \sigma_i \operatorname{tg} \varphi_i}{FS},$$

где c_i — эффективное сцепление, Па; φ_i — эффективный угол внутреннего трения, град.; σ_i — эффективное нормальное напряжение, Па; FS — искомым коэффициент запаса;

- отношение касательной и нормальной межблоковых сил задается функцией

$$\frac{X_i}{E_i} = \lambda \cdot f(x_i), \quad (5)$$

где X_i — касательная межблоковая сила на правой границе i -го отсека, Н; E_i — нормальная межблоковая сила на правой границе i -го отсека, Н; λ — масштабный параметр — константа для всей поверхности; $f(x_i)$ — заданная функция распределения; x_i — горизонтальная координата центра i -го отсека, м;

- вес отсека W_i действует через его центр тяжести;
- поровое давление u_i возле основания отсека известно из гидрогеологических расчетов или задано.

Уравнение равновесия сил можно записать в следующем виде:

$$F_{\text{рав}}(\lambda) = \frac{\sum_i [c_i l_i \cos \alpha_i + (N_i - u_i l_i) \operatorname{tg} \varphi_i \cos \alpha_i]}{\sum_i N_i \sin \alpha_i} \quad (6)$$

Уравнение равновесия моментов сил для круглоцилиндрической поверхности с радиусом R и центром в точке O :

$$F_{\text{мом}} = \frac{\sum_i [c_i l_i R + (N_i - u_i l_i) \operatorname{tg} \varphi_i R]}{\sum_i W_i x_i} \quad (7)$$

Для некруглых поверхностей моменты сил рассчитываются с учетом геометрии каждого отсека:

$$F_{\text{мом}} = \frac{\sum_{i=1}^n [c_i l_i r_i + (N_i - u_i l_i) \operatorname{tg} \varphi_i r_i]}{\sum_{i=1}^n W_i d_i} \quad (8)$$

Метод Н. Моргенштерна – В. Прайса требует одновременного выполнения условий силового (6) и моментного (7), (8) равновесия, что повышает надежность результатов решений геомеханических задач.

Сравнительный анализ методов устойчивости бортов карьеров

Итак, были рассмотрены применяемые в нашей стране аналитические методы для оценки устойчивости бортов карьеров. Использование условия (1) при решении геомеханических задач стало основой для разработки большинства инженерных методов оценки устойчивости бортов. При рассмотрении каждого из них можно сделать вывод о том, что подавляющее большинство аналитических методов, основанных на теории предельного равновесия, опираются на упрощенный расчетный подход [31, 32].

Допущение о полном отсутствии деформационных процессов на вертикальных плоскостях между отдельными блоками приводит к тому, что равновесное состояние откоса рассматривается как независимое от уже существующего напряженного состояния массива горных пород, обусловленного деформационными процессами внутри него [31, 32].

Каждый из методов предусматривает определенное допущение о характере распределения порового давления на границах между отсеками. Следует подчеркнуть, что все эти допущения определяют конкретную физическую интерпретацию и основаны на экспериментальных наблюдениях [31].

В более точных методах, например, в методе Н. Моргенштерна – В. Прайса, расхождение между расчетным распределением порового давления и его фактическими значениями на межотсечных границах приводит к увеличению нормального давления на поверхность скольжения. Это увеличение, в свою очередь, частично компенсирует ошибку, возникающую вследствие неучета деформационных процессов в межотсечных зонах [16, 31, 33]. Однако, как справедливо указывается в некоторых работах

[34], обводненность и насыщенность пород служат основным дестабилизирующим фактором для бортов карьеров и являются главной причиной инициирования опасных геомеханических явлений. Для адекватного прогноза условий безопасной отработки месторождения требуется комплексное гидрогеологическое моделирование, учитывающее сезонные колебания и долгосрочные тренды подземных вод, а не упрощенный учет распределения порового давления в рассматриваемом массиве горных пород [34].

Кроме того, важно понимать, что данные методы дают корректные результаты исключительно для откосов, геометрические параметры, прочностные характеристики и гидрогеологический режим которых аналогичны условиям, использованным при создании и апробировании метода. Если откос отличается от эталонных условий, например, откос в массиве скальных пород, то применение упрощенных методов может привести к приближенным и ненадежным результатам. Поэтому необходимо оценивать влияние межблоковых взаимодействий, чтобы убедиться в применимости метода к конкретной геомеханической задаче [31, 35].

Итак, основной проблемой при использовании рассмотренных аналитических методов является главное допущение методов, основанных на условии предельного равновесия (1): предположение о рассмотрении массива горных пород в качестве сплошной и однородной среды [36]. Также необходимо учитывать, что большинство проведенных ранее исследований напряженно-деформированного состояния прибортовых массивов выполнялось в двумерной постановке, что также привело к искусственному завышению уровня действующих напряжений [37]. Как считают некоторые исследователи, важнейшими

факторами, влияющими на устойчивость уступов и бортов в предельном состоянии, являются структурно-тектоническое строение массива, прочностные свойства пород в массиве, особенно по поверхностям ослабления, наличие и уровень тектонических напряжений, а также степень нарушенности естественного строения массива взрывными работами [2, 38]. Действие же горизонтальных сжимающих напряжений, не превышающих определенного уровня, в ряде случаев является фактором, оказывающим положительное влияние на устойчивость борта. Таким образом, данные подходы неприменимы в массивах скальных пород без эмпирических поправочных коэффициентов или новых подходов к задачам по оценке устойчивости бортов в этих условиях [35].

В современной практике расчеты устойчивости карьерных откосов, особенно на этапе проектирования, уже не выполняются вручную: их повсеместно заменили методы численного моделирования. Они особенно востребованы при обосновании устойчивости бортов карьеров в сейсмоопасных районах, поскольку только они позволяют не только учесть сложную геометрию откоса и неоднородную структуру массива горных пород, но и другие факторы, влияющие на устойчивость бортов [39], например, влияние массовых взрывов на массив горных пород [40].

Применение методов численного моделирования и программных вычислительных комплексов существенно расширило возможности инженеров, позволив перейти от анализа заранее заданных поверхностей скольжения к расчету полей напряжений и деформаций в приоткосном массиве с последующей оценкой устойчивости вдоль произвольных, а не фиксированных поверхностей разрушения. Внедрение специализированных программ не только ускорило расче-

ты, но и обеспечило возможность более корректного учета сложной геологии в сравнении с аналитическими методами расчета, что подтверждается результатами исследований [41].

В то же время в ряде критических работ отмечено [5, 41], что численное моделирование не гарантирует точного решения задач устойчивости, так как ограничено исходными принципиальными допущениями.

Кроме того, одним из главных недостатков численного моделирования остается необходимость предварительного выбора модели материала и конкретного метода расчета, что предопределяет применимость полученных результатов. Строгое использование упругой модели зачастую практически неприменимо для зон, близких к предельному состоянию, и требует корректировки, а дискретизация сплошной среды на конечные элементы не позволяет точно воспроизвести поведение реального деформированного твердого тела [5, 42].

Другое существенное ограничение связано со сложностью параметризации выбранной модели. Определение прочностных и деформационных характеристик скального массива сопряжено с высокими погрешностями, которые при оценке устойчивости только увеличиваются из-за репрезентативности данных лабораторных исследований и натуральных наблюдений [8, 9].

Кроме того, создание и верификация детализированных трехмерных моделей, учитывающих структуру нарушений, требуют значительных вычислительных и временных затрат [5, 42]. В результате расчеты, выполненные разными специалистами при приблизительно одинаковых исходных данных, могут существенно различаться [42].

Повышение точности верификации данных лабораторных исследований и натуральных наблюдений может быть реа-

лизовано путем применения геологического ранжирования и систематизации показателей качества массива. Как отмечено в работе [43], геологический индекс прочности GSI выступает основным параметром, позволяющим связать результаты лабораторных испытаний образцов с оценкой прочности всего массива с учетом его структурной нарушенности. Такой подход может использоваться не только для прогнозирования областей обрушения в подземных выработках, но и для анализа устойчивости уступов и бортов карьеров, сложенных трещиноватыми породами [43].

Для повышения точности при моделировании поведения массива горных пород также проводится сопоставление полученных в ходе численных расчетов данных с результатами физического моделирования. Кроме того, характерной особенностью современных геомеханических исследований является интеграция моделей реологического поведения пород и моделей хрупкого разрушения с калибровкой по лабораторным испытаниям и натурным данным в результаты расчетов, что позволяет достоверно описать процесс разрушения горных пород [44].

Несмотря на преимущества как аналитических, так и численных подходов к оценке устойчивости бортов карьеров, их объединяет принципиальное ограничение — использование условия (1) для описания предельного состояния массива горных пород, что не отражает влияние важных факторов, определяющих состояние массива горных пород. Значительная асимметрия прочностных свойств пород при сжатии и растяжении делает неадекватным любой подход, не учитывающий растягивающие напряжения. Следовательно, для получения надежных оценок устойчивости бортов карьеров необходимо разработать методы, описывающие различные механизмы и

типы разрушения массива горных пород [5, 45].

Комплексный метод оценки устойчивости бортов карьеров

Проведенный анализ аналитических и численных подходов к оценке устойчивости бортов карьеров указывает на существенные недостатки при их независимом применении. Использование только аналитических или только численных методов не обеспечивает адекватного моделирования состояния массива горных пород, в особенности при решении геомеханических задач в трещиноватых массивах скальных пород со сложной структурной организацией.

В связи с этим на данном этапе исследования предлагается подход для устранения систематических погрешностей существующих расчетных методов, основанный на интеграции аналитической строгости метода предельного равновесия Н. Моргенштерна – В. Прайса с критерием Хоека–Брауна. Данное сочетание обеспечивает корректный учет структурной нарушенности трещиноватого скального массива непосредственно в расчетной схеме оценки устойчивости борта карьера и позволяет устранить главный недостаток классических аналитических методов — допущение об однородности и сплошности породного массива.

Важно подчеркнуть, что корректность перехода от лабораторных прочностных свойств образца породы к характеристикам скального массива обеспечивается через параметры критерия Хоека–Брауна — геологический индекс прочности GSI и фактор нарушенности D. Параметр GSI разработан специально для учета масштабного фактора: он характеризует степень структурной нарушенности массива (трещиноватость, взаимное расположение блоков) и состояние поверхностей ослабления, и тем

самым позволяет сделать корректный переход от прочности нетронутого образца к прочности трещиноватого массива в целом. Фактор D , в свою очередь, отражает степень нарушенности массива горными работами (в первую очередь — взрывными) и учитывает деградацию прочностных свойств, обусловленную технологическим воздействием. Таким образом, переход от лабораторной прочности к прочности массива через GSI и D является не эмпирическим упрощением, а физически обоснованной и верифицированной процедурой: оба параметра учитывают именно те факторы, которые и обуславливают принципиальное различие между образцом и массивом — структурную нарушенность, масштабный фактор и различие механизмов разрушения (хрупкое разрушение по телу блока и сдвиг по поверхностям ослабления). Эффективные линейные параметры условия (1), вычисленные через касательную к огибающей Хоека–Брауна в рабочем диапазоне нормальных напряжений, отражают интегральный характер реального разрушения массива, а не только условия разрушения лабораторного образца.

Алгоритм расчета

Контур борта карьера задается набором координат $\left\{ (x_j, y_j) \right\}_{j=1}^M$.

Потенциальная поверхность скольжения аппроксимируется ломаной линией с узлами $\left\{ (x_i^s, y_i^s) \right\}_{i=0}^{n+1}$, между которыми выделяются вертикальные отсеки $i = 1, 2, \dots, n$ [30]. По известным формулам для i -го отсека вычисляются: ширина i -го отсека, длина основания отсека, угол наклона основания к горизонтали, площадь отсека и вес отсека.

Для трещиноватых скальных массивов используется обобщенный критерий Хоека–Брауна [45, 46]:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + S \right)^a,$$

где параметры массива определяются через геологический индекс прочности GSI и фактор нарушенности D [47]:

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right), s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right), a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right).$$

Прочность массива на растяжение:

$$\sigma_t = -\frac{s \cdot \sigma_{ci}}{m_b}.$$

Для сопоставления с методом Н. Моргенштерна – В. Прайса выполняется переход от криволинейной огибающей Хоека–Брауна к линейному критерию Кулона–Мора [48]. В таком случае эквивалентный угол внутреннего трения

$$\varphi_i = \arcsin \left[\frac{6a_i m_{b_i} \left(s_i + m_{b_i} \sigma_{3_{n,i}} \right)^{a_i - 1}}{2(1 + a_i)(2 + a_i) + 6a_i m_{b_i} \left(s_i + m_{b_i} \sigma_{3_{n,i}} \right)^{a_i - 1}} \right].$$

И, соответственно, эквивалентное сцепление

$$c_i = \frac{\sigma_{ci,i}}{2} \cdot \frac{(1+2a_i)s_i + (1-a_i)m_{b_i}\sigma_{z_{n,i}}}{(1+a_i)(2+a_i)\sqrt{1 + \frac{6a_i m_{b_i}(s_i + m_{b_i}\sigma_{z_{n,i}})}{(1+a_i)(2+a_i)}}}$$

где $\sigma_{z_{n,i}} = \sigma_{n,i} / \sigma_{ci,i}$ – нормальное напряжение на поверхности скольжения, Па.

В таком случае поровое давление в центре основания отсека находится по соотношениям

$$u_i = \begin{cases} \gamma_i (y_B - y_i^c) & , y_i^c < y_B \\ 0 & , y_i^c \geq y_B \end{cases}$$

Равнодействующая поровая сила: $U_i = u_i l_i$.

Связь межблоковых сил определяется функцией (5) Н. Моргенштерна – В. Прайса [49]. Уравнения предельного равновесия для блока имеют следующий вид:

$$\begin{cases} W_i + X_{i-1} - X_i - N_i \cos \alpha_i - T_i \sin \alpha_i = 0 - \text{вертикальная проекция,} \\ E_{i-1} - E_i + N_i \sin \alpha_i - T_i \cos \alpha_i = 0 - \text{горизонтальная проекция.} \end{cases} \quad (9)$$

Касательная сила на основании отсека определяется через коэффициент запаса FS :

$$T_i = \frac{c_i l_i + (N_i - U_i) \operatorname{tg} \varphi_i}{FS}. \quad (10)$$

Тогда уравнения предельного равновесия (9) с учетом касательных сил (10) и граничных условий $E_0 = 0$, $E_n = 0$ принимают следующий вид:

$$\begin{cases} W_i + \lambda f(x_{i-1})E_{i-1} - \lambda f(x_i)E_i - N_i \cos \alpha_i - T_i - \frac{c_i l_i + (N_i - U_i) \operatorname{tg} \varphi_i}{FS} \sin \alpha_i = 0, \\ E_{i-1} - E_i + N_i \sin \alpha_i - \frac{c_i l_i + (N_i - U_i) \operatorname{tg} \varphi_i}{FS} \cos \alpha_i = 0. \end{cases}$$

Для замыкания системы используется условие равновесия момента всей призмы скольжения относительно произвольной точки (x_0, y_0) :

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0,$$

где момент от сил на отсеке i вычисляется по формуле

$$M_i = W_i (x_i^G - x_0) - N_i \left[(x_i^c - x_0) \cos \alpha_i + (y_i^c - y_0) \sin \alpha_i \right] - T_i \left[(y_i^c - y_0) \cos \alpha_i - (x_i^c - x_0) \sin \alpha_i \right]$$

Инициализация: $FS_0 = 1,5$; $\lambda_0 = 0,5$.

Начальная итерация нормальной силы принимается в виде

$$N_{i0} = \frac{W_i \cos \alpha_i}{\cos \alpha_i + \frac{\sin \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i}{FS_0}}.$$

Взаимосвязь аналитических расчетов и численного моделирования

Данный метод включает численное моделирование указанной выше системы уравнений предельного равновесия и реализуется по итерационной схеме расчета, предусматривающей четыре основных этапа.

- Решение системы при фиксированных параметрах. На каждом шаге итерационного процесса k при известных значениях коэффициента запаса устойчивости FS_k и параметра масштабирования функции межблочных сил λ_k выполняется расчет распределения внутренних сил в структуре отсеков посредством решения системы линейных алгебраических уравнений относительно компонент E_i^k и N_i^k .

- Оценка выполнения условия силового баланса. Осуществляется проверка выполнения граничного условия на правой границе призмы скольжения путем расчета невязки $R_k = |E_n^k|$ и сравнения ее с допустимым значением FS .

- Оценка выполнения условия суммарного момента. Производится вычисление суммы моментов всех действующих на отсеки сил:

$$R_{k, \text{мом}} = \left| \sum_i M_i^k \right|,$$

и верификация ее соответствия критерию точности.

- Коррекция параметров и достижение сходимости. Если критерии на 2-м и 3-м шаге не выполнены, тогда осуществляется модификация параметров FS и λ согласно алгоритмам коррекции, и вычислительный процесс повторяется итеративно до достижения условия одновременной сходимости по обоим критериям равновесия.

Корректировка коэффициента запаса устойчивости выражается через формулу:

$$FS_{k+1} = FS_k \cdot \frac{\sum_i [c_i l_i + (N_i - U_i) \operatorname{tg} \varphi_i] \cos \alpha_i}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \quad (11)$$

Критическая поверхность определяется из оптимизационной задачи [49, 50]:

$$FS_{\text{крит}} = \min_p FS(p),$$

где p — вектор параметров поверхности (центр и радиус для круглоцилиндрической; координаты узлов для ломаной).

При использовании подобной последовательности вычислений и преобразований борт карьера будет считаться устойчивым при выполнении следующего условия:

$$FS_{\text{расч}} \geq FS_{\text{мин}},$$

где $FS_{\text{мин}}$ — минимальный коэффициент запаса устойчивости, выбираемый из установленных нормативных значений действующего на момент расчета законодательства.

Выводы

Представленный выше метод позволяет учитывать структурную нарушенность массива скальных пород и помогает адекватно оценивать влияние трещиноватости при расчете коэффициента запаса устойчивости бортов карьеров. Совмещение критерия Хоека–Брауна с методом Н. Моргенштерна – В. Прайса при решении сложных геомеханических задач обеспечивает корректный переход от лабораторных свойств пород к характеристикам массива, тем самым позволяя повысить точность при прогнозировании и оценке устойчивости рассматриваемых откосов в процессе отработки месторождения.

Накопленный опыт в обеспечении устойчивости бортов карьеров подтверждает, что устойчивость карьерных откосов должна оцениваться только в рамках интегрированных подходов, объединя-

ющих детальное описание структуры массива горных пород, моделирование действующих в нем полей напряжений и данные наблюдений за развитием очагов разрушения [40]. При разработке интегрированных методов оценки устойчивости откосов представляется перспективным включение в расчетный блок учета механики хрупкого разрушения, позволяющего отслеживать развитие трещин в нагруженном массиве горных пород [48].

Заключение

Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что современный этап развития открытых горных работ, характеризующийся переходом к большим глубинам и усложнением горно-геологических условий, остро нуждается в методологическом обновлении подходов к

оценке устойчивости бортов карьеров. Погрешности существующих расчетных методов несут в себе риски критических ошибок на стадии проектирования, способных сделать разработку месторождения экономически нецелесообразной и небезопасной. В этой связи первостепенной задачей становится разработка новых и совершенствование существующих подходов, интегрирующих детальное изучение структурной нарушенности массива, его напряженно-деформированного состояния и применение современных численных методов, позволяющих учесть дискретную природу горных пород и многообразие факторов, влияющих на их устойчивость.

Авторы выражают признательность коллегам за активное участие в обсуждении результатов данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яковлев В. Л., Глебов А. В., Журавлев А. Г., Жариков С. Н., Шимкив Е. С. Методологические аспекты переходных процессов при формировании горнотехнических систем глубоких карьеров // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. — 2024. — № 6. — С. 85–96. DOI: 10.15372/FTPRPI20240610.
2. Яковлев В. Л., Яковлев А. В., Шимкив Е. С. Методические основы обеспечения устойчивости уступов и участков бортов карьеров // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. — 2023. — № 6. — С. 3–12. DOI: 10.15372/FTPRPI20230601.
3. Макаров А. Б., Ливинский И. С., Спиринов В. И., Павлович А. А. Управление устойчивостью бортов карьеров как основа обеспечения ответа на глобальные вызовы // Известия ТулГУ. Науки о Земле. — 2021. — № 3. — С. 188–201. DOI: 10.46689/2218-5194-2021-3-1-182-196.
4. Coulomb C. A. Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs, a la architecture // Mem. Acad. Roy. Div. Sav. 1776, vol. 7, pp. 343–387.
5. Жабко А. В. Аналитическая геомеханика. — Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. — 224 с.
6. Rankine W. On the stability of loose Earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1857, vol. 147, pp. 9–27.
7. Kloukinas P. Generalized rankine solutions for seismic earth pressures: Validity, limitations & refinements // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2024, pp. 1–17. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.108502.
8. Qi-Teng Zheng, Shi-Jin Feng, Shao-Jie Wu, Xiao-Lei Zhang, Hong-Xin Chen Modeling of multifield coupling interactions in an aerobic landfill based on the finite volume method // Computers and Geotechnics. 2022, vol. 146, pp. 1–15. DOI: 10.1016/j.compgeo.2022.104704.
9. Nandi S., Basudhar P. K., Kumar J. Evolution of limiting slope face in rock mass using the stress characteristics method // International Journal of Geomechanics (ASCE). 2024, vol. 24, no. 6, article 04024101. DOI: 10.1061/IJGNAL.GMENG-9556.
10. Woodard J. B., Mirus B. B. Overcoming the data limitations in landslide susceptibility modeling // Science Advances. 2025, vol. 11, no. 8, pp. 1–13. DOI: 10.1126/sciadv.adt1541.

11. *Dionysios Chatzidakis, Yiannis Tsompanakis, Prodromos N. Psarropoulos*. Numerical investigation of secondary-fault rupture propagation through sandy deposits // *Engineering Geology*. 2021, vol. 292, pp. 1–16. DOI: 10.1016/j.enggeo.2021.106258.

12. *Rihong Cao, Rubing Yao, JingJing Meng, Qibin Lin, Hang Lin, Su Li* Failure mechanism of non-persistent jointed rock-like specimens under uniaxial loading: Laboratory testing // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2020, vol. 132, pp. 1–14. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104341.

13. *Fellenius W*. Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion (Adhesion) und unter Berücksichtigung der Kapillarität. Berlin: Ernst & Sohn, 1927, article 48.

14. *Shafi M. P., Abdul G. P., Fahad I., Muhammad B., Mairaj S*. Open pit slope stability analysis in soft rock formations // *Archives of Mining Sciences*. 2022, vol. 66, no. 3, pp. 553–574. DOI: 10.24425/ams.2022.142409.

15. *Petterson K. E*. The early history of circular sliding surfaces // *Geotechnique*. 1955, vol. 5, pp. 275–296. DOI: 10.1680/geot.1955.5.4.275.

16. *Siddiq M. F., Hutajulu Y. Y., Ferdinandus F., Ganang N. M. A., Andri Y*. Slope stability analysis of the mahakam monthly pit highwall design at PT Arta Bumi Sakti Insani BaraPerkasa Site East Kalimantan // *G-Tech: Jurnal Teknologi Terapan*. 2025, vol. 9, no. 4, pp. 32–42. DOI: 10.70609/g-tech.v9i4.8031.

17. *Соколовский В. В*. Статика сыпучей среды. — М.: Изд. АН СССР, 1942. — 213 с.

18. *Голушкевич С. С*. Статика предельных состояний грунтовых масс. — М.: ГИТТЛ, 1957. — 288 с.

19. *Фисенко Г. Л*. Устойчивость бортов карьеров и отвалов. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Недра, 1965. — 198 с.

20. *Тухташев А. Б., Уринов Ш. Р., Заиров Ш. Ш*. Разработка метода формирования конструкции и расчета устойчивости бортов глубоких карьеров // *ТЕСНника*. — 2020. — № 2. — С. 56–58. DOI: 10.24411/2181-0753-2020-10015.

21. *Калинин Э. В., Кропоткин М. П*. Методы расчета устойчивости склонов и откосов: российские подходы в сопоставлении с мировыми тенденциями // *Инженерная геология*. — 2022. — Т. XVII. — № 4. — С. 22–38. DOI: 10.25296/1993-5056-2022-17-4-22-38.

22. *Bishop A. W*. The use of slip circles in the stability analysis of Earth slopes // *Geotechnique*. 1955, vol. 5, no. 1, pp. 7–17. DOI: 10.1680/geot.1955.5.1.7.

23. *Agbelele K., Adeoti G., Agossou D., Aïsse G*. Study of slope stability using the bishop slice method: An approach combining analytical and numerical analyses // *Open Journal of Applied Sciences*. 2023, vol. 13, pp. 1446–1456. DOI: 10.4236/ojapps.2023.138115.

24. *Литонин В. А., Тальгамер Б. Л., Рославцева Ю. Г*. Анализ устойчивости бортов карьеров в четвертичных отложениях // *Международный научно-исследовательский журнал*. — 2024. — № 4(142). — С. 1–8. DOI: 10.23670/IRJ.2024.142.146.

25. *Janbu N*. Application of composite slip surface for stability analysis / *European Conference on Stability Analysis*. Stockholm, Sweden, 1954, pp. 43–49.

26. *Janbu N*. Slope stability computations // *Embankment Dam Engineering – Casagrande Volume* / R.C. Hirschfeld and S.J. Poulos, eds. New York: John Wiley and Sons, 1973, pp. 47–86.

27. *Spencer E*. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces // *Geotechnique*. 1967, vol. 17, no. 1, pp. 11–26. DOI: 10.1680/geot.1967.17.1.11.

28. *Ma G., Liang Z., Ou S. Tao Z., Huang B., Cao H*. Stability analysis and optimization of open pit mine slopes based on the improved Sarma method with nonhomogeneous hydraulic boundary conditions // *Scientific Reports*. 2025, vol. 15, pp. 1–17. DOI: 10.1038/s41598-025-17972-5.

29. *Morgenstern N. R., Price V. E*. The analysis of the stability of general slip surfaces // *Geotechnique*. 1965, vol. 15, no. 1, pp. 79–93. DOI: 10.1680/geot.1965.15.1.79.

30. *Ouyang W. Liu S., Yang Y*. An improved Morgenstern – Price method using gaussian quadrature // *Computers and Geotechnics*. 2022, vol. 148, pp. 1–16. DOI: 10.1016/j.compgeo.2022.104754.

31. *Morrison I. M., Greenwood J. R*. Assumptions in simplified slope stability analysis by the method of slices // *Geotechnique*. 1989, vol. 39, no. 3, pp. 503–509. DOI: 10.1680/geot.1989.39.3.503.

32. *Bester D. M., Theron E., Stott Ph. R., Snyman Ja*. A laboratory scale model analysis of stock raft foundations and ventilated foundation systems constructed on expansive clay soils // *Civil Engineering and Architecture*. 2024, vol. 12, no. 4, pp. 2343–2355. DOI: 10.13189/cea.2024.120428.

33. *Nenghao Zhao, Haijun Lu, Rongtang Zhang* The coupling effect of pore water pressure and pore water gravity in unsaturated soils under rainfall condition and its influence on slope stability // *Advances in Civil Engineering*. 2022, pp. 1 – 10. DOI: 10.1155/2022/9492514.

34. *Клюев Р. В., Босиков И. И., Егорова Е. В., Гаврина О. А.* Оценка горно-геологических и горнотехнических условий карьера «Северный» с помощью математических моделей // *Устойчивое развитие горных территорий*. – 2020. – Т. 12. – № 3. – С. 418–427. DOI: 10.21177/1998-4502-2020-12-3-418-427.

35. *Li Chunli, Yu Guangming, Li Liang, Yu Hongbiao, Fan Yanxiang, Lei Jun, Xu Zhen* Reliability analysis of seismic slope incorporating interactions among multiple sliding blocks using imbalance thrust force method in primary sliding direction // *Sustainability*. 2023, vol. 15, no. 16, article 12350. DOI: 10.3390/su151612350.

36. *Azarafza M., Akgün H., Ghazifard A., Asghari-Kalajahi E., Rahnamarad J., Derakhshani R.* Discontinuous rock slope stability analysis by limit equilibrium approaches – A review // *International Journal of Digital Earth*. 2021, vol. 14, pp. 1918 – 1941. DOI: 10.1080/17538947.2021.1988163.

37. *McQuillan A., Bar N.* The necessity of 3D analysis for open-pit rock slope stability studies: Theory and practice // *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*. 2023, vol. 123, no. 2, pp. 63 – 70. DOI: 10.17159/2411-9717/2425/2023.

38. *Tolovkhan B., Smagulova A., Khuangan N. B., Asainov S., Issagulov S., Kaumetova D., Khusan B., Sandibekov M.* Studying rock mass jointing to provide bench stability while Northern Katpar deposit developing in Kazakhstan // *Mining of Mineral Deposits*. 2023, vol. 17, no. 2, pp. 99 – 111. DOI: 10.33271/mining17.02.099.

39. *Оремедов Т., Шаназаров Б., Батыров О., Гурдова Дж.* Геомеханическое моделирование устойчивости горных выработок в сложных горно-геологических условиях // *Символ науки*. – 2025. – № 3-2. – С. 47 – 48.

40. *Ковалевский В. Н., Мысин А. В., Сушкова В. И.* Теоретические аспекты технологии взрывной отбойки блочного камня // *Горные науки и технологии*. – 2024. – № 9(2). – С. 97 – 104. DOI: 10.17073/2500-0632-2023-12-187.

41. *Коврижных Е. В., Косолапов А. И., Гришин А. А.* Обоснование параметров бортов карьера Горевского месторождения по результатам сравнительного анализа расчетов устойчивости // *Вестник Кузбасского государственного технического университета*. – 2025. – № 2. – С. 155 – 166. DOI: 10.26730/1999-4125-2025-2-155-166.

42. *Wu S., Li J., Zhang Q.* Complex analytical study of the stability of tunnel-surrounding rock in a layered jointed rock mass // *Mathematical Problems in Engineering*. 2020, pp. 1 – 15. DOI: 10.1155/2020/5473059.

43. *Имашев А. Ж., Суимбаева А. М., Мусин А. А.* Прогнозная оценка разубоживания руды при отработке маломощных крутопадающих залежей системой подэтажных штреков // *Записки Горного института*. – 2024. – Т. 266. – С. 283 – 294.

44. *Belikov A. A., Belyakov N. A.* Method for ensuring geomechanical safety during undermining of water-protective strata // *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2025, vol. 17, no. 1, pp. 115 – 125. DOI: 10.21177/1998-4502-2025-17-1-115-125.

45. *Тер-Мартirosян А. З., Тихонюк И. А.* Обзор численных методов расчета осадок поверхности грунта при щитовой проходке // *Construction and Geotechnics*. – 2025. – Т. 16. – № 1. – С. 47 – 81. DOI: 10.15593/2224-9826/2025.1.04.

46. *Azizi M. A., Marwanza I., Ghifari M. K., Anugrahadi A.* Three dimensional slope stability analysis of open pit mine // *Slope Engineering*. 2020, pp. 1 – 20. DOI: 10.5772/intechopen.94088.

47. *Li G., Wang H., Peng J., Wang L., Dai B.* Strength model of anisotropic rocks based on Hoek-Brown criterion // *Rock and Soil Mechanics*. 2024, vol. 44, no. 12, pp. 3541 – 3550. DOI: 10.16285/j.rsm.2023.5538.

48. *Li C., Xi Z., Xing Q. X., Xin Q.* Study on the differences between Hoek – Brown parameters and equivalent Mohr–Coulomb parameters in the calculation slope critical acceleration and permanent displacement // *Scientific Reports*. 2024, vol. 14, pp. 1 – 14. DOI: 10.1038/s41598-024-65494-3.

49. *Song Y., Feng M., Chen P.* Modified minimum principal stress estimation formula based on the Hoek – Brown criterion // *Scientific Reports*. 2023, vol. 13, pp. 1 – 16. DOI: 10.1038/s41598-023-33053-x.

50. *Alok A., Burman A., Samui P., Kaloop M., Eldessouki M.* A generalized limit equilibrium-based platform incorporating simplified Bishop, Janbu and Morgenstern – Price methods for soil slope stability problems // *Advanced in Civil Engineering*. 2024, pp. 1 – 14. DOI: 10.1155/2024/3053923. **PLoS**

REFERENCES

1. Yakovlev V. L., Glebov A. V., Zhuravlev A. G., Zharikov S. N., Shimkiv E. S. Methodological aspects of transient processes in the formation of deep open-pit mining systems. *Journal of Mining Sciences*. 2024, no. 6, pp. 85–96. [In Russ]. DOI: 10.15372/FTPRPI20240610.
2. Yakovlev V. L., Yakovlev A. V., Shimkiv E. S. Methodological foundations for ensuring the stability of benches and pit wall sections. *Journal of Mining Sciences*. 2023, no. 6, pp. 3–12. [In Russ]. DOI: 10.15372/FTPRPI20230601.
3. Makarov A. B., Livinskiy I. S., Spirin V. I., Pavlovich A. A. Management of open-pit wall stability as a basis for addressing global challenges. *News of the Tula state university. Sciences of Earth*. 2021, no. 3, pp. 188–201. [In Russ]. DOI: 10.46689/2218-5194-2021-3-1-182-196.
4. Coulomb C. A. Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs, a la architecture. *Mem. Acad. Roy. Div. Sav.* 1776, vol. 7, pp. 343–387.
5. Zhabko A. V. *Analiticheskaya geomekhanika* [Analytical Geomechanics], Ekaterinburg, 2016, 224 p.
6. Rankine W. *On the stability of loose Earth*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1857, vol. 147, pp. 9–27.
7. Kloukinas P. Generalized rankine solutions for seismic earth pressures: Validity, limitations & refinements. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2024, pp. 1–17. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.108502.
8. Qi-Teng Zheng, Shi-Jin Feng, Shao-Jie Wu, Xiao-Lei Zhang, Hong-Xin Chen Modeling of multifield coupling interactions in an aerobic landfill based on the finite volume method. *Computers and Geotechnics*. 2022, vol. 146, pp. 1–15. DOI: 10.1016/j.compgeo.2022.104704.
9. Nandi S., Basudhar P. K., Kumar J. Evolution of limiting slope face in rock mass using the stress characteristics method. *International Journal of Geomechanics (ASCE)*. 2024, vol. 24, no. 6, article 04024101. DOI: 10.1061/IJGNAI.GMENG-9556.
10. Woodard J. B., Mirus B. B. Overcoming the data limitations in landslide susceptibility modeling. *Science Advances*. 2025, vol. 11, no. 8, pp. 1–13. DOI: 10.1126/sciadv.adt1541.
11. Dionysios Chatzidakis, Yiannis Tsompanakis, Prodromos N. Psarropoulos. Numerical investigation of secondary-fault rupture propagation through sandy deposits. *Engineering Geology*. 2021, vol. 292, pp. 1–16. DOI: 10.1016/j.enggeo.2021.106258.
12. Rihong Cao, Rubing Yao, JingJing Meng, Qibin Lin, Hang Lin, Su Li Failure mechanism of non-persistent jointed rock-like specimens under uniaxial loading: Laboratory testing. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2020, vol. 132, pp. 1–14. DOI: 10.1016/j.ijrmmms.2020.104341.
13. Fellenius W. *Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion (Adhesion) und unter Berücksichtigung der Kapillarität*. Berlin: Ernst & Sohn, 1927, article 48.
14. Shafi M. P., Abdul G. P., Fahad I., Muhammad B., Mairaj S. Open pit slope stability analysis in soft rock formations. *Archives of Mining Sciences*. 2022, vol. 66, no. 3, pp. 553–574. DOI: 10.24425/ams.2022.142409.
15. Petterson K. E. The early history of circular sliding surfaces. *Geotechnique*. 1955, vol. 5, pp. 275–296. DOI: 10.1680/geot.1955.5.4.275.
16. Siddiq M. F., Hutajulu Y. Y., Ferdinandus F., Ganang N. M. A., Andri Y. Slope stability analysis of the mahakam monthly pit highwall design at PT Arta Bumi Sakti Insani BaraPerkasa Site East Kalimantan. *G-Tech: Jurnal Teknologi Terapan*. 2025, vol. 9, no. 4, pp. 32–42. DOI: 10.70609/g-tech.v9i4.8031.
17. Sokolovskiy V. V. *Statika sypuchey sredy* [Statics of granular media], Moscow, 1942, 213 p.
18. Golushkevich S. S. *Statika predel'nykh sostoyaniy gruntovykh mass* [Statics of limit states of soil masses], Moscow, 1957, 288 p.
19. Fisenko G. L. *Ustoychivost' bortov kar'erov i otvalov* [Stability of open-pit walls and dumps], Moscow, Nedra, 1965, 198 p.
20. Tukhtashev A. B., Urinov Sh. R., Zairov Sh. Sh. Development of a method for designing the structure and calculating the stability of deep open-pit walls. *TECHnika*. 2020, no. 2, pp. 56–58. [In Russ]. DOI: 10.24411/2181-0753-2020-10015.
21. Kalinin E. V., Kropotkin M. P. Methods for calculating the stability of slopes and embankments: russian approaches in comparison with global trends. *Engineering Geology*. 2022, vol. XVII, no. 4, pp. 22–38. [In Russ]. DOI: 10.25296/1993-5056-2022-17-4-22-38.

22. Bishop A. W. The use of slip circles in the stability analysis of Earth slopes. *Geotechnique*. 1955, vol. 5, no. 1, pp. 7–17. DOI: 10.1680/geot.1955.5.1.7.
23. Agbelele K., Adeoti G., Agossou D., Aïsse G. Study of slope stability using the bishop slice method: An approach combining analytical and numerical analyses. *Open Journal of Applied Sciences*. 2023, vol. 13, pp. 1446–1456. DOI: 10.4236/ojapps.2023.138115.
24. Litonin V. A., Talgamer B. L., Roslavtseva Yu. G. Analysis of open-pit wall stability in quaternary deposits. *International Research Journal*. 2024, no. 4(142), pp. 1–8. DOI: 10.23670/IRJ.2024.142.146.
25. Janbu N. Application of composite slip surface for stability analysis. *European Conference on Stability Analysis*. Stockholm, Sweden, 1954, pp. 43–49.
26. Janbu N. Slope stability computations. *Embankment Dam Engineering – Casagrande Volume*. R.C. Hirschfeld and S.J. Poulos, eds. New York: John Wiley and Sons, 1973, pp. 47–86.
27. Spencer E. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. *Geotechnique*. 1967, vol. 17, no. 1, pp. 11–26. DOI: 10.1680/geot.1967.17.1.11.
28. Ma G., Liang Z., Ou S. Tao Z., Huang B., Cao H. Stability analysis and optimization of open pit mine slopes based on the improved Sarma method with nonhomogeneous hydraulic boundary conditions. *Scientific Reports*. 2025, vol. 15, pp. 1–17. DOI: 10.1038/s41598-025-17972-5.
29. Morgenstern N. R., Price V. E. The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique*. 1965, vol. 15, no. 1, pp. 79–93. DOI: 10.1680/geot.1965.15.1.79.
30. Ouyang W. Liu S., Yang Y. An improved Morgenstern–Price method using gaussian quadrature. *Computers and Geotechnics*. 2022, vol. 148, pp. 1–16. DOI: 10.1016/j.compgeo.2022.104754.
31. Morrison I. M., Greenwood J. R. Assumptions in simplified slope stability analysis by the method of slices. *Geotechnique*. 1989, vol. 39, no. 3, pp. 503–509. DOI: 10.1680/geot.1989.39.3.503.
32. Bester D. M., Theron E., Stott Ph. R., Snyman Ja. A laboratory scale model analysis of stock raft foundations and ventilated foundation systems constructed on expansive clay soils. *Civil Engineering and Architecture*. 2024, vol. 12, no. 4, pp. 2343–2355. DOI: 10.13189/cea.2024.120428.
33. Nenghao Zhao, Haijun Lu, Rongtang Zhang The coupling effect of pore water pressure and pore water gravity in unsaturated soils under rainfall condition and its influence on slope stability. *Advances in Civil Engineering*. 2022, pp. 1–10. DOI: 10.1155/2022/9492514.
34. Klyuev R. V., Bosikov I. I., Egorova E. V., Gavrina O. A. Assessment of mining-geological and mining-technical conditions of the severny open-pit mine using mathematical models. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2020, vol. 12, no. 3, pp. 418–427. [In Russ]. DOI: 10.21177/1998-4502-2020-12-3-418-427.
35. Li Chunli, Yu Guangming, Li Liang, Yu Hongbiao, Fan Yanxiang, Lei Jun, Xu Zhen Reliability analysis of seismic slope incorporating interactions among multiple sliding blocks using imbalance thrust force method in primary sliding direction. *Sustainability*. 2023, vol. 15, no. 16, article 12350. DOI: 10.3390/su151612350.
36. Azarafza M., Akgün H., Ghazifard A., Asghari-Kaljahi E., Rahnamarad J., Derakhshani R. Discontinuous rock slope stability analysis by limit equilibrium approaches – A review. *International Journal of Digital Earth*. 2021, vol. 14, pp. 1918–1941. DOI: 10.1080/17538947.2021.1988163.
37. McQuillan A., Bar N. The necessity of 3D analysis for open-pit rock slope stability studies: Theory and practice. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*. 2023, vol. 123, no. 2, pp. 63–70. DOI: 10.17159/2411-9717/2425/2023.
38. Tolovkhan B., Smagulova A., Khuangan N. B., Asainov S., Issagulov S., Kaumetova D., Khusan B., Sandibekov M. Studying rock mass jointing to provide bench stability while Northern Katpar deposit developing in Kazakhstan. *Mining of Mineral Deposits*. 2023, vol. 17, no. 2, pp. 99–111. DOI: 10.33271/mining17.02.099.
39. Oremedov T., Shanazarov B., Batyrov O., Gurdova Dzh. Geomechanical modeling of mine workings stability under complex mining-geological conditions. *Symbol of Science*. 2025, no. 3-2, pp. 47–48. [In Russ].
40. Kovalevsky V. N., Mysin A. V., Sushkova V. I. Theoretical aspects of block stone blasting method. *Mining Science and Technology (Russia)*. 2024, no. 2(9), pp. 97–104. [In Russ]. DOI: 10.17073/2500-0632-2023-12-187.
41. Kovrizhnykh E. V., Kosolapov A. I., Grishin A. A. Justification of the open-pit wall parameters of the Gorevsky deposit based on a comparative analysis of stability calculations. *Bulletin of the Kuzbass State Technical University*. 2025, no. 2, pp. 155–166. [In Russ]. DOI: 10.26730/1999-4125-2025-2-155-166.

42. Wu S., Li J., Zhang Q. Complex analytical study of the stability of tunnel-surrounding rock in a layered jointed rock mass. *Mathematical Problems in Engineering*. 2020, pp. 1–15. DOI: 10.1155/2020/5473059.

43. Imashev A. Zh., Suimbaeva A. M., Musin A. A. Predictive assessment of ore dilution during mining of low-thickness steeply dipping ore bodies by the sub-level drift system. *Journal of Mining Institute*. 2024, vol. 266, pp. 283–294. [In Russ].

44. Belikov A. A., Belyakov N. A. Method for ensuring geomechanical safety during undermining of water-protective strata. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2025, vol. 17, no. 1, pp. 115–125. DOI: 10.21177/1998-4502-2025-17-1-115-125.

45. Ter-Martirosyan A. Z., Tikhonyuk I. A. Review of numerical methods for calculating ground surface settlement during shield tunneling. *Construction and Geotechnics*. 2025, vol. 16, no. 1, pp. 47–81. [In Russ]. DOI: 10.15593/2224-9826/2025.1.04.

46. Azizi M. A., Marwanza I., Ghifari M. K., Anugrahadi A. Three dimensional slope stability analysis of open pit mine. *Slope Engineering*. 2020, pp. 1–20. DOI: 10.5772/intechopen.94088.

47. Li G., Wang H., Peng J., Wang L., Dai B. Strength model of anisotropic rocks based on Hoek-Brown criterion. *Rock and Soil Mechanics*. 2024, vol. 44, no. 12, pp. 3541–3550. DOI: 10.16285/j.rsm.2023.5538.

48. Li C., Xi Z., Xing Q. X., Xin Q. Study on the differences between Hoek–Brown parameters and equivalent Mohr–Coulomb parameters in the calculation slope critical acceleration and permanent displacement. *Scientific Reports*. 2024, vol. 14, pp. 1–14. DOI: 10.1038/s41598-024-65494-3.

49. Song Y. Feng M., Chen P. Modified minimum principal stress estimation formula based on the Hoek–Brown criterion. *Scientific Reports*. 2023, vol. 13, pp. 1–16. DOI: 10.1038/s41598-023-33053-x.

50. Alok A., Burman A., Samui P., Kaloop M., Eldessouki M. A generalized limit equilibrium-based platform incorporating simplified Bishop, Janbu and Morgenstern–Price methods for soil slope stability problems. *Advanced in Civil Engineering*. 2024, pp. 1–14. DOI: 10.1155/2024/3053923.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Онищенко Мария Константиновна¹ — аспирант,

e-mail: mariaonishchenko28@gmail.com,

ORCID ID: 0000-0002-2292-5202,

Господариков Александр Петрович¹ — д-р техн. наук,

профессор, e-mail: kafmatem@spmi.ru,

ORCID ID: 0000-0003-1018-6841,

¹ Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II.

Для контактов: Онищенко М.К., e-mail: mariaonishchenko28@gmail.com.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

M.K. Onishchenko¹, Graduate Student,

e-mail: mariaonishchenko28@gmail.com,

ORCID ID: 0000-0002-2292-5202,

A.P. Gospodarikov¹, Dr. Sci. (Eng.), Professor,

e-mail: kafmatem@spmi.ru,

ORCID ID: 0000-0003-1018-6841,

¹ Empress Catherine II Saint-Petersburg Mining University,

199106, Saint-Petersburg, Russia.

Corresponding author: M.K. Onishchenko, e-mail: mariaonishchenko28@gmail.com.

Получена редакцией 03.02.2026; получена после рецензии 17.03.2026; принята к печати 10.06.2026.

Received by the editors 03.02.2026; received after the review 17.03.2026; accepted for printing 10.06.2026.

