

## ВЛИЯНИЕ РЕЛЬЕФА ПОВЕРХНОСТИ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОТОРНО-ПОДШИПНИКОВОЙ СИСТЕМЫ ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА

К.А. Башмур<sup>1</sup>, А.В. Загуляев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия, e-mail: bashmur@bk.ru

**Аннотация:** Следствием виброактивности оборудования является проблема неплановых остановок и простоев таких критически важных систем горной промышленности, как насосные установки, что ведет к серьезным финансовым последствиям из-за производственных потерь и увеличения расходов на ремонт. Исследуется модификация рабочей поверхности радиального гидродинамического подшипника скольжения центробежного насоса специальным микрорельефом поверхности, его влияние на динамические характеристики и устойчивость роторно-подшипниковой системы. Для расчета локальных и интегральных характеристик жесткости и демпфирования применены безразмерная модификация уравнения Рейнольдса с учетом нестационарности и конечно-разностная аппроксимация. Оценка устойчивости выполнялась по эквивалентной жесткости, логарифмическому декременту затухания, критической скорости потери устойчивости, а также по орбитам, вычисленным интегрированием уравнений движения ротора устойчивым многошаговым методом. Показано, что применяемый рельеф поверхности усиливает реактивный отклик смазочного клина и расширяет запас устойчивости: при эксцентриситете около 0,5 прирост эквивалентной жесткости достигает приблизительно 40%, а при значениях порядка 0,8 превышает трехкратный уровень относительно гладкой опоры; критическая скорость возрастает до пятикратного значения. В рабочем диапазоне эксцентриситета декремент затухания остается сопоставимым с гладким подшипником, что указывает на сохранение демпфирующей способности. Орбитальный анализ фиксирует сокращение площади стационарной петли примерно на 49%, что соответствует снижению амплитуды установившихся колебаний. Таким образом, специальный рельеф поверхности позволяет повысить виброустойчивость роторно-подшипниковой системы насоса и может послужить практичным инструментом управления ее динамикой в тяжелых условиях эксплуатации.

**Ключевые слова:** вибрация, динамические характеристики, подшипник скольжения, рельеф поверхности, роторно-подшипниковая система, устойчивость, центробежный насос, численное моделирование.

**Для цитирования:** Башмур К. А., Загуляев А. В. Влияние рельефа поверхности на динамические характеристики роторно-подшипниковой системы центробежного насоса // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2026. – № 5. – С. 20–38. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2026\_5\_0\_20.

---

## Influence of surface texture on dynamic characteristics of rotor–bearing system of centrifugal pump

K.A. Bashmur<sup>1</sup>, A.V. Zagulyaev<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia, e-mail: bashmur@bk.ru

---

**Abstract:** The consequence of equipment vibrations is casual hitches and outages of such critical systems in the mining industry as pumping units, which leads to grave financial aftereffects connected with in-process losses and higher repair expenses. This study analyzes modification of face of a radial hydrodynamic sliding bearing of a centrifugal pump with a special microtexture, and the influence of the latter on the dynamic characteristics and stability of the rotor–bearing system. The calculation of the local and integral characteristics of stiffness and damping used a dimensionless modification of the Reynolds equation including non-stationarity and the finite difference approximation. The stability estimate involved an equivalent stiffness, logarithmic damping decrement, instability speed, as well as the orbits calculated by integrating of equations of rotor motion using a stable multi-step method. It is shown that the proposed type of the surface texture intensifies the response of an oil wedge and increases the marginal stability: at the eccentricity of 0.5, the increment in the equivalent stiffness reaches 40%, and at the eccentricity of 0.8, the increment exceeds the three-time level of a relatively smooth surface; the critical speed elevates by up to 5 times. Within a working range of the eccentricity, the damping decrement remains comparable with a smooth bearing, which points at the preserved damping capacity. The analysis of the orbits shows a decrease in the area of the static loop by 49%, which conforms with the contraction of the amplitude of stationary vibrations. In this manner, the special surface texture enables higher vibration resistance in the rotor–bearing systems of pumps, and can be a tool of the system dynamics adjustment in severe operation conditions.

**Key words:** vibration, dynamic characteristics, sliding bearing, surface texture, rotor–bearing system, stability, centrifugal pump, numerical modeling.

**For citation:** Bashmur K. A., Zagulyaev A. V. Influence of surface texture on dynamic characteristics of rotor–bearing system of centrifugal pump. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2026;(5):20–38. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2026\_5\_0\_20.

---

### Введение

Горнодобывающая промышленность сталкивается с вызовами, обусловленными динамичным спросом рынка, технологическим прогрессом и ужесточающимися нормами безопасности и охраны окружающей среды [1–3]. По данным портала Mining Digital [Implementing effective maintenance strategies for long term production goals // Mining Digital : [сайт]. [2020]. URL: [\[strategies-long-term-production-goals\]\(https://miningdigital.com/supply-chain-and-operations/implementing-effective-maintenance-strategies-long-term-production-goals\) \(дата обращения: 21.10.2025\)\], расходы на техобслуживание и ремонт горных машин и оборудования могут составлять от 30 до 50% общих затрат на горнодобывающие проекты, ввиду чего в горнодобывающей отрасли любые технологии, которые сокращают незапланированные простои и повышают производительность, пользуются высоким спросом. Совершенствование и оптимизация конструкции деталей и узлов в сочетании с современными материа-](https://miningdigital.com/supply-chain-and-operations/implementing-effective-maintenance-</a></p></div><div data-bbox=)

лами и своевременным техобслуживанием повышает показатели машины, обеспечивая ее лучшую производительность и более длительный срок службы, а также является критически важным компонентом для повышения экономической эффективности, надежности и безопасности горных работ, а инвестиции в передовые технологии совершенствования оборудования могут укрепить устойчивость горнодобывающих предприятий [4–6].

Насосные установки — важнейший элемент горнодобывающего предприятия. Их надежность жизненно важна для обеспечения непрерывности горных работ, они играют решающую роль в процессах управления текучими средами [5, 7]. Присутствие как динамических, так и объемных насосов в подземной и открытой добыче полезных ископаемых обусловлено гидравлическим транспортом минерального сырья, а также наличием технологических жидкостей и воды, необходимых для выполнения технологических процессов и пожаротушения и остающихся после их осуществления, а также вод, поступающих в горную выработку в результате добычи полезных ископаемых или в открытые карьеры из-за осадков [8, 9]. Исключительна их роль в процессах осушения и водоотлива, особенно в шахтных полях, где подземные воды создают существенные риски для безопасности и производительности труда [10].

Множество факторов влияют на производительность и надежность насосных установок горнодобывающих предприятий. Тяжелые условия эксплуатации, включая абразивные пульпы, коррозионные вещества и переменные механические нагрузки, ускоряют износ узлов и деталей насосов [11]. К основным компонентам насосов, подверженным отходам, относятся рабочие органы (рабочие колеса, поршни и др.), уплотнения,

подшипники и валы [12–15]. Безаварийная работа горнодобывающих насосов во многом зависит от надежности подшипниковых узлов [16, 17]. В литературе описано множество случаев катастрофического отказа роторно-подшипниковой системы, и зачастую они связаны с явлением вибраций [18–21].

Для поддержки высокоскоростных роторов машин, которые зачастую работают на частотах выше первой критической скорости изгиба ротора, используются радиальные подшипники скольжения [22]. Они обеспечивают как поперечную поддержку за счет технической левитации ротора, так и динамические коэффициенты: жесткость, демпфирование и массовые характеристики, связанные с вибрациями машины [23]. Тенденция к увеличению производительности насосов и переменные нагрузки, свойственные насосам в горной промышленности и вызванные, в частности, несоосностью насосного агрегата, трением и неравномерным износом деталей, кавитацией и неоднородной пульпой, изменяют скорость вращения ротора, приводят к нестабильности роторно-подшипниковой системы и уменьшению радиального зазора в подшипниках скольжения, что ведет к снижению устойчивости, разбалансировке системы и аварийным ситуациям [11, 24, 25]. Таким образом, насосные агрегаты требуют от подшипников скольжения работы в условиях существенной виброактивности.

В недавнем времени для совершенствования пар трения скольжения была предложена технология использования на их поверхности специальных рельефных микроструктур в виде ячеек, канавок и выступов [26, 27]. Были исследованы эффекты формы, размера и распределения рельефа поверхности на такие статические характеристики подшипников, как трение, износ и несущая

способность [28, 29]. Из них следует, что износ подшипников может быть уменьшен, а несущая способность может быть значительно увеличена с помощью специального рельефа поверхности для различных условий работы оборудования. При этом исследователи особо отмечают качественное влияние на статические характеристики подшипников рельефных структур в форме эллипсоида [30 – 32].

Существуют экспериментальные исследования влияния рельефа поверхности на устойчивость роторно-подшипниковой системы [33 – 35]. Они показали, что вибрация системы может быть уменьшена путем рационального проектирования рельефных структур. Однако экспериментальные исследования крайне ресурсоемки в плане параметрического анализа, а имитация отдельных видов динамических возбудителей является сложной дифференцированной задачей, и выходом здесь служат математические модели, решаемые на основе численных методов, точность которых в настоящее время достаточно высока [36 – 38]. В частности, Feng и др. [39] численно исследовали влияние призматических канавок на динамические характеристики подшипника на водной смазке и обнаружили, что определенная параметрическая конфигурация канавок может повысить устойчивость системы, существенно влияя на ее жесткость. Sharma и др. [40] численно исследовали влияние структуры рельефа треугольной формы на устойчивость системы и выявили, что меньшая глубина структуры выгодна для жесткости и сдвига критической частоты вращения ротора, а большая — для демпфирования. Singh и Awasthi [41] численно исследовали влияние сферических, цилиндрических, треугольных и ромбических частично нанесенных рельефных структур на эксплуатационные характеристики роторно-

подшипниковой системы и пришли к заключению, что сферическая форма обеспечивает более качественное улучшение статических характеристик по сравнению с другими формами рельефа, однако влияние структур на динамические характеристики системы изменяется неоднозначно в сравнении с гладкой поверхностью. При этом существует пробел в отношении исследования влияния эллипсоидального рельефа поверхности на динамику роторно-подшипниковой системы в рабочих условиях горных насосов.

Цель исследования: изучить совокупное влияние эксплуатационных условий насоса и структурных параметров эллипсоидального рельефа поверхности на динамические характеристики и устойчивость роторно-подшипниковой системы.

#### **Объект и методика исследований**

Объектом исследования служил опорный гидродинамический подшипник скольжения, использующийся в многосекционных центробежных насосах типа ПЭ, ЦНС и др., также встречающийся в грунтовых и шламовых центробежных насосах. Его модель представлена на рис. 1. Предметом исследования являлся специальный рельеф поверхности вкладыша подшипника. Была использована природоподобная технология, заключающаяся в применении на рабочей поверхности вкладыша подшипника ячеистой эллипсоидальной формы рельефа поверхности, подобной морфологической структуре таких видов семейства Dytiscidae, как *Cybister bengalensis* и *Cybister elytra*, отличающихся высокой подъемной силой и износостойкостью [42, 43].

Опорные силы и динамические свойства подшипников скольжения возникают из-за сил взаимодействия между ротором, смазочной пленкой и конст-

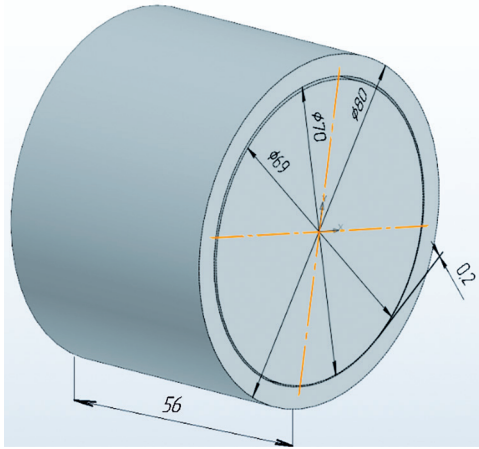


Рис. 1. Геометрия моделируемого подшипникового узла

Fig. 1. Simulated bearing unit geometry

рукцией подшипника. Статические свойства были первоначально описаны Рейнольдсом с использованием ламинарной изовязкозной модели жидкости. Статические свойства опоры насоса с эллипсоидальным рельефом и их методика расчета представлены в работе [44]. Однако в реальных условиях работы роторных систем, особенно при пуске, останове и воздействии внешних возмущений, возникают динамические отклонения вала от равновесного положения. Чтобы численно оценить влияние рельефа поверхности на динамику и устойчивость роторно-подшипниковой системы, необходимо определить динамические характеристики подшипников, включая параметры жесткости и демпфирования, которые затем подставляются в уравнения динамики ротора [45]. Для этого в работе использовалась численная модель на основе решения уравнения Рейнольдса методом конечных разностей.

Для корректного моделирования поведения подшипника в динамических условиях необходимо учесть дополнительные инерционные эффекты и переменные составляющие движения. С этой целью в уравнение Рейнольдса вво-

дится дополнительный член, отражающий влияние малых скоростей обратно-поступательного движения вала в радиальной плоскости. Такая модификация позволяет анализировать устойчивость роторно-подшипниковой системы и определять параметры жесткости и демпфирования, отвечающие за реакцию системы на колебания. Модифицированное с учетом динамики уравнение Рейнольдса в безразмерной форме имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left( H^3 \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right) + \alpha^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left( H^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = \quad (1)$$

$$= \frac{\partial H}{\partial \varphi} + \beta (x' \sin \varphi + y' \cos \varphi),$$

где  $\varphi$  — угловая координата вдоль окружности подшипника;  $P$  — давление в смазочном слое подшипника;  $H$  — толщина смазочного слоя (функция зазора между подшипником и валом);  $Z$  — осевая координата вдоль длины подшипника;  $\alpha = 2 \cdot R / L$ ;  $R$  — внутренний радиус подшипника;  $L$  — длина подшипника по оси  $Z$ ;  $\beta = 2$  — коэффициент масштаба динамического члена;  $x' = \dot{x} / (c\omega)$  и  $y' = \dot{y} / (c\omega)$  — скорости смещения центра вала;  $x, y$  — ось абсцисс и ординат окружности подшипника, м;  $c$  — радиальный зазор роторно-подшипниковой системы, м;  $\omega$  — частота вращения вала,  $1/c$ .

Второе слагаемое в правой части уравнения (1) является динамическим членом, представляет собой производную толщины пленки (зазора) от времени  $\partial h / \partial t$ , отражает влияние малых скоростей смещения центра вала на распределение давления в смазочном слое. Вид его функциональной зависимости выбран таким образом, чтобы корректно учитывать проекцию скорости на направление зазора в полярной системе координат. Это расширение Рейнольдсовой модели делает возможным расчет

динамических коэффициентов, используемых в анализе устойчивости роторно-подшипниковых систем.

Рассматривается поведение центра вала, отклоняющегося от положения статического равновесия на малую величину. Смещение определяется в виде вектора безразмерного эксцентриситета вала:

$$\varepsilon(t) = \{\varepsilon_x(t), \varepsilon_y(t)\}, \quad (2)$$

$$\varepsilon_x = e_x / c, \quad \varepsilon_y = e_y / c,$$

и скорости смещения вала:

$$\varepsilon'(t) = \{\varepsilon'_x(t), \varepsilon'_y(t)\}, \quad (3)$$

$$\varepsilon'_x = \dot{e}_x / (c\omega), \quad \varepsilon'_y = \dot{e}_y / (c\omega).$$

Для расчета коэффициентов жесткости  $k_{ij}$  и демпфирования  $c_{ij}$ , определяемых как производная компонент силы от безразмерных смещений (2) и их скоростей (3), используется аппроксимация центральной разностью. Этот подход позволяет численно оценить производные, поскольку аналитическая зависимость сил от переменных отсутствует. На рис. 2 показаны компоненты жесткости и демпфирования роторно-подшипниковой системы.

Коэффициенты определяются по следующим формулам:

$$k_{ij} = \frac{F_i(\varepsilon_j + \Delta\varepsilon) - F_i(\varepsilon_j - \Delta\varepsilon)}{2\Delta\varepsilon} \frac{1}{c}, \quad (4)$$

$$c_{ij} = \frac{F_i(\varepsilon'_j + \Delta\varepsilon') - F_i(\varepsilon'_j - \Delta\varepsilon')}{2\Delta\varepsilon'} \frac{1}{c\omega}, \quad (5)$$

где  $F_i$  – размерные компоненты силы со стороны смазочного слоя по направлению  $i \in \{x, y\}$ , вычисляемые численно на основе распределения давления. Значения сил, используемых для расчета коэффициентов, получаются, соответственно, из решения стационарного уравнения Рейнольдса [44] для  $k_{ij}$  («квазистатический» подход) и его динами-

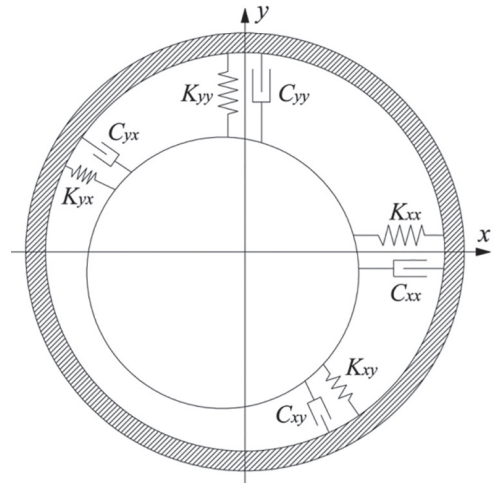


Рис. 2. Схематическое представление компонентов жесткости и демпфирования

Fig. 2. Physical representation of stiffness and damping coefficient

ческого аналога (1) для  $c_{ij}$ , как отклик на скорость  $\partial h / \partial t$ .

Для сопоставимости параметров при одинаковых режимных и масштабных условиях размерные коэффициенты жесткости и демпфирования приводятся к безразмерному виду. Размерные коэффициенты  $k_{ij}$  и  $c_{ij}$  нормируются на масштабирующие множители  $K_{scale}$  и  $C_{scale}$ , зависящие от вязкости, геометрии подшипника и режима его работы:

$$K_{ij} = k_{ij} / K_{scale}, \quad C_{ij} = c_{ij} / C_{scale}, \quad (6)$$

$$K_{scale} = \eta \omega L / \psi^3, \quad C_{scale} = \eta L / \psi^3, \quad (7)$$

где  $\eta$  – динамическая вязкость смазки, Па·с;  $\psi = c / R$ .

На основе безразмерных коэффициентов  $K_{ij}$  и  $C_{ij}$  вводятся три параметра, характеризующие устойчивость линейной роторно-подшипниковой системы:

- эквивалентная жесткость:

$$K_{eq} = \frac{K_{xx} C_{yy} + K_{yy} C_{xx} - K_{xy} C_{yx} - K_{yx} C_{xy}}{C_{xx} + C_{yy}} \quad (8)$$

- показатель устойчивости (декремент затухания):

$$\gamma_{st}^2 = \frac{(K_{eq} - K_{xx})(K_{eq} - K_{yy}) - K_{xy}K_{yx}}{C_{xx}C_{yy} - C_{xy}C_{yx}} \quad (9)$$

- критическая скорость потери устойчивости:

$$\omega_{st} = K_{eq} / \gamma_{st}^2 \quad (10)$$

Параметр  $K_{eq}$  служит обобщенной характеристикой жесткости смазочного слоя и определяет потенциальную способность системы к устойчивости. Показатель устойчивости  $\gamma_{st}^2$  отражает способность демпфирующей части сопротивляться колебаниям. Предельная скорость  $\omega_{st}$  указывает на граничное значение угловой скорости, выше которого система теряет устойчивость.

Оценка устойчивости производится следующим образом: если  $K_{eq} < 0$ , то система абсолютно неустойчива при любом режиме; если  $K_{eq} > 0$  и  $\gamma_{st}^2 < 0$ , то система абсолютно устойчива; если  $K_{eq} > 0$

и  $\gamma_{st}^2 > 0$ , то возможна потеря устойчивости при достижении критической скорости  $\omega_{st}$ .

Также помимо статической устойчивости системы для более строгой оценки ее устойчивости используется подход, основанный на уравнениях движения ротора с периодическим возмущением. Такой подход позволяет напрямую оценить устойчивость системы, ее переходные характеристики и построить орбиту смещения ротора.

В размерной форме уравнение движения ротора

$$m_0 \ddot{e}(t) + \mathbf{C} \dot{e}(t) + \mathbf{K} e(t) = \mathbf{F}_0 \cos(\omega t) \quad (11)$$

где  $e = (e_x \ e_y)^T$  – смещение центра ротора;  $m_0$  – масса ротора;  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{K}$  – матрицы демпфирования и жесткости;  $F_0$  – амплитуда внешней силы.

Уравнение (11) приводится к безразмерной форме:

$$m^* \frac{d^2 \varepsilon}{d\tau^2} + \mathbf{C}^* \frac{d\varepsilon}{d\tau} + \mathbf{K}^* \varepsilon = \mathbf{F}^* \cos \tau \quad (12)$$

### Входные параметры для анализа гидродинамического подшипника скольжения

#### Input parameters for hydrodynamic journal bearing analysis

Параметр	Значение
Плотность масла, кг/м <sup>3</sup>	850
Температура подаваемого масла, °С	80
Динамическая вязкость масла (при 80 °С), Па·с	0,01105
Частота вращения вала, об/мин	2980
Масса ротора, кг	296
Амплитуда внешней силы, кН	10,3
Длина большой полуоси эллипса, мм	2,41
Длина малой полуоси эллипса, мм	2,214
Глубина углублений, мкм	10
Область углублений, °	90..175
Число углублений по оси φ	8
Число углублений по оси Z	11
Количество узлов сетки по оси φ	500
Количество узлов сетки по оси Z	500

где  $m^* = m_0 \cdot \omega / K_{scale}$ ;  $\varepsilon = e / c$ ;  $\tau = \omega t$ ;  $C^* = C / C_{scale}$ ;  $K^* = K / K_{scale}$ ;  $F^* = F_0 / (c \cdot K_{scale})$ .

В целях численного интегрирования уравнение (12) нужно привести к форме  $\dot{x} = f(x, t)$ , которую используют численные решатели. Для этого введем вектор состояния

$$\mathbf{x}(\tau) = (\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \dot{\varepsilon}_x \quad \dot{\varepsilon}_y)^T.$$

Тогда уравнение (12) можно представить в виде системы 4-линейных уравнений 1-го порядка, что в матричной форме имеет вид

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(F^* \cos \tau), \quad (13)$$

где матрицы  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  выражаются следующим образом:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\frac{1}{m^*} \mathbf{K}^* & -\frac{1}{m^*} \mathbf{C}^* \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{1}{m^*} \mathbf{I} \end{pmatrix},$$

где  $\mathbf{0}$  и  $\mathbf{I}$  — нулевая и единичная матрицы соответственно.

Проанализировать устойчивость ротора можно через собственные значения матрицы  $\mathbf{A}$ . При этом наибольшая действительная часть собственного числа  $\text{Re}(\lambda)$  матрицы  $\mathbf{A}$  служит критерием устойчивости: если  $\max \text{Re}(\lambda) < 0$ , то система асимптотически устойчива, иначе возникает неустойчивость.

Процесс численного моделирования уравнения (13) осуществлялся с помощью языка программирования Python с использованием жестко-устойчивого метода «Backward Differentiation Formula». Данный метод хорошо подходит для систем с выраженными демпфирующими и упругими составляющими, обеспечивая устойчивость при большом шаге по безразмерному времени  $\tau$  [46].

В таблице представлены свойства смазочного материала и другие входные параметры модели, используемые в численных расчетах. Геометрия подшипникового узла представлена на рис. 1. Параметры эксплуатации подшипникового узла были заданы на основе реальных условий работы центробежного насоса согласно его характеристикам. Параметры эллипсоидального рельефа поверхности установлены на основе исследования статических характеристик подшипникового узла [44].

### Результаты и их обсуждение

Для оценки динамики и устойчивости роторно-подшипниковой системы произведено сравнение гладких и эллипсоидальных рельефных рабочих поверхностей подшипников скольжения в условиях внешнего возмущения и проанализированы динамические характеристики системы. Рассматривались матрицы жесткости  $\mathbf{K}$  и демпфирования  $\mathbf{C}$ , как в локальной, так и в интегральной постановке. Также были получены орбиты движения центра ротора под действием периодической силы.

Построение локальных коэффициентов жесткости и демпфирования, представленных на рис. 2, позволяет проанализировать влияние рельефа поверхности на распределение динамических свойств подшипника по окружному направлению, что важно для точного анализа устойчивости и вибрационного отклика ротора. На рис. 3 и 4 представлены соответственно компоненты матриц жесткости  $\mathbf{K}$  и демпфирования  $\mathbf{C}$  в угловом распределении оси  $\varphi$  при наличии и отсутствии рельефа поверхности в виде эллипсоидальных углублений.

На всех графиках отчетливо виден одиночный всплеск локальных коэффициентов вблизи угла  $\varphi \approx \pi$ , соответствующего области минимального зазора и максимального давления в масляном

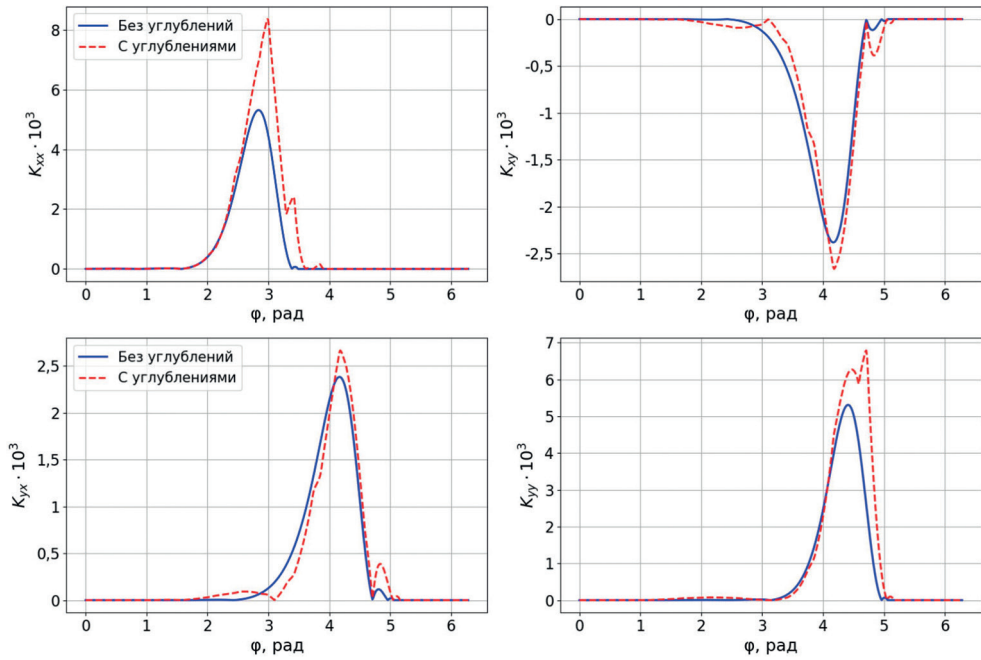


Рис. 3. Распределение коэффициентов жесткости по окружности подшипника  
 Fig. 3. Stiffness coefficients in the circumferential directions for journal bearing

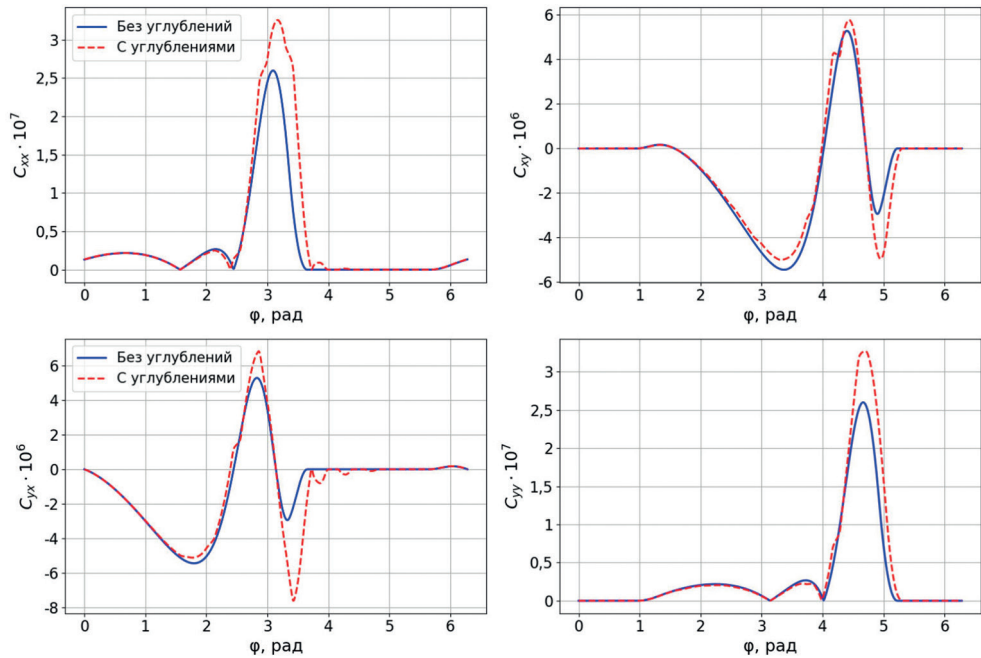


Рис. 4. Распределение коэффициентов демпфирования по окружности подшипника  
 Fig. 4. Damping coefficients in the circumferential directions for journal bearing

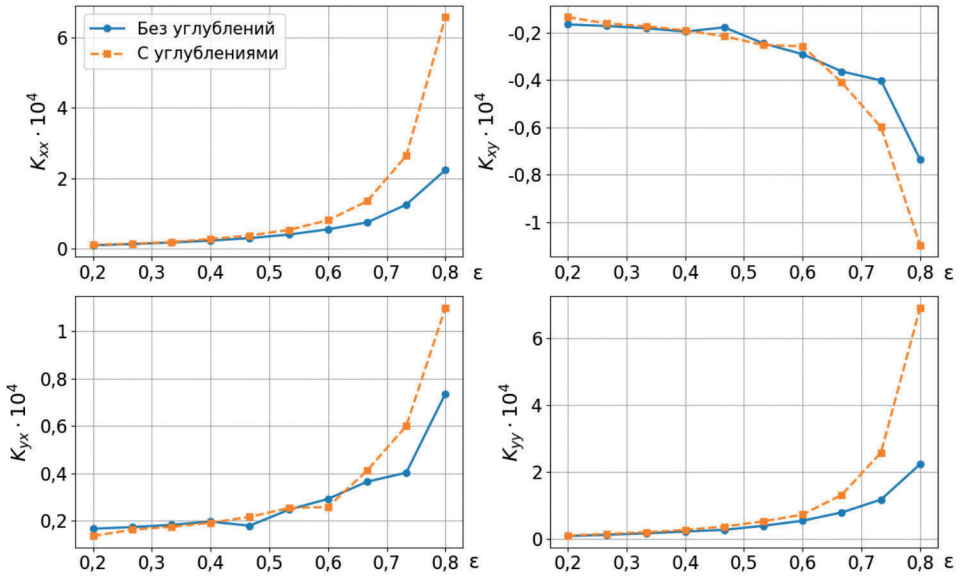


Рис. 5. Зависимость коэффициентов жесткости от эксцентриситета системы  
 Fig. 5. Variation of stiffness coefficients of lubricant film versus the system eccentricity

клине. Добавление эллипсоидальных углублений приводит к увеличению амплитуды этого пика и его локальной деформации. У прямой жесткости  $K_{xx}$  наблюдается значительный прирост с

более выраженным и острым максимумом, что указывает на усиление сопротивления радиальному смещению вала в области контакта. Для прямых (осевых) коэффициентов демпфирования  $C_{xx}$  и

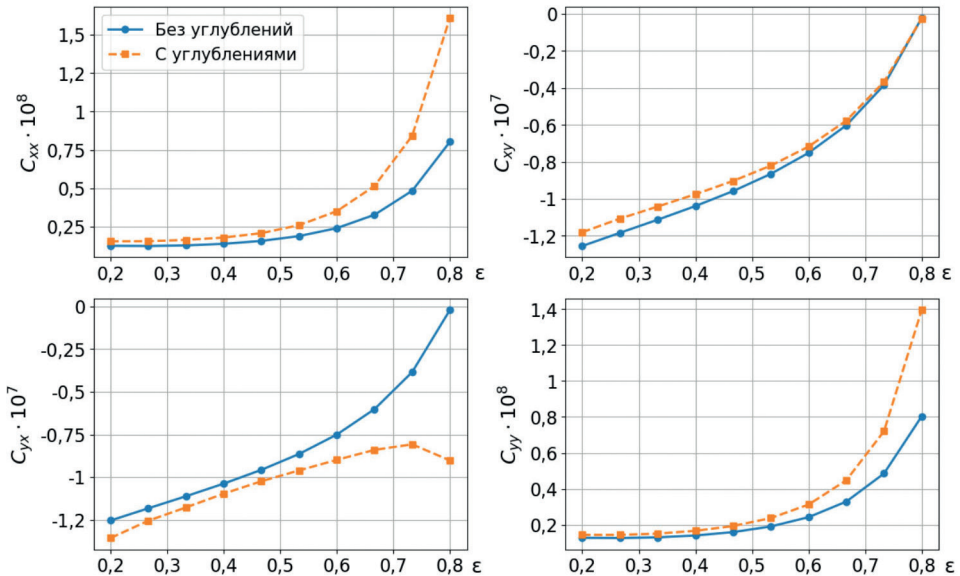


Рис. 6. Зависимость коэффициентов демпфирования от эксцентриситета системы  
 Fig. 6. Variation of damping coefficients of lubricant film versus the system eccentricity

$C_{yy}$  при сохранении общей формы пика становятся выше, а фоновый уровень остается в пределах допустимой флуктуации. Это свидетельствует о росте способности подшипника рассеивать колебательную энергию. Перекрестные компоненты матриц  $K_{xy}$ ,  $K_{yx}$ ,  $C_{xy}$ ,  $C_{yx}$  демонстрируют картину, близкую по форме к прямым коэффициентам с умеренным смещением экстремумов и небольшим увеличением амплитуд. Такие изменения могут быть обусловлены нарушением симметрии потока и перераспределением градиентов давления в зонах рельефа. Вне пиков, где зазор велик, а давление мало, значения всех коэффициентов стремятся к нулю. Графики в этих участках практически совпадают, что говорит о локализованности влияния рельефа в пределах активной зоны смазочного клина.

Для оценки изменения динамических свойств роторно-подшипниковой системы при изменении эксцентриситета  $\varepsilon$  локальные распределения были усреднены по окружности; получены зависимости коэффициентов жесткости и демпфирования от  $\varepsilon$  для гладкого и модифицированного подшипников (рис. 5 и 6).

При увеличении эксцентриситета  $\varepsilon$  прямые коэффициенты жесткости и демпфирования возрастают, причем при наличии рельефа поверхности значения  $K_{xx}$  и  $C_{xx}$  заметно выше, особенно при больших  $\varepsilon$ . Это указывает на усиление «подпора» смазочным слоем и повышение устойчивости системы. Перекрестные компоненты матриц жесткости и демпфирования сохраняют форму на графиках и порядок для значений, но в ряде случаев с рельефом наблюдается небольшое снижение по модулю, что может способствовать стабилизации движения ротора.

Для обобщенной оценки устойчивости роторно-подшипниковой системы были вычислены три ключевых показателя: эквивалентная жесткость  $K_{eq}$ , декремент затухания  $\gamma_{st}^2$  и критическая скорость потери устойчивости  $\omega_{st}$ . Эти характеристики позволяют свести поведение системы к скалярным параметрам и напрямую оценить влияние модификации поверхности на устойчивость ротора (рис. 7).

Сводные графики (см. рис. 7) показывают, что рельеф поверхности повышает эквивалентную жесткость  $K_{eq}$ :

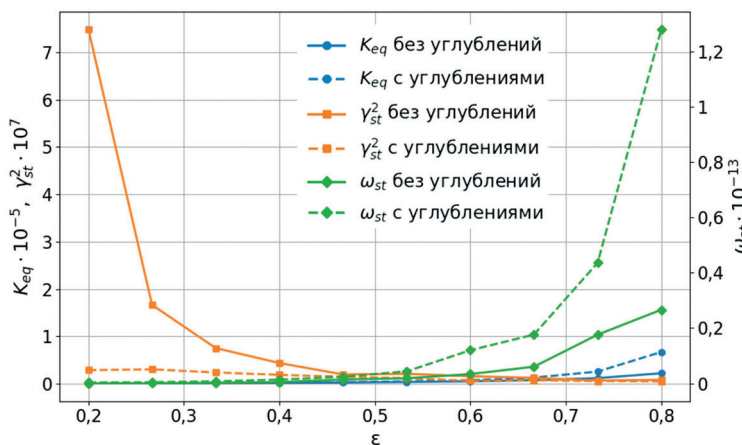


Рис. 7. Зависимость эквивалентной жесткости  $K_{eq}$ , декремента затухания  $\gamma_{st}^2$  и критической скорости  $\omega_{st}$  от эксцентриситета системы

Fig. 7. Variation of equivalent stiffness  $K_{eq}$ , damping decrement  $\gamma_{st}^2$  and the threshold speed  $\omega_{st}$  versus the system eccentricity

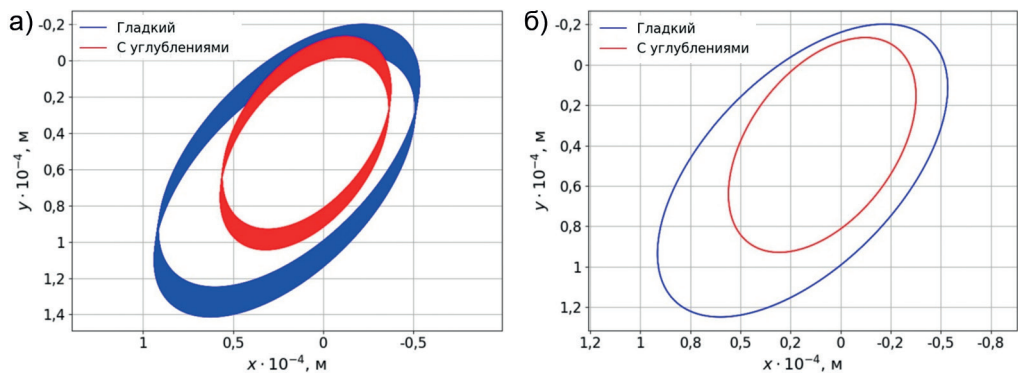


Рис. 8. Орбита центра ротора: при моделировании в течение 1000 с (а); за 2 периода действия внешней силы (б)

Fig. 8. Orbits of the rotor center: during simulation for 1000 s (a); the period-two motion (b)

начиная с эксцентриситета  $\varepsilon \approx 0,5$ , прирост достигает 40%, а при  $\varepsilon \approx 0,8$  увеличивается более чем втрое, чем обеспечивается существенно более жесткое удержание вала ввиду создания более крутого клина смазочного слоя и соответствующего повышения давления. При этом декремент затухания  $\gamma_{st}^2$ , характеризующий внутреннее демпфирование системы, для рельефного подшипника на малых смещениях  $\varepsilon$  ниже, однако в рабочем диапазоне  $\varepsilon \geq 0,5$  остается сопоставимым с гладкой опорой. Это отражает корректность разработанной модели (13): в случае и по аналогии с одномассовой системой повышение ее жесткости  $k$  снижает относительное затухание  $\zeta = c / [2(m \cdot k)^{1/2}]$  и декремент затухания  $\gamma_{st}^2 = 2\pi\zeta$ . Критическое значение скорости потери устойчивости  $\omega_{st}$  возрастает особенно резко — прирост до пяти раз при  $\varepsilon \approx 0,8$ , чем значительно расширяет безопасный диапазон оборотов на высоких нагрузках. Следовательно, для типовых эксцентриситетов роторно-подшипниковой системы центробежных насосов эллипсоидальные углубления дают чистый выигрыв по жесткости и запасу устойчивости при сопоставимом с гладким подшипником демпфировании, однако при предельных смещениях целесообразно допол-

нительно контролировать вибрации и температуру системы, учитывая небольшое снижение способности системы гасить колебания.

В завершение анализа динамических характеристик рассмотрим непосредственное поведение ротора во времени. Для этого численно решалась система дифференциальных уравнений движения (13). Результатом являются траектории движения вала в плоскости сечения подшипника — орбиты центра ротора (рис. 8). Орбиты позволяют визуально оценить влияние рельефа поверхности на устойчивость и характер колебаний.

Полученные орбиты (см. рис. 8) наглядно демонстрируют, что траектория ротора в подшипнике с эллипсоидальными углублениями остается внутри орбиты гладкой опоры, а площадь стационарной петли уменьшается почти наполовину ( $\approx 49\%$ ). Такое сокращение геометрической площади соответствует пропорциональному снижению амплитуды установившихся колебаний при той же возмущающей силе. Практически это означает, что рельефный вкладыш формирует более жесткий и одновременно способствующий демпфированию смазочный клин: локальные зоны повышенного давления, возникающие над углублениями, усиливают реактивную

жесткость и рассеивают вибрационную энергию, ограничивая радиальные отклонения вала. Тем самым рельеф поверхности повышает виброустойчивость узла и расширяет безопасный диапазон работы насоса, снижая риск выхода ротора на критическую орбиту.

### **Заключение**

Концепция работы заключалась в исследовании гипотезы повышения динамических характеристик и устойчивости роторно-подшипниковой системы центробежного насоса на основе бионической стратегии использования эллипсоидальных углублений, составляющих рельеф рабочей поверхности вкладыша опорного гидродинамического подшипника скольжения, и базировалась на численных расчетах, выполненных на основе безразмерной модели уравнения Рейнольдса и системы уравнений движения ротора. В целом, проведенные исследования показали, что подобная модификация рабочей поверхности вкладыша существенно влияет как на статические [44], так и на динамические характеристики роторно-подшипниковой системы, улучшая эксплуатационные показатели в сравнении с гладким подшипником: увеличивается несущая способность, снижается коэффициент трения, повышается устойчивость ротора.

Резюмируя основные результаты проведенного исследования, можно сделать следующие выводы.

1. Разработана численная модель динамики ротора, поддерживаемого подшипником с рельефом рабочей поверхности, на основе безразмерной модификации уравнения Рейнольдса с явным динамическим членом, зависящим от малых скоростей смещения центра вала в радиальной плоскости, а также метода конечно-разностной аппроксимации. Математическая модель позволяет получать динамические характеристики

для подшипника со сложной геометрией напрямую из решения уравнения давления, а не через упрощенные формулы или квазистатику, с приемлемой степенью точности и существенной экономией времени и других ресурсов на проведение исследований, что, как ожидается, будет полезно для исследователей и проектировщиков подшипников насосов, а также иных горных машин для разрушения, добычи, размола и перемещения твердых пород, где используются опоры скольжения.

2. Устойчивость системы оценивалась двумя путями: через скалярные параметры (эквивалентная жесткость, декремент затухания, критическая скорость потери устойчивости) и спектр собственных значений матриц системы ротора; через прямое численное интегрирование дифференциального уравнения динамики ротора и анализ орбит. Для рабочих смещений вала центробежного насоса получено, что в модифицированном подшипнике при эксцентриситете  $\varepsilon \approx 0,5$  прирост эквивалентной жесткости составил более 70%, а при  $\varepsilon \approx 0,8$  — почти втрое, что указывает на существенное усиление удерживающего действия смазочного слоя. Декремент затухания сохраняется на уровне гладкого подшипника без признаков деградации демпфирования. Критическая скорость потери устойчивости монотонно возрастает с увеличением  $\varepsilon$  и при  $\varepsilon \geq 0,7$  существенно превышает значения для гладкой опоры, расширяя рабочий диапазон безопасных оборотов без последующего падения устойчивости.

3. Форма орбиты ротора в подшипнике с эллипсоидальными углублениями становится заметно компактнее, а площадь установившейся траектории снижается почти на 50%. Это наглядно показывает уменьшение амплитуды колебаний и общее повышение виброустойчивости системы.

4. Как показал анализ устойчивости роторно-подшипниковой системы, специальный рельеф поверхности может послужить практичным инструментом управления ее динамикой посредством направления и усиления гидродинамического клина — градиента толщины смазочной пленки, а значит и распределения вклада прямых и перекрестных коэффициентов жесткости и демпфирования. Это может быть использовано в дальнейших исследованиях для совершенствования динамики в гидродинамических подшипниках

поиском баланса и оптимума упругодемпфирующих характеристик, например, ориентацией эллипсоидных углублений.

Положения текущего исследования после соответствующих производственных испытаний могут быть внедрены в инженерную практику при проектировании и ремонте подшипниковых узлов, в частности для борьбы с вибрациями роторов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dou S., Xu D., Zhu Y., Keenan R.* Critical mineral sustainable supply: challenges and governance // *Futures*. 2023, vol. 146, article 103101. DOI: 10.1016/j.futures.2023.103101.
2. *Захаров В. Н., Галченко Ю. П., Калабин Г. В.* Научное обоснование и разработка гибридной природоподобной технологии декарбонизации газовых выбросов в атмосферу при угольной генерации энергии // *Уголь*. — 2025. — № 8. — С. 58–64. DOI: 10.18796/0041-5790-2025-8-58-64.
3. *Hodge R. A., Ericsson M., Löf O., Löf A., Semkowich P.* The global mining industry: corporate profile, complexity, and change // *Mineral Economics*. 2022, vol. 35, pp. 587–606. DOI: 10.1007/s13563-022-00343-1.
4. *Тынченко Я. А., Кукарцев В. В., Башмур К. А., Xiaogang Wu, Севрюгина Н. С.* Вероятностный анализ показателей надежности насосов с помощью нейронной сети // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. — 2024. — № 7-1. — С. 126–136. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2024\_71\_0\_126.
5. *Werbinska-Wojciechowska S., Rogowski R.* Proactive maintenance of pump systems operating in the mining industry — A systematic review // *Sensors*. 2025, vol. 25, article 2365. DOI: 10.3390/s25082365.
6. *Kukartsev V. A., Kukartsev V. V., Tynchenko V. S., Bukhtoyarov V. V., Tynchenko V. V., Sergienko R. B., Bashmur K. A., Lysyannikov A. V.* The technology of using liquid glass mixture waste for reducing the harmful environmental impact // *Materials*. 2022, vol. 15, article 1220. DOI: 10.3390/ma15031220.
7. *Васильева М. А., Голик В. И., Зеленцова А. А.* Методы интенсификации трубопроводного транспортирования гидросмесей при закладке выработанного пространства // *Записки Горного института*. — 2025. — Т. 274. — С. 104–116.
8. *Исаметова М. Е., Смаилова Г. А., Абиляир Ж. Н., Уалиев Ж.* Оптимизация работы центробежного насоса в условиях горнопромышленных предприятий // *Устойчивое развитие горных территорий*. — 2024. — Т. 16. — № 3. — С. 1192–1204. DOI: 10.21177/1998-4502-2024-16-3-1192-1204.
9. *Kongar-Syuryun C., Babyr N., Klyuev R., Khayrutdinov M., Zaalishvili V., Agafonov V.* Model for assessing efficiency of processing geo-resources, providing full cycle for development — Case study in Russia // *Resources*. 2025, vol. 14, article 51. DOI: 10.3390/resources14030051.
10. *Зотов В. В., Мнацаканян В. У., Базлин М. М., Лакшинский В. С., Дятлова Е. В.* Повышение ресурса рабочих колес центробежных насосов шахтного водоотлива // *Горная промышленность*. — 2024. — № 2. — С. 143–146. DOI: 10.30686/1609-9192-2024-2-143-146.
11. *Овчинников Н. П.* Оценка степени влияния твердой фазы шахтных вод на долговечность узла гидравлической пяты секционного насоса главной водоотливной установки рудника «Удачный» // *Устойчивое развитие горных территорий*. — 2022. — Т. 14. — № 3. — С. 494–500. DOI: 10.21177/1998-4502-2022-14-3-494-500.
12. *Морин А. С., Мигунов В. И., Шульгина К. А.* Анализ амплитудно-частотных характеристик виброакустических сигналов при мониторинге технического состояния карьерной водоот-

ливной установки // Уголь. — 2022. — № 10. — С. 33–39. DOI: 10.18796/0041-5790-2022-10-33-39.

13. Shi X. Operational state monitoring and fuzzy fault diagnostic system of mine drainage // Mining Science and Technology. 2010, vol. 20, pp. 581–584. DOI: 10.1016/S1674-5264(09)60248-9.

14. Овчинников Н. П. Разработка математической модели долговечности многоступенчатых насосов, применяемых в системах водоотлива кимберлитовых рудников // Устойчивое развитие горных территорий. — 2025. — Т. 17. — № 1. — С. 126–133. DOI: 10.21177/1998-4502-2025-17-1-126-133.

15. Wang Q., Geng P., Qiu H., Zhang J., Zhao R. Development of intelligent automatic water intake system for open-pit mine // Journal of Physics: Conference Series. 2023, vol. 2591, article 012057. DOI: 10.1088/1742-6596/2591/1/012057.

16. Герике П. Б., Герике Б. Л. Моделирование деградации фактического состояния подшипников на основе использования единого диагностического критерия // Горная промышленность. — 2023. — № S2. — С. 32–36. DOI: 10.30686/1609-9192-2023-S2-32-36.

17. Ovchinnikov N. P., Krasnoshtanov S. Yu. Improving the efficiency of pumping equipment at the gold mining companies of the Far North // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2021, vol. 808, article 012053. DOI: 10.1088/1755-1315/808/1/012053.

18. Nie S., He H., Ji H., Nie S., Yan X., Yin F. Failure analysis of auxiliary support bearing/shaft tribopair in seawater hydraulic axial piston pump // Engineering Failure Analysis. 2023, vol. 146, article 107069. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2023.107069.

19. Lee J.-J., Kim Y., Lee T., Kim M.-S., Kim J.-H., Tak H.-J., Park J.-W., Oh D. Investigation of failure causes of oil pump based on operating conditions // Applied Sciences. 2023, vol. 13, article 4308. DOI: 10.3390/app13074308.

20. Gu Y., Yang A., Böhle M., Zhao W. Investigation of hydrodynamic lubricant film breakdown between the journal and bearing in a high-speed coolant pump of electric vehicles // Engineering Failure Analysis. 2024, vol. 160, article 108218. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2024.108218.

21. Guo H., Duan H., Lei J., Wang D., Du S., Zhang Y., Ding Z. Failure analysis of automobile engine pump shaft bearing // Advances in Mechanical Engineering. 2021, vol. 13. DOI: 10.1177/16878140211009411.

22. Gupta R. K., Singh R. C. Dynamic experimental investigation and optimization of flexible rotor vibration control using squeeze film damper // Journal of Vibration Engineering & Technologies. 2025, vol. 13, article 79. DOI: 10.1007/s42417-024-01593-9.

23. Kim S., Shin D., Palazzolo A. B. A review of journal bearing induced nonlinear rotordynamic vibrations // Journal of Tribology. 2021, vol. 143, article 111802. DOI: 10.1115/1.4049789.

24. Lu D., Wang M., Xu Y., Wang X., Wang S. Analytical determination of stick–slip whirling vibrations and bifurcations in rotating machinery // Applied Sciences. 2024, vol. 14, article 7338. DOI: 10.3390/app14167338.

25. Hao X., Sun H., Wang L., Ali Q., Li L., He N. Fabrication of micro-texture on cylindrical inner surface and its effect on the stability of hybrid bearing // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2020, vol. 109, pp. 1671–1680. DOI: 10.1007/s00170-020-05750-8.


26. Wang Z., Ye R., Xiang J. The performance of textured surface in friction reducing: A review // Tribology International. 2023, vol. 177, article 108010. DOI: 10.1016/j.triboint.2022.108010.

27. Talamanov V. N., Khekert E. V., Dubrovin R. G., Kozenkova G. L., Kozenkov V. A. Vibrorolling of partially regular microreliefs for mining equipment surfaces // News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Series of Geology and Technical Sciences. 2024, vol. 6, pp. 155–166. DOI: 10.32014/2024.2518-170X.467.

28. Sharma N., Verma R., Sharma S., Kango S. Qualitative potentials of surface textures and coatings in the performance of fluid-film bearings: A critical review // Surface Topography: Metrology and Properties. 2021, vol. 9, article 013002. DOI: 10.1088/2051-672X/abdda0.

29. Lu M., Gu C., Shen J. Optimum texture shape under different lubrication conditions applied to the start-up phase of journal bearings // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology. 2024, vol. 238, pp. 1610–1625. DOI: 10.1177/13506501241272916.

30. Qiu M., Minson B. R., Raeymaekers B. The effect of texture shape on the friction coefficient and stiffness of gas-lubricated parallel slider bearings // Tribology International. 2013, vol. 67, pp. 278–288. DOI: 10.1016/j.triboint.2013.08.004.

31. *Shinde A., Pawar P., Shaikh P., Wangikar S., Salunkhe S., Dhamgaye V.* Experimental and numerical analysis of conical shape hydrodynamic journal bearing with partial texturing // *Procedia Manufacturing*. 2018, vol. 20, pp. 300 – 310. DOI: 10.1016/j.promfg.2018.02.045.
32. *Lee S., Jang D., Wang X. Y., Kim P., Sun W., Seok J.* Lubrication characteristics of a textured porous sliding bearing // *Advances in Mechanical Engineering*. 2015, vol. 7, pp. 1 – 13. DOI: 10.1177/1687814015573618.
33. *Dong J., Wang X., Zhang J., Xiang X., Nie Z., Shen J.* An experimental research on the vibration of surface-textured journal bearings // *Shock and Vibration*. 2017, vol. 2017, article 1261826. DOI: 10.1155/2017/1261826.
34. *Zhang J., Li G., Wang X., Xin X., Hua Z.* Experimental study on the effect of surface texture on the dynamic performance of journal bearing // *Lecture Notes in Electrical Engineering*. 2018, vol. 451, pp. 131 – 142. DOI: 10.1007/978-981-10-5768-7\_13.
35. *Chen C., Wang X., Shen Y., Li Z., Dong J.* Experimental investigation for vibration reduction of surface-textured journal bearings // *Industrial Lubrication and Tribology*. 2018, vol. 71, pp. 232 – 241. DOI: 10.1108/ILT-05-2018-0173.
36. *Arif M., Kango S., Shukla D. K., Singh S.* Investigating linear and non-linear dynamic characteristics of textured journal bearings with slip boundary condition and pseudoplastic lubricants: a numerical study // *Physica Scripta*. 2024, vol. 99, article 095246. DOI: 10.1088/1402-4896/ad6ae2.
37. *Guo J., Han Y., Xiao K.* Evaluation of linear and nonlinear methods for predicting the dynamic behavior of plain and textured water-lubricated bearings // *Physics of Fluids*. 2025, vol. 37, article 083621. DOI: 10.1063/5.0280770.
38. *Smolík L., Rendl J., Omasta M., Byrtus M., Šperka P., Polach P., Hartl M., Hajžman M.* Comprehensive analysis of fluid-film instability in journal bearings with mechanically indented textures // *Journal of Sound and Vibration*. 2023, vol. 546, article 117454. DOI: 10.1016/j.jsv.2022.117454.
39. *Feng H., Gao Z., Van Ostayen R. A. J., Zhang X.* A numerical investigation of the effects of groove texture on the dynamics of a water-lubricated bearing – rotor system // *Lubricants*. 2023, vol. 11, article 242. DOI: 10.3390/lubricants11060242.
40. *Sharma S., Jamwal G., Awasthi R. K.* Dynamic and stability performance improvement of the hydrodynamic bearing by using triangular-shaped textures // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2020, vol. 234, pp. 1436 – 1451. DOI: 10.1177/1350650119891513.
41. *Singh N., Awasthi R. K.* Influence of texture geometries on the performance parameters of hydrodynamic journal bearing // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2021, vol. 235, pp. 2056 – 2072. DOI: 10.1177/1350650120982691.
42. *Liang Y., Wang W., Zhang Z., Xing H., Wang C., Zhang Z., Guan T., Gao D.* Effect of material selection and surface texture on tribological properties of key friction pairs in water hydraulic axial piston pumps: a review // *Lubricants*. 2023, vol. 11, article 324. DOI: 10.3390/lubricants11080324.
43. *Cheng H., Ce G., Tao X.* Bionic design inspired by surface texture of Cybister's Elytra // *Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*. 2018, vol. 35(S), pp. 51 – 58. DOI: 10.16356/j.1005-1120.2018.S.051.
44. *Башмур К. А., Загуляев А. В., Агафонов Е. Д., Небылицын М. В.* Потенциал устойчивого развития горной техники с опорами скольжения на основе концепций «зеленой трибологии» // *Устойчивое развитие горных территорий*. – 2025. – Т. 17. – № 2. – С. 787 – 797. DOI: 10.21177/1998-4502-2025-17-2-787-797.
45. *Guo J., Cohen I., Goltzberg R., Han Y., Groper M.* Assessing Reynolds and Jakobsson – Floberg – Olsson models for infinitely long water-lubricated partial journal bearings: static and dynamic performance predictions compared to computational fluid dynamics analysis // *Physics of Fluids*. 2024, vol. 36, article 123618. DOI: 10.1063/5.0239832.
46. *Zhao Y.-L., Gu X.-M.* A low-rank algorithm for strongly damped wave equations with viscoelastic damping and mass terms // *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*. 2025, vol. 59, pp. 1747 – 1761. DOI: 10.1051/m2an/2025042. 

## REFERENCES

1. *Dou S., Xu D., Zhu Y., Keenan R.* Critical mineral sustainable supply: challenges and governance. *Futures*. 2023, vol. 146, article 103101. DOI: 10.1016/j.futures.2023.103101.

2. Zakharov V. N., Galchenko Yu. P., Kalabin G. V. Scientific substantiation and development of a hybrid nature-like technology for decarbonization of gas emissions into the atmosphere during coal-fired power generation. *Ugol'*. 2025, no. 8, pp. 58–64. [In Russ]. DOI: 10.18796/0041-5790-2025-8-58-64.
3. Hodge R. A., Ericsson M., Löf O., Löf A., Semkovich P. The global mining industry: corporate profile, complexity, and change. *Mineral Economics*. 2022, vol. 35, pp. 587–606. DOI: 10.1007/s13563-022-00343-1.
4. Tynchenko Ya. A., Kukartsev V. V., Bashmur K. A., Xiaogang Wu, Sevryugin N. S. Probabilistic analysis of pump reliability indicators using a neural network. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2024, no. 7-1, pp. 126–136. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2024\_71\_0\_126.
5. Werbinska-Wojciechowska S., Rogowski R. Proactive maintenance of pump systems operating in the mining industry – A systematic review. *Sensors*. 2025, vol. 25, article 2365. DOI: 10.3390/s25082365.
6. Kukartsev V. A., Kukartsev V. V., Tynchenko V. S., Bukhtoyarov V. V., Tynchenko V. V., Sergienko R. B., Bashmur K. A., Lysannikov A. V. The technology of using liquid glass mixture waste for reducing the harmful environmental impact. *Materials*. 2022, vol. 15, article 1220. DOI: 10.3390/ma15031220.
7. Vasilyeva M. A., Golik V. I., Zelentsova A. A. Methods of intensification of pipeline transportation of hydraulic mixtures when backfilling mined-out spaces. *Journal of Mining Institute*. 2025, vol. 274, pp. 104–116. [In Russ].
8. Isametova M. E., Smailova G. A., Abilkhair J. N., Ualiyev Zh. Optimization of the operation of the centrifugal pump in the conditions of mining and industrial enterprises. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2024, vol. 16, no. 3, pp. 1192–1204. [In Russ]. DOI: 10.21177/1998-4502-2024-16-3-1192-1204.
9. Kongar-Syuryun C., Babyr N., Klyuev R., Khayrutdinov M., Zaalishvili V., Agafonov V. Model for assessing efficiency of processing geo-resources, providing full cycle for development – Case study in Russia. *Resources*. 2025, vol. 14, article 51. DOI: 10.3390/resources14030051.
10. Zotov V. V., Mnatsakanyan V. U., Bazlin M. M., Lakshinsky V. S., Dyatlova E. V. Extending the service life of centrifugal dewatering pump impellers in mines. *Russian Mining Industry Journal*. 2024, no. 2, pp. 143–146. [In Russ]. DOI: 10.30686/1609-9192-2024-2-143-146.
11. Ovchinnikov N. P. Assessment of the degree of influence of the solid phase of mine water on the durability of the hydraulic foot assembly of the sectional pump of the main drainage plant of the Udachny mine. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2022, vol. 14, no. 3, pp. 494–500. [In Russ]. DOI: 10.21177/1998-4502-2022-14-3-494-500.
12. Morin A. S., Migunov V. I., Shulgina K. A. Analysis of the amplitude versus frequency response characteristic of vibroacoustic signals in monitoring the technical condition of an open-pit dewatering plant. *Ugol'*. 2022, no. 10, pp. 33–39. [In Russ]. DOI: 10.18796/0041-5790-2022-10-33-39.
13. Shi X. Operational state monitoring and fuzzy fault diagnostic system of mine drainage. *Mining Science and Technology*. 2010, vol. 20, pp. 581–584. DOI: 10.1016/S1674-5264(09)60248-9.
14. Ovchinnikov N. P. Mathematical model development of multistage pumps durability used in dewatering systems in kimberlite mines. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2025, vol. 17, no. 1, pp. 126–133. [In Russ]. DOI: 10.21177/1998-4502-2025-17-1-126-133.
15. Wang Q., Geng P., Qiu H., Zhang J., Zhao R. Development of intelligent automatic water intake system for open-pit mine. *Journal of Physics: Conference Series*. 2023, vol. 2591, article 012057. DOI: 10.1088/1742-6596/2591/1/012057.
16. Gerike P. B., Gerike B. L. Modeling degradation of the actual state of rolling bearings based on a unified diagnostic criterion. *Russian Mining Industry Journal*. 2023, no. S2, pp. 32–36. [In Russ]. DOI: 10.30686/1609-9192-2023-S2-32-36.
17. Ovchinnikov N. P., Krasnoshtanov S. Yu. Improving the efficiency of pumping equipment at the gold mining companies of the Far North. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2021, vol. 808, article 012053. DOI: 10.1088/1755-1315/808/1/012053.
18. Nie S., He H., Ji H., Nie S., Yan X., Yin F. Failure analysis of auxiliary support bearing/shaft tribopair in seawater hydraulic axial piston pump. *Engineering Failure Analysis*. 2023, vol. 146, article 107069. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2023.107069.
19. Lee J.-J., Kim Y., Lee T., Kim M.-S., Kim J.-H., Tak H.-J., Park J.-W., Oh D. Investigation of failure causes of oil pump based on operating conditions. *Applied Sciences*. 2023, vol. 13, article 4308. DOI: 10.3390/app13074308.

20. Gu Y., Yang A., Böhle M., Zhao W. Investigation of hydrodynamic lubricant film breakdown between the journal and bearing in a high-speed coolant pump of electric vehicles. *Engineering Failure Analysis*. 2024, vol. 160, article 108218. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2024.108218.
21. Guo H., Duan H., Lei J., Wang D., Du S., Zhang Y., Ding Z. Failure analysis of automobile engine pump shaft bearing. *Advances in Mechanical Engineering*. 2021, vol. 13. DOI: 10.1177/16878140211009411.
22. Gupta R. K., Singh R. C. Dynamic experimental investigation and optimization of flexible rotor vibration control using squeeze film damper. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*. 2025, vol. 13, article 79. DOI: 10.1007/s42417-024-01593-9.
23. Kim S., Shin D., Palazzolo A. B. A review of journal bearing induced nonlinear rotordynamic vibrations. *Journal of Tribology*. 2021, vol. 143, article 111802. DOI: 10.1115/1.4049789.
24. Lu D., Wang M., Xu Y., Wang X., Wang S. Analytical determination of stick – slip whirling vibrations and bifurcations in rotating machinery. *Applied Sciences*. 2024, vol. 14, article 7338. DOI: 10.3390/app14167338.
25. Hao X., Sun H., Wang L., Ali Q., Li L., He N. Fabrication of micro-texture on cylindrical inner surface and its effect on the stability of hybrid bearing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2020, vol. 109, pp. 1671 – 1680. DOI: 10.1007/s00170-020-05750-8.
26. Wang Z., Ye R., Xiang J. The performance of textured surface in friction reducing: A review. *Tribology International*. 2023, vol. 177, article 108010. DOI: 10.1016/j.triboint.2022.108010.
27. Talamanov V. N., Khekert E. V., Dubrovin R. G., Kozenkova G. L., Kozenkov V. A. Vibro-rolling of partially regular microreliefs for mining equipment surfaces. *News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Series of Geology and Technical Sciences*. 2024, vol. 6, pp. 155 – 166. DOI: 10.32014/2024.2518-170X.467.
28. Sharma N., Verma R., Sharma S., Kango S. Qualitative potentials of surface textures and coatings in the performance of fluid-film bearings: A critical review. *Surface Topography: Metrology and Properties*. 2021, vol. 9, article 013002. DOI: 10.1088/2051-672X/abda0.
29. Lu M., Gu C., Shen J. Optimum texture shape under different lubrication conditions applied to the start-up phase of journal bearings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2024, vol. 238, pp. 1610 – 1625. DOI: 10.1177/13506501241272916.
30. Qiu M., Minson B. R., Raeymaekers B. The effect of texture shape on the friction coefficient and stiffness of gas-lubricated parallel slider bearings. *Tribology International*. 2013, vol. 67, pp. 278 – 288. DOI: 10.1016/j.triboint.2013.08.004.
31. Shinde A., Pawar P., Shaikh P., Wangikar S., Salunkhe S., Dhamgaye V. Experimental and numerical analysis of conical shape hydrodynamic journal bearing with partial texturing. *Procedia Manufacturing*. 2018, vol. 20, pp. 300 – 310. DOI: 10.1016/j.promfg.2018.02.045.
32. Lee S., Jang D., Wang X. Y., Kim P., Sun W., Seok J. Lubrication characteristics of a textured porous sliding bearing. *Advances in Mechanical Engineering*. 2015, vol. 7, pp. 1 – 13. DOI: 10.1177/1687814015573618.
33. Dong J., Wang X., Zhang J., Xiang X., Nie Z., Shen J. An experimental research on the vibration of surface-textured journal bearings. *Shock and Vibration*. 2017, vol. 2017, article 1261826. DOI: 10.1155/2017/1261826.
34. Zhang J., Li G., Wang X., Xin X., Hua Z. Experimental study on the effect of surface texture on the dynamic performance of journal bearing. *Lecture Notes in Electrical Engineering*. 2018, vol. 451, pp. 131 – 142. DOI: 10.1007/978-981-10-5768-7\_13.
35. Chen C., Wang X., Shen Y., Li Z., Dong J. Experimental investigation for vibration reduction of surface-textured journal bearings. *Industrial Lubrication and Tribology*. 2018, vol. 71, pp. 232 – 241. DOI: 10.1108/ILT-05-2018-0173.
36. Arif M., Kango S., Shukla D. K., Singh S. Investigating linear and non-linear dynamic characteristics of textured journal bearings with slip boundary condition and pseudoplastic lubricants: a numerical study. *Physica Scripta*. 2024, vol. 99, article 095246. DOI: 10.1088/1402-4896/ad6ae2.
37. Guo J., Han Y., Xiao K. Evaluation of linear and nonlinear methods for predicting the dynamic behavior of plain and textured water-lubricated bearings. *Physics of Fluids*. 2025, vol. 37, article 083621. DOI: 10.1063/5.0280770.
38. Smolík L., Rendl J., Omasta M., Byrtus M., Šperka P., Polach P., Hartl M., Hajžman M. Comprehensive analysis of fluid-film instability in journal bearings with mechanically indented textures. *Journal of Sound and Vibration*. 2023, vol. 546, article 117454. DOI: 10.1016/j.jsv.2022.117454.

39. Feng H., Gao Z., Van Ostayen R. A. J., Zhang X. A numerical investigation of the effects of groove texture on the dynamics of a water-lubricated bearing – rotor system. *Lubricants*. 2023, vol. 11, article 242. DOI: 10.3390/lubricants11060242.

40. Sharma S., Jamwal G., Awasthi R. K. Dynamic and stability performance improvement of the hydrodynamic bearing by using triangular-shaped textures. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2020, vol. 234, pp. 1436–1451. DOI: 10.1177/1350650119891513.

41. Singh N., Awasthi R. K. Influence of texture geometries on the performance parameters of hydrodynamic journal bearing. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2021, vol. 235, pp. 2056–2072. DOI: 10.1177/1350650120982691.

42. Liang Y., Wang W., Zhang Z., Xing H., Wang C., Zhang Z., Guan T., Gao D. Effect of material selection and surface texture on tribological properties of key friction pairs in water hydraulic axial piston pumps: a review. *Lubricants*. 2023, vol. 11, article 324. DOI: 10.3390/lubricants11080324.

43. Cheng H., Ce G., Tao X. Bionic design inspired by surface texture of *Cybister's Elytra*. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*. 2018, vol. 35(S), pp. 51–58. DOI: 10.16356/j.1005-1120.2018.S.051.

44. Bashmur K. A., Zagulyaev A. V., Agafonov E. D., Nebylitsyn M. V. Green tribology concepts: a potential for sustainable development of the mining machinery with sliding bearings. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2025, vol. 17, no. 2, pp. 787–797. [In Russ]. DOI: 10.21177/1998-4502-2025-17-2-787-797.

45. Guo J., Cohen I., Goltsberg R., Han Y., Groper M. Assessing Reynolds and Jakobsson–Floberg–Olsson models for infinitely long water-lubricated partial journal bearings: static and dynamic performance predictions compared to computational fluid dynamics analysis. *Physics of Fluids*. 2024, vol. 36, article 123618. DOI: 10.1063/5.0239832.

46. Zhao Y.-L., Gu X.-M. A low-rank algorithm for strongly damped wave equations with viscoelastic damping and mass terms. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*. 2025, vol. 59, pp. 1747–1761. DOI: 10.1051/m2an/2025042.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Башмур Кирилл Александрович<sup>1</sup> – аспирант,  
старший преподаватель, e-mail: bashmur@bk.ru,  
Scopus Author ID: 57209698696,

ORCID ID: 0000-0002-9977-473X,

Загуляев Александр Владимирович<sup>1</sup> – аспирант,  
ассистент преподавателя, e-mail: shura.zagulyaev@mail.ru,

Scopus Author ID: 57216805089,

<sup>1</sup> Сибирский федеральный университет.

**Для контактов:** Башмур К.А., e-mail: bashmur@bk.ru.

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

K.A. Bashmur<sup>1</sup>, Graduate Student,  
Senior Lecturer, e-mail: bashmur@bk.ru,

Scopus Author ID: 57209698696,

ORCID ID: 0000-0002-9977-473X,

A.V. Zagulyaev<sup>1</sup>, Graduate Student, Teaching Assistant,

e-mail: shura.zagulyaev@mail.ru,

Scopus Author ID: 57216805089,

<sup>1</sup> Siberian Federal University, 660025, Krasnoyarsk, Russia,

**Corresponding author:** K.A. Bashmur, e-mail: bashmur@bk.ru.

Получена редакцией 15.11.2025; получена после рецензии 23.12.2025; принята к печати 10.04.2026.

Received by the editors 15.11.2025; received after the review 23.12.2025; accepted for printing 10.04.2026.