

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ СТАБИЛЬНОСТИ ОПОРНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ЗА ДЕФОРМАЦИЯМИ СООРУЖЕНИЙ И ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В.Г. Филиппов¹, А.А. Кузин¹

¹ Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II,
Санкт-Петербург, Россия, e-mail: Filippov_VG@pers.spmi.ru

Аннотация: Рассмотрены способы оценки стабильности пунктов опорных геодезических сетей при наблюдениях за горизонтальными и вертикальными деформациями сооружений и земной поверхности. Отмечено, что результатом геодезических наблюдений на пунктах опорных геодезических сетей современными методами (линейно-угловые, спутниковые, фотограмметрические измерения) являются пространственные координаты и среднеквадратические погрешности их определения, по которым требуется оценить стабильность пунктов опорных геодезических сетей для дальнейшего выполнения работ по геодезическим наблюдениям за деформациями. В то же время в геодезическом сообществе распространено выполнение раздельной оценки стабильности опорных геодезических сетей в плане и по высоте, что требует дополнительных действий по подготовке исходных данных, усложняет процесс вычислений и в ряде случаев не является эффективным. Предложен метод оценки стабильности опорных геодезических сетей в пространстве, основанный на аппроксимации координат и высот точек плоскостью и анализе ее характерных элементов, а также выполнено сравнение результатов применения этого метода и классических методов раздельной оценки стабильности на примере опорных геодезических сетей с различными видами деформаций. Даны рекомендации по количеству опорных пунктов в сети в зависимости от класса точности наблюдений за деформациями. Предлагаемый метод оценки стабильности опорных геодезических сетей в пространстве показал результаты, сопоставимые с методами раздельной оценки стабильности при меньших объемах вычислений. Достоинствами предложенного метода является возможность определения нестабильности опорной геодезической сети при малом количестве опорных пунктов, а также возможность определения нестабильных пунктов в случаях, когда 50% опорных пунктов и более утратили стабильность.

Ключевые слова: опорные геодезические сети, оценка стабильности, наблюдения за деформациями, пространственный анализ, математическая обработка измерений.

Благодарность: Исследование выполнено за счет субсидии на выполнение государственного задания в сфере научной деятельности на 2026 год FSRW-2026-0003 «Исследование процессов комплексного освоения недр Земли и глубокой переработки георесурсов».

Для цитирования: Филиппов В. Г., Кузин А. А. Пространственный метод оценки стабильности опорных геодезических сетей при наблюдении за деформациями сооружений и земной поверхности // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2026. – № 11. – С. 106–122. DOI: 10.25018/0236_1493_2026_11_0_106.

Spatial method for assessing the stability of reference geodetic networks used to monitor deformations of structures and ground surface

V.G. Filippov¹, A.A. Kuzin¹

¹ Empress Catherine II Saint-Petersburg Mining University, Saint-Petersburg, Russia,
e-mail: Filippov_VG@pers.spmi.ru

Abstract: The article discusses methods for assessing the stability of geodetic reference networks when observing horizontal and vertical deformations of structures and ground surface. It is noted that the results of geodetic observations at geodetic reference network points using modern methods (linear-angular, satellite, photogrammetric measurements) are spatial coordinates and root mean square errors of their determination, which are used to assess the stability of geodetic reference network points for further geodetic observations of deformations. At the same time, it is common practice in the geodetic community to perform separate assessments of geodetic reference network stability in horizontal and vertical spaces, which requires additional steps to prepare the initial data, complicates the calculation process, and in some cases is not effective. A method for assessing geodetic reference network stability in spatial is proposed, based on the approximation of plan coordinates and heights of points by a plane and the analysis of its characteristic elements. A comparison of the results of its application with classical methods of separate stability assessment is performed using the example of geodetic reference networks with various types of deformations. Recommendations are given on the number of reference points in the network depending on the accuracy class of deformation observations. The proposed method for assessing geodetic reference network stability in spatial showed results comparable to those of separate stability assessment methods with less computation. The advantages of the proposed method are the ability to determine the instability of geodetic reference networks with a small number of reference points, as well as the ability to determine unstable points in cases where 50% or more of the reference points have lost stability.

Key words: reference geodetic networks, stability assessment, deformation monitoring, spatial analysis, mathematical processing of measurements.

Acknowledgements: The study was supported by the government aid grant for scientific research in 2026, FSRW-2026-0003 Research of Integrated Subsoil Development and Advanced Processing of Georesources.

For citation: Filippov V. G., Kuzin A. A. Spatial method for assessing the stability of reference geodetic networks used to monitor deformations of structures and ground surface. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2026;(11):106-122. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2026_11_0_106.

Введение

Геодезические наблюдения за деформациями сооружений и земной поверхности, в зависимости от характера смещений, могут выполняться в плане, по высоте [1, 2] и в пространстве. Для пространственных определений деформаций могут применяться инструментальные методы спутникового позиционирования [3, 4], радиолокационной интерферо-

метрии [5], лазерного сканирования [6, 7], фотограмметрии [8], а также методы компьютерного моделирования, в том числе основанные на методе конечных элементов [9, 10]. В дальнейшем полученные данные могут использоваться для создания информационных моделей, отражающих деформационный процесс инженерных сооружений, поверхности земли [11], например, при воздействии

опасных процессов [12, 13]. При выполнении инструментальных наблюдений за деформациями геодезические методы требуют создания опорных геодезических сетей (ОГС), пункты которых должны сохранять стабильность в течение всего периода наблюдений [14–16]. Необходимость оценки стабильности ОГС отражена в действующей нормативной документации, регламентирующей геодезический мониторинг и инженерные изыскания (ГОСТ 24846-2019, ГОСТ Р 55535-2013, СП 317.1325800.2017 СП 420.1325800.2018 и др.), и является ключевым фактором в повышении точности наблюдений за деформациями и, как следствие, безопасности строительства и эксплуатации инженерных сооружений [17–19].

В геодезической практике методы оценки стабильности ОГС делятся на плановые (метод последовательного анализа, методы на основе линейно-угловых измерений [20], методы на основе сравнения невязок в полигонах по данным ГНСС-векторов [21] и др. [22, 23]) и высотные, для которых различают два основных принципа: неизменности отметки одного из реперов ОГС, который считается наиболее стабильным (способы А. Костехеля, Г.К. Ботян, В.Н. Ганьшина, Я. Мартусевича и др.), либо принципы неизменности средней отметки всех реперов ОГС (способы П. Марчака, В.Ф. Черникова и др.) [24–26].

В то же время деформации земной поверхности зачастую характеризуются пространственным вектором смещений [27], который удобнее всего определять по пространственным координатам, получаемым спутниковыми методами [28–30], в связи с чем возникает проблема выбора метода при оценке стабильности ОГС в пространстве по результатам спутниковых наблюдений [31–33], так как раздельная оценка стабильности пунктов в плане и по высоте не всегда

может однозначно, с достаточной чувствительностью выявить нестабильность при различных видах пространственных деформаций пунктов ОГС. Значения среднеквадратических погрешностей (СКП) определения координат могут быть обусловлены как нестабильностью самого пункта, так и погрешностями измерений, что затрудняет интерпретацию результатов и требует разработки критериев для достоверного выявления действительно сместившихся пунктов [34, 35]. Также остаются вопросы выбора критериев для определения наиболее стабильного пункта среди всех пунктов ОГС [36].

В работе предлагается сравнительный анализ имеющихся методов раздельной оценки стабильности в плане и по высоте, а также предложенного авторами статьи метода оценки стабильности ОГС в пространстве на примере модельных сетей с различными видами деформаций.

Математический аппарат методов оценки стабильности

Для оценки стабильности плановых ОГС рассмотрим наиболее распространенный метод последовательного анализа. Основной принцип метода заключается в поочередном выборе из всех пунктов ОГС пары в качестве исходной стороны, один из пунктов при этом будет считаться исходным, а другой пункт — ориентирным. Относительно выбранной исходной стороны выполняется уравнивание, далее определяется отклонение для каждого пункта ОГС по формуле

$$\Delta S_i^k = \sqrt{(X_i^k - X_i^0)^2 + (Y_i^k - Y_i^0)^2}, (1)$$

где i — порядковый номер пункта ОГС, ед; k — порядковый номер цикла наблюдений, для которого выполняется оценка стабильности, ед; X_i^k — координата X i -го пункта ОГС в k -м цикле, м; X_i^0 —

координата X_i -го пункта ОГС в нулевом цикле, м; Y_i^k — координата Y_i -го пункта ОГС в k -м цикле, м; Y_i^0 — координата Y_i -го пункта ОГС в нулевом цикле, м.

Отклонения вычисляются поочередно для каждого из пунктов ОГС, после чего определяется коэффициент устойчивости пунктов ОГС в k -м цикле по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (\Delta S_i^k)^2}{n-1}}, \quad (2)$$

где n — количество пунктов, ед.

Вычисления по формулам (1), (2) выполняются при уравнивании ОГС с различными пунктами в качестве исходной стороны. Сторона, при которой значение σ будет наименьшим, считается наиболее стабильной в данном цикле. Данный метод оценки стабильности реализован в программном продукте «ТИМ КРЕДО РАСЧЁТ ДЕФОРМАЦИЙ».

Для оценки стабильности по высоте рассмотрим метод А. Костехеля, в котором предполагается, что при стабильности ОГС должно обеспечиваться постоянство одноименных превышений между ее пунктами, а расхождение превышений между циклами будет связано с осадкой либо поднятием пункта.

В способе А. Костехеля выполняется уравнивание ОГС при указании одного из пунктов ОГС в качестве опорного. Далее, вычисляются расхождения всех пар одноименных превышений для k -го и нулевого циклов по формуле

$$v = h_k - h_0, \quad (3)$$

где h_k — превышение в k -м цикле, м, h_0 — превышение в нулевом цикле, м.

Пункты ОГС поочередно выбирают в качестве опорных, после чего вычисляются расхождения v . По наименьшему значению суммы квадратов расхождений одноименных превышений $[vv]$ оценивают, при каком опорном пункте отклонения минимальны, что будет означать стабильность сети.

Для пространственной оценки стабильности авторами статьи предлагается метод, основанный на аппроксимации координат и высот пунктов ОГС плоскостью. По методу наименьших квадратов (МНК) можно однозначно вписать плоскость в пространственные положения пунктов ОГС. При условии стабильности сети плоскость будет сохранять свое положение между циклами.

Чтобы оценить стабильность сети на основе предложенного метода, предлагается ввести на ней условные элементы, однозначно определяемые математическими соотношениями — характерные элементы плоскости (ХЭП). В ХЭП входят координаты центроида плоскости C , направляющие косинусы нормали к плоскости с началом в центроиде, а также точка с координатами на нормали к плоскости N , располагающаяся на расстоянии наибольшей средней линии S_m многоугольника, построенного по наиболее удаленным пунктам ОГС от центра сети. По изменению величин ХЭП можно проводить анализ: стабильна сеть или нет, а в случае, если нестабильна — определять характер смещений и выявлять нестабильные пункты ОГС [37].

Критерий стабильности ОГС может быть вычислен на основе СКП определения координат пунктов ОГС в нулевом цикле. Для этого выполняется многократная аппроксимация плоскостью, на основании которой определяются величины изменения ХЭП. Полученные значения используются как предельно допустимые, и их превышение будет признаком нестабильности одного или нескольких пунктов ОГС.

Функции ХЭП и определяющие их математические соотношения представлены в таблице.

Для определения, стабилен ли ХЭП или нет, выполняется анализ каждого из элементов на основе коэффициентов m ,

Функции ХЭП [составлено авторами]

Functions of characteristic elements of the plane [compiled by the authors]

ХЭП	Функция	Математическое соотношение
Центроид плоскости	– определение наличия плановых смещений пунктов ОГС; – определение наличия пространственных смещений пунктов ОГС; – определение наличия однонаправленного смещения пунктов ОГС	$X_C = \frac{\sum_{k=1}^n X_k}{n} \quad Y_C = \frac{\sum_{k=1}^n Y_k}{n} \quad H_C = \frac{\sum_{k=1}^n H_k}{n}$
Нормаль к плоскости	– определение наличия высотных смещений пунктов ОГС; – определение конкретного пункта ОГС, утратившего стабильность	$\cos \alpha = \frac{I}{\sqrt{I^2 + J^2 + K^2}} \quad \cos \beta = \frac{J}{\sqrt{I^2 + J^2 + K^2}}$ $\cos \gamma = \frac{K}{\sqrt{I^2 + J^2 + K^2}}$
Точка на нормали к плоскости	– выявление деформаций, при которых пункты ОГС разнонаправленно смещаются относительно центра сети	$X_N = X_C \cdot \cos \alpha \cdot S_M \quad Y_N = Y_C \cdot \cos \beta \cdot S_M$ $H_N = H_C \cdot \cos \gamma \cdot S_M$

Обозначения: X_C, Y_C – плановые координаты центроида плоскости, м; H_C – высота центроида плоскости, м; X_k, Y_k – плановые координаты пункта ОГС, м; H_k – высота пункта ОГС, м; n – количество аппроксимируемых плоскостью пунктов ОГС, ед; $\cos \alpha, \cos \beta$ – направляющие косинусы, связанные с углами между положительными направлениями осей координат X, Y и нормалью к плоскости, град.; $\cos \gamma$ – направляющий косинус, связанный с углом между отвесной линией и нормалью к плоскости, град.; I, J, K – коэффициенты, связанные с нормалью к плоскости направляющими косинусами, ед; S_M – длина наибольшей средней линии многоугольника, построенного по наиболее удаленным пунктам ОГС от центра сети, м

рассчитываемых по формуле для каждого ХЭП:

$$m = \Delta_{\text{ХЭП}} / \Delta_{\text{ХЭП доп}}, \quad (4)$$

где $\Delta_{\text{ХЭП}}$ – величина изменения значения ХЭП, мм (для направляющих косинусов – безразмерная величина), $\Delta_{\text{ХЭП доп}}$ – критерий стабильности ХЭП, мм (для направляющих косинусов – безразмерная величина).

При $m \leq 1$ ХЭП считается стабильным, при $m > 1$ – утратившим стабильность.

Сравнение методов оценки стабильности

Выполним сравнение методов оценки стабильности: последовательного анализа в плане, А. Костехеля по высоте и

метода аппроксимации координат плоскостью в пространстве с целью выявления факторов, влияющих на качество оценки стабильности. Рассмотрим следующие факторы: 1) количество пунктов ОГС, 2) вид смещения – в плане, по высоте или в пространстве, 3) количество смещающихся пунктов.

Для исследования влияния факторов смоделируем равномерное расположение пунктов по периметру полигона с размерами 200×100 м (см. рис. 1). Высоты примем в диапазоне от 0 до 3 м.

Координаты пунктов ОГС и СКП координат моделируются для 10 циклов в деформационной сети на основе линейно-угловых измерений тахеометром с угловой точностью 5'', линейной точностью 2 мм + 2 мм/км, высоты пунктов

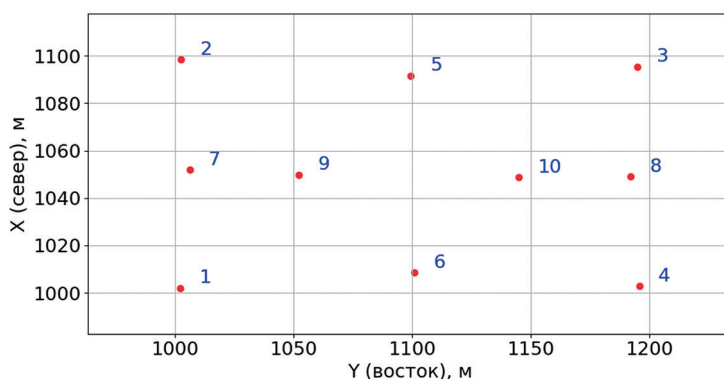


Рис. 1. Схема расположения опорных пунктов [составлено авторами]

Fig. 1. Schematic layout of reference points [compiled by the authors]

ОГС и СКП высот — на основе измерения превышений цифровым нивелиром с СКП определения превышений на 1 км двойного хода 0,3 мм.

Обсуждение и заключение

Для исследования факторов 1–3 при оценке стабильности в плане методом последовательного анализа были определены величины σ для каждой из опорных сторон, при оценке стабильности по высоте методом А. Костехеля были вычислены значения $[vv]$ для каждого из опорных пунктов, а при оценке стабильности в пространстве методом аппроксимации координат плоскостью коэффициенты m для каждого из ХЭП.

Для исследования факторов методом последовательного анализа в плане было решено 3357 задач: рассмотрена каждая комбинация пунктов в качестве опорной сети, вычислены значения σ , выполнен анализ соответствия наименьшего значения выбранной паре пунктов в качестве опорной стороны.

По результатам уравнивания в 0-м цикле были получены наибольшие значения СКП определения положения пунктов 2,3 мм по оси X; 2,3 мм по оси Y и 0,6 мм по высоте. Данные значения приняты в качестве исходных при моделировании критерия стабильности методом аппроксимации плоскостью.

Расчеты на примере исследований фактора 1 представлены ниже. В полученных наборах координат и высот пунктов смоделированы смещения пункта ОГС «2» в пространстве: 1 мм/цикл по каждой из осей X, Y и его осадка 1 мм/цикл. Количество пунктов ОГС изменялось от 3 до 10. Смещение в пространстве оценивалось как суммарное смещение в плане и по высоте.

На рис. 2 представлены наименьшие полученные значения σ при оценке стабильности методом последовательного анализа в зависимости от количества опорных пунктов (фактор 1). На графиках представлены наименьшие значения σ для сторон без смещающегося пункта «2» (опорная сторона без смещений) и значения σ для сторон, которые содержат смещающийся пункт (опорная сторона со смещениями).

Из анализа численных значений и графиков на рис. 2 следует: метод последовательного анализа дает более качественные результаты при количестве опорных пунктов от 5 и более. При количестве опорных пунктов 3 и 4 опорная сторона без смещений по результатам уравнивания и оценки стабильности не получала наименьшие значения σ , вследствие чего ее опорные пункты могли быть ошибочно приняты как наиболее стабильные. В сети из 5 опорных

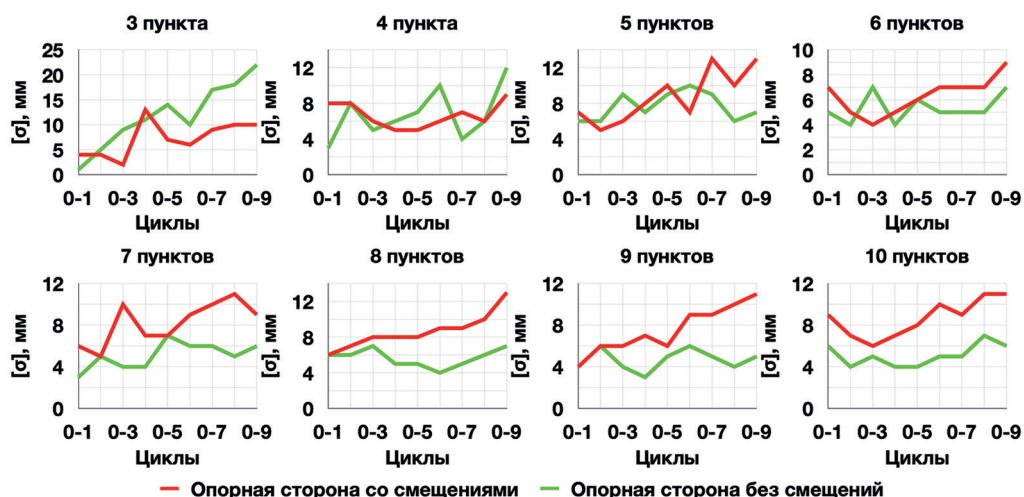


Рис. 2. Графики минимальных значений σ при оценке фактора 1 [составлено авторами]

Fig. 2. Graphs of minimum σ values when evaluating factor 1 [compiled by the authors]

пунктов опорная сторона без смещений принимает наименьшие значения σ начиная с 7-го цикла, что при смещениях 1 мм/цикл по каждой из осей X и Y соответствует накопленным смещениям по двум осям X , Y 9,9 мм в плане; в сети из 6–7 опорных пунктов — начиная с 6-го цикла (накопленное смещение 8,5 мм в плане), из 8 опорных пунктов — начиная со 2-го цикла (накопленное смещение 2,8 мм в плане), из 9 опорных пунктов — начиная с 3-го цикла (накопленное смещение 4,2 мм), из 10 опор-

ных пунктов — начиная с 1-го цикла (накопленное смещение 1,4 мм). Результаты моделирования показывают, что при увеличении числа пунктов ОГС чувствительность метода последовательного анализа к выявлению нестабильных пунктов возрастает, что обусловлено уменьшением СКП определения координат в связи с увеличением избыточности наблюдений. В сетях с малым количеством пунктов ОГС вес отдельных наблюдений при определении координат пунктов существенно выше, что приво-

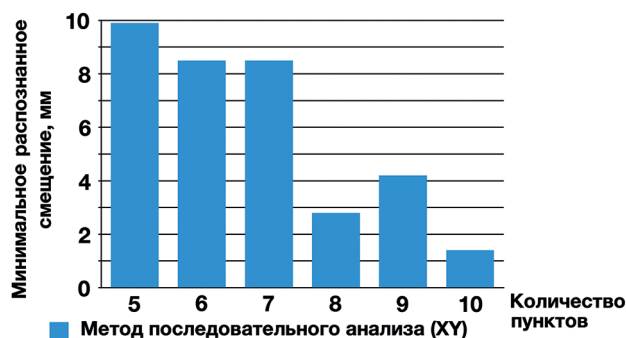


Рис. 3. Гистограмма значений минимальных накопленных смещений, распознанных путем оценки стабильности методом последовательного анализа в зависимости от количества пунктов в опорной сети [составлено авторами]

Fig. 3. Histogram of minimum accumulated deformation values recognized by stability assessment using sequential analysis depending on the number of points in the reference network [compiled by the authors]

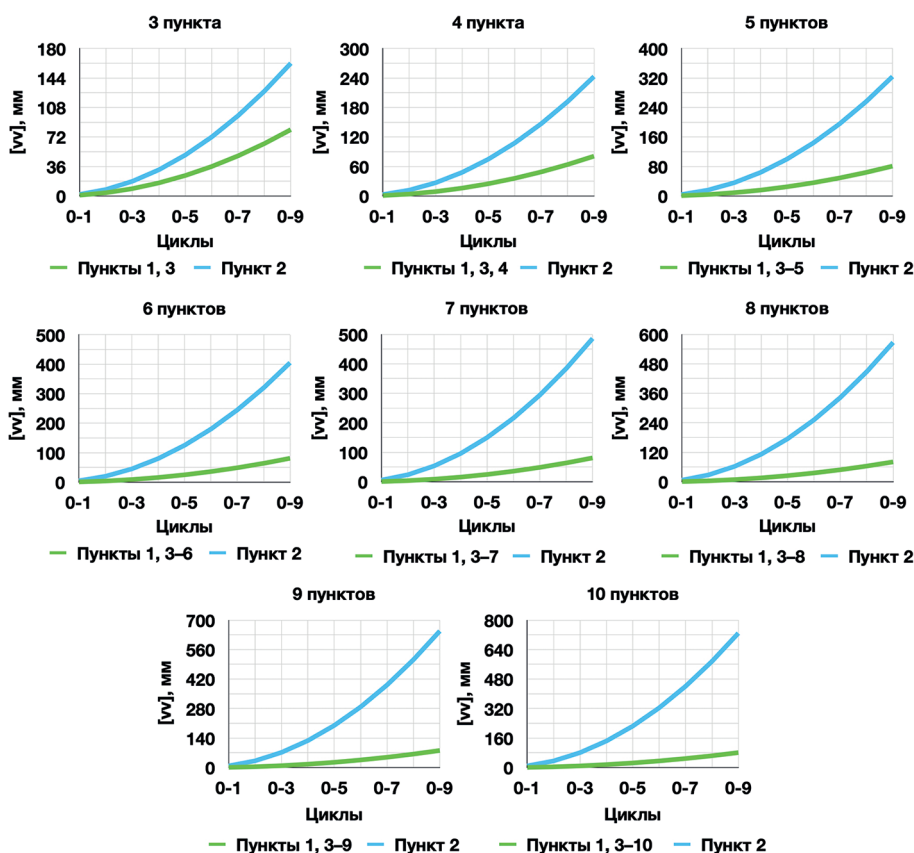


Рис. 4. Графики значений $[vv]$ при оценке фактора 1 [составлено авторами]

Fig. 4. Graphs of values $[vv]$ when evaluating factor 1 [compiled by the authors]

дит к маскированию смещений случайными погрешностями. С увеличением числа пунктов данный эффект ослабевает. Полученные значения представлены в виде графика (рис. 3).

Графики значений $[vv]$ при исследовании фактора 1 методом А. Костехеля представлены на рис. 4.

Метод А. Костехеля показал наибольшую чувствительность: начиная с 1-го цикла (накопленное значение осадки 1 мм) значение $[vv]$ для смещающегося опорного пункта составило 2 мм, для остальных пунктов значение составило 1 мм. При большем количестве опорных пунктов в сети разница значений $[vv]$ между смещающимся опорным пунктом и стабильными увеличивается,

что позволяет более однозначно интерпретировать нестабильность опорного пункта.

При оценке стабильности методом аппроксимации плоскостью были получены смещения, а затем вычислены отношения величин смещений к их критериям стабильности по формуле (4). Полученные результаты представлены в виде графиков на рис. 5.

Из графиков следует, что наибольшей чувствительностью отличаются углы наклона нормали к плоскости: их значения чаще всего и более явно превышали допустимый критерий $m > 1$ (формула (4)), вследствие чего можно было сделать вывод о наличии в сети нестабильных опорных пунктов.

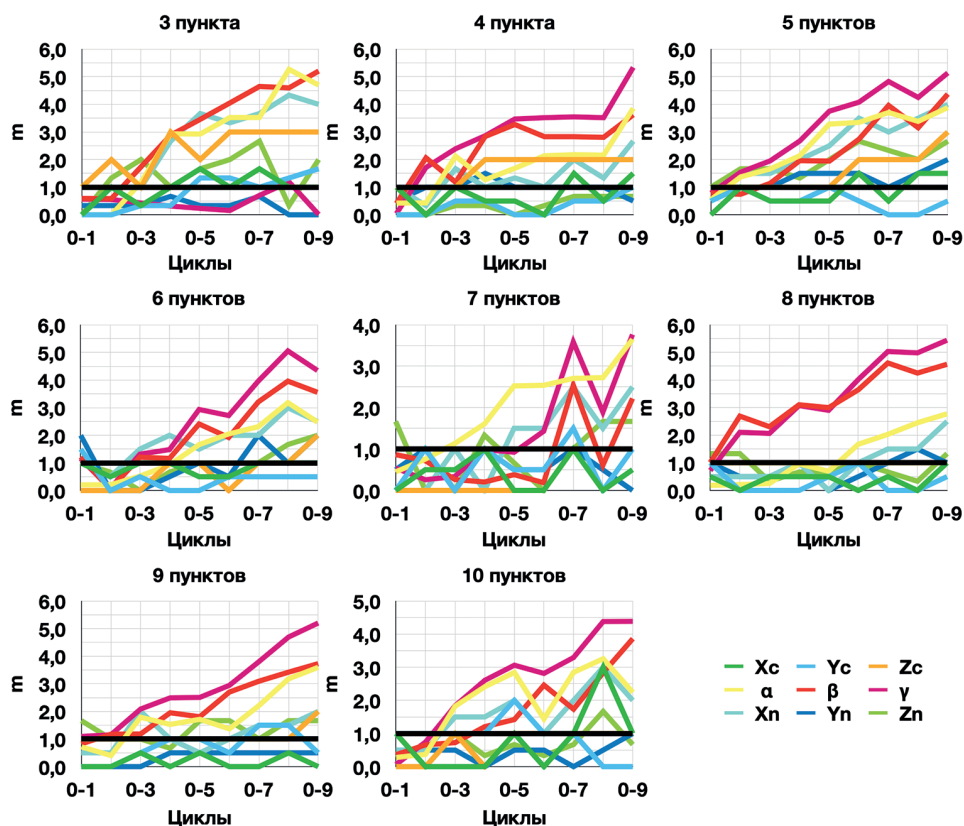


Рис. 5. Графики значений коэффициентов m для ХЭП (горизонтальная линия — предельно допустимое значение) [составлено авторами]

Fig. 5. Graphs of m coefficient values for characteristic elements of the plane (horizontal line — maximum permissible value) [compiled by the authors]

При необходимости оценить стабильность в плане методом аппроксимации плоскостью необходимо оценить значения коэффициентов m для смещений центраида плоскости и точки на нормали в плане. По полученным результатам выполнена оценка чувствительности метода: наилучший результат был получен для опорной сети с количеством опорных пунктов от 4 до 6 — нестабильность по смещениям центраида в плане можно определить начиная с 3-го цикла (накопленное смещение 4,2 мм в плане для нестабильного пункта «2»). Результаты сравнения метода с методом последовательного анализа представлены в виде гистограммы на рис. 6.

Для оценки стабильности по высоте методом аппроксимации плоскостью оцениваются коэффициенты m для углов наклона нормали к плоскости, а также смещения центраида и точки на нормали по высоте. Как следовало из анализа графиков на рис. 5, вследствие того, что углы наклона нормали к плоскости обладают большей чувствительностью к смещениям, метод показал большую чувствительность к вертикальным смещениям: при количестве пунктов от 6 до 9 потребовался 1 цикл (накопленное смещение 1 мм) для определения смещения, при количестве пунктов от 3 до 5 потребовалось 2 цикла (накопленное смещение 2 мм), при 10 пунктах в опор-

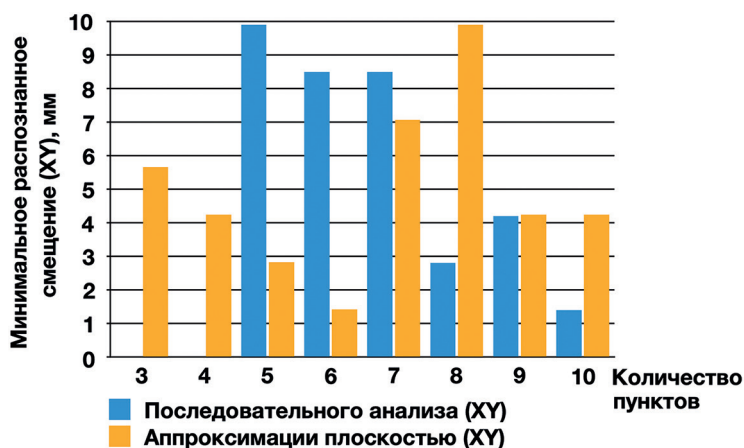


Рис. 6. Гистограмма значений минимальных смещений в плане, распознанных путем оценки стабильности методом аппроксимации плоскостью в зависимости от количества пунктов в опорной сети в сравнении с методом последовательного анализа [составлено авторами]

Fig. 6. Histogram of minimum deformation values in the horizontal space, recognized by assessing stability using plane approximation method depending on the number of points in the reference network, compared with the sequential analysis method [compiled by the authors]

ной сети потребовалось 3 цикла (накопленное смещение 3 мм). Результаты сравнения данного метода с методом А. Костехеля представлены в виде гистограммы на рис. 7.

При рассмотрении фактора 2 количество пунктов ОГС принято равным 10 и смоделировано смещение пункта ОГС

«2» в плане на 1 мм/цикл по каждой из осей X, Y, по высоте осадка 1 мм/цикл, в пространстве как суммарное смещение в плане и по высоте.

Для фактора 3 количество пунктов ОГС принято равным 10 и смоделированы аналогичные по величине смещения в пространстве (1 мм/цикл по каждой из

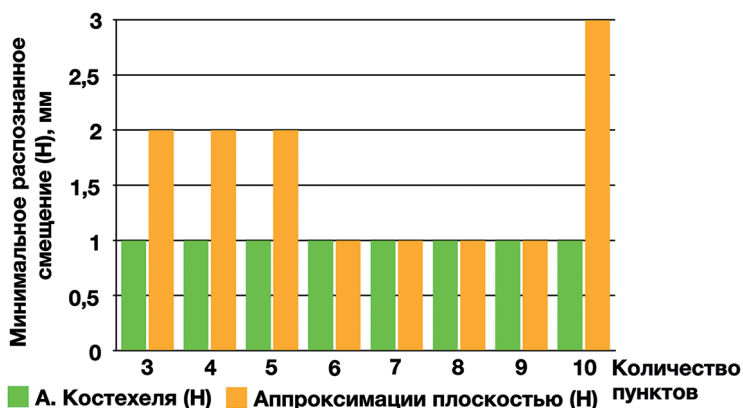


Рис. 7. Гистограмма значений минимальных смещений по высоте, распознанных путем оценки стабильности методом аппроксимации плоскостью в зависимости от количества пунктов в опорной сети в сравнении с методом А. Костехеля [составлено авторами]

Fig. 7. Histogram of minimum height deformation values recognized by assessing stability using plane approximation method depending on the number of points in the reference network compared to the A. Kostehel method [compiled by the authors]

осей X , Y , по высоте осадка 1 мм/цикл, в пространстве как суммарное смещение в плане и по высоте). Моделирование проводилось по серии сценариев с последовательным увеличением числа смещающихся пунктов: на первом этапе смещение задавалось для одного пункта, на втором — для двух пунктов и т.д., вплоть до случая, когда смещения испытывают все пункты сети во всех циклах наблюдений.

По полученным данным и путем исследования всех трех факторов выполнен анализ, по результатам которого вычислены процентные соотношения правильного определения стабильных пунктов ОГС каждым из методов (рис. 8).

Согласно полученным результатам, метод последовательного анализа при оценке стабильности в плане показал более качественные результаты при количестве пунктов 5 и более. Метод А. Ко-

стехеля показал во всех случаях положительные результаты с однозначным корректным определением наиболее стабильного пункта. Метод аппроксимации плоскостью показал корректные результаты при всех рассматриваемых вариантах ОГС с количеством пунктов от 3 до 10, при этом метод показал большую чувствительность при небольшом количестве пунктов, от 4 до 6 (88,9% корректных определений), что в сравнении с классическими методами позволяет определять стабильность сети для опорных сетей с малым количеством опорных пунктов. При этом метод последовательного анализа, наоборот, более чувствителен к опорным сетям с большим количеством опорных пунктов (от 5 и более).

При оценке фактора влияния вида смещения пункта метод аппроксимации плоскостью в пространстве показал бо-

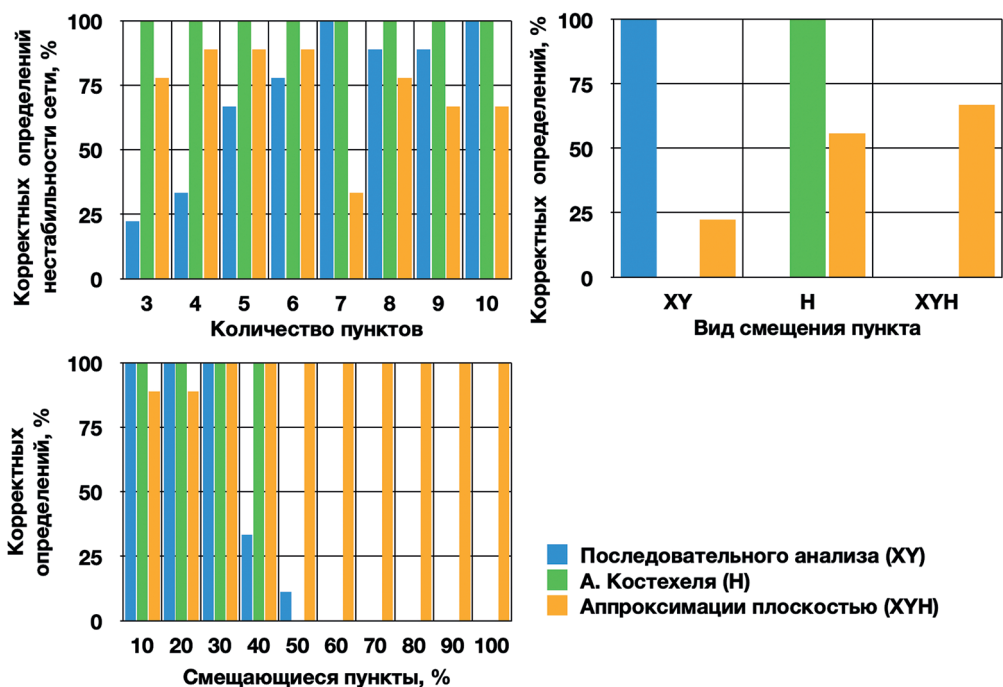


Рис. 8. Процентные соотношения правильного определения стабильных пунктов ОГС [составлено авторами]

Fig. 8. Percentage ratios for the correct determination of stable GRN points [compiled by the authors]

более качественные результаты при смещениях по высоте и в пространстве, чем в плане. Методы последовательного анализа в плане и А. Костехеля по высоте показали однозначный результат при смещениях пункта ОГС только в плане и по высоте соответственно. В то же время достоинством применения метода аппроксимации плоскостью в пространстве остается возможность оценки стабильности при любых видах смещений пункта, что является важным преимуществом.

При исследовании фактора влияния количества смещающихся пунктов в ОГС последовательного анализа в плане и А. Костехеля по высоте показали качественные результаты только при смещении менее 50% пунктов от общего числа (от 10 до 40%). Метод аппроксимации плоскостью в пространстве при всех вариантах смещений пунктов показал качественные результаты — было однозначно определено наличие нестабильных пунктов в сети.

Выводы

На основании трех рассмотренных факторов: количества пунктов ОГС (от 3 до 10), вида смещения пункта (в плане/по высоте/в пространстве) и процентного соотношения смещающихся пунктов от общего числа пунктов ОГС (от 10 до 100%) можно заключить, что при контроле смещений только по высоте подойдет метод А. Костехеля, при этом количество нестабильных пунктов не должно превышать половины от общего количества пунктов ОГС. Метод показал наибольшую чувствительность ([vv] опорного пункта со смещением — 2 мм, остальных пунктов — 1 мм при осадке в 1 мм и минимальном количестве пунктов, равном 3, что позволяет его использовать при наблюдениях за вертикальными деформациями с допустимой СКП измерения вертикальных перемещений 2 мм.

При контроле стабильности только в плане метод последовательного анализа может применяться при количестве пунктов в сети 5 и более, количество нестабильных пунктов не должно превышать половины от общего количества пунктов ОГС. При количестве опорных пунктов в сети не менее 10 возможно оценивать стабильность методом при наблюдениях за горизонтальными смещениями с допустимой СКП измерения горизонтальных перемещений 2 мм, при количестве опорных пунктов не менее 8 — с допустимой СКП измерения горизонтальных перемещений 5 мм, при количестве опорных пунктов не менее 5 — с допустимой СКП измерения горизонтальных перемещений 10 мм.

Для оценки стабильности в случаях ограниченного количества опорных пунктов рекомендуется применять метод аппроксимации плоскостью, так как он позволяет оценивать стабильность в плане и по высоте одновременно, при этом требует меньших объемов вычислений. Достоинствами метода является возможность выявления деформаций при малом количестве опорных пунктов (3–4), а также возможность выявления нестабильных пунктов в случаях, когда 50% опорных пунктов и более утратили стабильность. При оценке стабильности сети в плане методом аппроксимации плоскостью рекомендуемое количество опорных пунктов составляет от 4 до 6 при измерениях с допустимой СКП измерения горизонтальных перемещений 5 мм. При оценке стабильности по высоте методом аппроксимации плоскостью рекомендуемое количество опорных пунктов составляет от 6 до 9 при измерениях с допустимой СКП измерения вертикальных перемещений 1 мм, от 3 до 5 при измерениях с допустимой СКП измерения вертикальных перемещений 2 мм.

Следует отметить, что полученные рекомендации в большей степени ори-

ентированы на объекты с развитой или распределенной опорной геодезической сетью, включая геодинамические полигоны, протяженные инженерные сооружения и площадные объекты мониторинга. В условиях локальных наблюдений на отдельных горных объектах количество пунктов опорной геодезической сети может быть существенно меньше, что необходимо учитывать при практическом применении рассмотренных методов.

Авторы выражают благодарность всем, кто вносил корректировки и предложения по улучшению качества материалов статьи в ходе ее подготовки. Авторы выражают благодарность кафедре инженерной геодезии Санкт-Петербургского горного университета императрицы Екатерины II за предоставленную возможность в проведении исследования. Авторы выражают благодарность анонимным рецензентам за их ценные комментарии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hashim Ibrahim H., Hummadi R. A. Dataset on the long-term monitoring of foundation vertical deformations on medium-expansive soil // *Data in Brief*. 2025, vol. 59, article 111422. DOI: 10.1016/j.dib.2025.111422.
2. Wiśniewski Z., Kamiński W. Estimation and prediction of vertical deformations of random surfaces, applying the total least squares collocation method // *Sensors*. 2020, vol. 20, no. 14, article 3913. DOI: 10.3390/s20143913.
3. Huang G., Du S., Wang D. GNSS techniques for real-time monitoring of landslides: a review // *Satellite Navigation*. 2023, vol. 4, article 5. DOI: 10.1186/s43020-023-00095-5.
4. Shu B., He Y., Wang L., Zhang Q., Li X., Qu X., Huang G., Qu W. Real-time high-precision landslide displacement monitoring based on a GNSS CORS network // *Measurement*. 2023, vol. 217, article 113056. DOI: 10.1016/j.measurement.2023.113056.
5. Mustafin M. G., Slobodkin S. M. Methodology of geodetic observations for forecasting of potentially hazardous zones of operating main pipelines // *International Journal of Engineering*. 2026, vol. 39, no. 7, pp. 1753–1761. DOI: 10.5829/ije.2026.39.07a.18.
6. Hao D., Li Y., Liu H., Xu Z., Zhang J., Ren J., Wu J. Deformation monitoring of large steel structure based on terrestrial laser scanning technology // *Measurement*. 2025, vol. 248, article 116962. DOI: 10.1016/j.measurement.2025.116962.
7. Выстрчил М. Г., Балтыжакова Т. И., Романчиков А. Ю., Аникеева А. А. Алгоритм выделения точек земной поверхности из данных воздушного лазерного сканирования // *Геодезия и картография*. — 2024. — № 2. — С. 2–11. DOI: 10.22389/0016-7126-2024-1004-2-2-11.
8. García-Nieto M. C., Huesca-Tortosa J. A., Martínez-Segura M. A., de Gea A. E., Navarro M. Structural deformation monitoring using UAV photogrammetry to assess slender historic buildings // *Journal of Building Engineering*. 2025, vol. 100, article 111766. DOI: 10.1016/j.job.2025.111766.
9. Бельгелиль Ф., Фредж М., Саадун А., Букарм Р. Анализ обрушения бортов на железорудном карьере Уэнса в Северо-Восточном Алжире методом конечных элементов: причины и выводы для контроля устойчивости // *Записки Горного института*. — 2024. — Т. 268. — С. 576–587.
10. Волохов Е. М., Кожухарова В. К., Зеленцов С. Н., Мукминова Д. З., Исаев А. А. Оценка эффектов взаимодействия фундамента и основания методами численного моделирования для условий подработки здания Мариинского театра в Санкт-Петербурге // *Записки Горного института*. — 2025. — Т. 276. — № 1. — С. 16–29.
11. Жерлыгина Е. С., Куранова М. Е., Гусев В. Н., Одинцов Е. Е. Выявление опасных участков на основе исследования развития техногенных трещин в толще слагающих массив пород // *Горная промышленность*. — 2025. — № 1. — С. 162–169. DOI: 10.30686/1609-9192-2025-1-162-169.
12. Зыонг Б. В., Фоменко И. К., Нгуен К. Ч., Зеркаль О. В., Сироткина О. Н., Ву Д. Х. Оценка оползневой опасности с использованием метода соотношения частот и комбинированного фрактально-частотного метода на примере города Тиньтук провинции Каобанг (Вьетнам) // *Записки Горного института*. — 2024. — Т. 268. — С. 613–624.

13. Мустафин М. Г., Валькова Е. О. Маркшейдерско-геомеханическое обоснование методики наблюдений за деформациями бортов карьеров // Уголь. — 2024. — № 7. — С. 55–61. DOI: 10.18796/0041-5790-2024-7-55-61.
14. Duchnowski R., Wyszowska P. Unstable object points during measurements — Deformation analysis based on pseudo epoch approach // Sensors. 2022, vol. 22, no. 23, article 9030. DOI: 10.3390/s22239030.
15. Malarski R. A concept for the examination of reference points stability in horizontal control networks // Reports on Geodesy and Geoinformatics. 2016, vol. 101, no. 1, pp. 60-69. DOI: 10.1515/rgg-2016-0022.
16. Zienkiewicz M. H. Identification of unstable reference points and estimation of displacements using squared Msplit estimation // Measurement. 2022. vol. 195, article 111029. DOI: 10.1016/j.measurement.2022.111029.
17. Dashko R. E., Kolosova D. L. Interdisciplinary approach as basis for enhancing construction and operation safety of industrial hydraulic structures // Sustainability (Switzerland). 2025, vol. 17, no. 12, article 5244. DOI: 10.3390/su17125244.
18. Dyachkova I., Bykova E., Dudina V., Banikevich T. An assessment of the impact of the protection zone regime for cultural heritage sites on the value of land for individual housing construction in the context of a low-activity market // Heritage. 2024, vol. 7, no. 6, pp. 2682-2708. DOI: 10.3390/heritage7060128.
19. Dashko R. E., Karpenko A. G. Scientific-practical enhancement principles for the long-term stability of cultural heritage objects through a multi-component underground space analysis // Heritage. 2024, vol. 7, no. 8, pp. 4455–4471. DOI: 10.3390/heritage7080210.
20. Горяинов И. В. Экспериментальные исследования применения обратной линейно-угловой засечки для оценки стабильности пунктов плановой деформационной геодезической сети // Вестник СГУГиТ. — 2018. — Т. 23. — № 1. — С. 28–39.
21. Аврунев Е. И. Анализ стабильности исходных пунктов на основании спутниковых определений в геодезической сети сгущения // Интерэкспо Гео-Сибирь. — 2010. — № 2. — С. 127–132.
22. Афонин Д. А. Контроль стабильности пунктов плановой геодезической сети при геодезическом контроле деформаций инженерных сооружений // Геодезия и картография. — 2013. — № 5. — С. 6–11.
23. Маркузе Ю. И., Лэ Ань Куонг Исследование алгоритма для анализа деформаций геодезических пунктов при наблюдении за горизонтальными смещениями гидротехнических сооружений // Геодезия и картография. — 2017. — № 7. — С. 23–30. DOI: 10.22389/0016-7126-2017-925-7-23-30.
24. Krawczyk K. Influence of reference stations on the stability of the geodetic control network during deformation determination in the area of Kadzielnia in Kielce // Reports on Geodesy and Geoinformatics. 2023, vol. 115, no. 1, pp. 19–26. DOI: 10.2478/rgg-2023-0003.
25. de Lacy M., Ramos M., Gil A., Franco Ó., Herrera A., Avilés M., Domínguez A., Chica J. Monitoring of vertical deformations by means high-precision geodetic levelling. Test case: The Arenoso dam (South of Spain) // Journal of Applied Geodesy. 2017, vol. 11, no. 1, pp. 31–41. DOI: 10.1515/jag-2016-0034.
26. Matsuoka M. T., Rofatto V. F., Klein I., Veronez M. R., da Silveira L. G. Jr., Neto J. B. S., Alves A. C. R. Control points selection based on maximum external reliability for designing geodetic networks // Applied Sciences. 2020, vol. 10, no. 2, article 687. DOI: 10.3390/app10020687.
27. Bak M., Çelik R. N. Web-NDefA: Open-source and web-based online platform for 3-D deformation analysis of geodetic networks // SoftwareX. 2023, vol. 24, article 101523. DOI: 10.1016/j.softx.2023.101523.
28. Andreas Krietemeyer A., van Dalfsen E. Cost-effective GNSS as a tool for monitoring volcanic deformation: A case study on Saba in the Lesser Antilles // Journal of Volcanology and Geothermal Research. 2025, vol. 459, article 108263. DOI: 10.1016/j.jvolgeores.2024.108263.
29. Banimostafavi Z., Sharifi M. A., Farzaneh S. Evaluation of unstable points detection methods in geodetic GNSS-based networks // Iranian Journal of Geophysics. 2023, vol. 16, no. 4, pp. 175–192. DOI: 10.30499/ijg.2023.350587.1441.
30. Amiri-Simkooei A. R., Alaei-Tabatabaei S. M., Zangeneh-Nejad F., Voosoghi B. Stability analysis of deformation-monitoring network points using simultaneous observation adjustment of two epochs //

Journal of Surveying Engineering. 2017, vol. 143, no. 1, article 04016020. DOI: 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000195.

31. Маневич А. И., Шевчук Р. В., Кафтан В. И., Татаринов В. Н., Забродин С. М. Развитие сети ГНСС-наблюдений в пределах Нижне-Канского массива с использованием скальных геодезических центров // Сейсмические приборы. — 2022. — Т. 58. — № 4. — С. 111–129. DOI: 10.21455/si2022.4-7.

32. Косарев Н. С., Падве В. А., Косарева Д. И. Анализ устойчивости геодезических пунктов наземных и ГНСС-сетей с использованием синтезированных алгоритмов МНК-оптимизации данных // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. — 2024. — Т. 68. — № 1. — С. 8–20. DOI: 10.30533/GiA-2024-001.

33. Wang D., Huang G., Du Y., Zhang Q., Bai Z., Tian J. Stability analysis of reference station and compensation for monitoring stations in GNSS landslide monitoring // Satellite Navigation. 2023, vol. 4, article 29. DOI: 10.1186/s43020-023-00119-0.

34. Liu J., Huang G., Du Y., Bai Z. Method and application of identifying multipath errors in GNSS observation data based on prior information of base stations signal-to-noise ratio // Journal of Earth Sciences and Environment. 2022, vol. 2, no. 44, pp. 352–362. DOI: 10.19814/j.jese.2021.12035.

35. Deng L., Xiao Y., Chen Q., Peng W., Li Z., Chen H., Wu Z. Detection and interpretation of the time-varying seasonal signals in China with multi-geodetic measurements // Geodesy and Geodynamics. 2025, vol. 16, no. 1, pp. 42–54. DOI: 10.1016/j.geog.2024.05.005.

36. Odziemczyk W. Application of optimization algorithms for identification of reference points in a monitoring network // Sensors. 2021, vol. 21, no. 5, article 1739. DOI: 10.3390/s21051739.

37. Кузин А. А., Филиппов В. Г. Метод оценки стабильности геодезических сетей по пространственным координатам на основе аппроксимации координат плоскостью // Вестник СГУГиТ. — 2024. — Т. 29. — № 6. — С. 5–22. DOI: 10.33764/2411-1759-2024-29-6-5-22. **ПЛАБ**

REFERENCES

1. Hashim Ibrahim H., Hummadi R. A. Dataset on the long-term monitoring of foundation vertical deformations on medium-expansive soil. *Data in Brief*. 2025, vol. 59, article 111422. DOI: 10.1016/j.dib.2025.111422.

2. Wiśniewski Z., Kamiński W. Estimation and prediction of vertical deformations of random surfaces, applying the total least squares collocation method. *Sensors*. 2020, vol. 20, no. 14, article 3913. DOI: 10.3390/s20143913.

3. Huang G., Du S., Wang D. GNSS techniques for real-time monitoring of landslides: A review. *Satellite Navigation*. 2023, vol. 4, article 5. DOI: 10.1186/s43020-023-00095-5.

4. Shu B., He Y., Wang L., Zhang Q., Li X., Qu X., Huang G., Qu W. Real-time high-precision landslide displacement monitoring based on a GNSS CORS network. *Measurement*. 2023, vol. 217, article 113056. DOI: 10.1016/j.measurement.2023.113056.

5. Mustafin M. G., Slobodkin S. M. Methodology of geodetic observations for forecasting of potentially hazardous zones of operating main pipelines. *International Journal of Engineering*. 2026, vol. 39, no. 7, pp. 1753–1761. DOI: 10.5829/ije.2026.39.07a.18.

6. Hao D., Li Y., Liu H., Xu Z., Zhang J., Ren J., Wu J. Deformation monitoring of large steel structure based on terrestrial laser scanning technology. *Measurement*. 2025, vol. 248, article 116962. DOI: 10.1016/j.measurement.2025.116962.

7. Vystřchil M. G., Baltyzhakova T. I., Romanchikov A. Yu., Anikeeva A. A. Algorithm of land surface points extraction from airborne laser scanning data. *Geodesy and cartography*. 2024, no. 2, pp. 2–11. [In Russ]. DOI: 10.22389/0016-7126-2024-1004-2-2-11.

8. García-Nieto M. C., Huesca-Tortosa J. A., Martínez-Segura M. A., de Gea A. E., Navarro M. Structural deformation monitoring using UAV photogrammetry to assess slender historic buildings. *Journal of Building Engineering*. 2025, vol. 100, article 111766. DOI: 10.1016/j.job.2025.111766.

9. Belguetliel F., Fredj M., Saadoun A., Boukarm R. Finite element analysis of slope failure in Ouenza open-pit iron mine, NE Algeria: causes and lessons for stability control. *Journal of Mining Institute*. 2024, vol. 268, pp. 576–587. [In Russ].

10. Volohov E. M., Kozhukharova V. K., Zelentsov S. N., Mukminova D. Z., Isaev A. A. Assessment of interaction effects between the foundation and the base using numerical simulation methods for conditions of undermining the Mariinskii Theatre building in Saint Petersburg. *Journal of Mining Institute*. 2025, vol. 276, no. 1, pp. 16–29. [In Russ].

11. Zherlygina E. S., Kuranova M. E., Gusev V. N., Odintsov E. E. Identification of hazardous sites based on studying the development of man-made fractures within the rock mass. *Russian Mining Industry Journal*. 2025, no. 1, pp. 162 – 169. [In Russ]. DOI: 10.30686/1609-9192-2025-1-162-169.
12. Duong B. V., Fomenko I. K., Nguyen K. T., Zerkal O. V., Sirotkina O. N., Vu D. H. Landslide hazard assessment in Tinh Tuc town, Cao Bang province, Vietnam using Frequency ratio method and the combined Fractal-frequency ratio method. *Journal of Mining Institute*. 2024, vol. 268, pp. 613 – 624. [In Russ].
13. Mustafin M. G., Valkova E. O. Surveying and geomechanical justification for the methods of quarry sides deformations observation. *Ugol'*. 2024, no. 7, pp. 55 – 61. [In Russ]. DOI: 10.18796/0041-5790-2024-7-55-61.
14. Duchnowski R., Wyszowska P. Unstable object points during measurements – Deformation analysis based on pseudo epoch approach. *Sensors*. 2022, vol. 22, no. 23, article 9030. DOI: 10.3390/s22239030.
15. Malarski R. A concept for the examination of reference points stability in horizontal control networks. *Reports on Geodesy and Geoinformatics*. 2016, vol. 101, no. 1, pp. 60-69. DOI: 10.1515/rgg-2016-0022.
16. Zienkiewicz M. H. Identification of unstable reference points and estimation of displacements using squared Msplrit estimation. *Measurement*. 2022, vol. 195, article 111029. DOI: 10.1016/j.measurement.2022.111029.
17. Dashko R. E., Kolosova D. L. Interdisciplinary approach as basis for enhancing construction and operation safety of industrial hydraulic structures. *Sustainability (Switzerland)*. 2025, vol. 17, no. 12, article 5244. DOI: 10.3390/su17125244.
18. Dyachkova I., Bykova E., Dudina V., Banikevich T. An assessment of the impact of the protection zone regime for cultural heritage sites on the value of land for individual housing construction in the context of a low-activity market. *Heritage*. 2024, vol. 7, no. 6, pp. 2682-2708. DOI: 10.3390/heritage7060128.
19. Dashko R. E., Karpenko A. G. Scientific-practical enhancement principles for the long-term stability of cultural heritage objects through a multi-component underground space analysis. *Heritage*. 2024, vol. 7, no. 8, pp. 4455 – 4471. DOI: 10.3390/heritage7080210.
20. Goryainov I. V. Application of the reverse linear-angle resection for estimation of stability of points of the plane deformation of geodesic network. *Vestnik SSUGT*. 2018, vol. 23, no. 1, pp. 28 – 39. [In Russ].
21. Avrunev Ye. I. Original points stability analysis based on the satellite positions in the geodesic extension of control points. *Interexpo Geo-Siberia*. 2010, no. 2, pp. 127 – 132. [In Russ].
22. Afonin D. A. Plane geodetic network stability points control at geodetic monitoring of engineering structures. *Geodesy and cartography*. 2013, no. 5, pp. 6 – 11. [In Russ].
23. Markuze Yu. I., Le Anh Cuong. Investigation of an algorithm for analyzing deformations of geodetic points when observing horizontal displacements of hydraulic structures. *Geodesy and cartography*. 2017, no. 7, pp. 23 – 30. [In Russ]. DOI: 10.22389/0016-7126-2017-925-7-23-30.
24. Krawczyk K. Influence of reference stations on the stability of the geodetic control network during deformation determination in the area of Kadzielnia in Kielce. *Reports on Geodesy and Geoinformatics*. 2023, vol. 115, no. 1, pp. 19 – 26. DOI: 10.2478/rgg-2023-0003.
25. de Lacy M., Ramos M., Gil A., Franco Ó., Herrera A., Avilés M., Domínguez A., Chica J. Monitoring of vertical deformations by means high-precision geodetic levelling. Test case: The Arenoso dam (South of Spain). *Journal of Applied Geodesy*. 2017, vol. 11, no. 1, pp. 31 – 41. DOI: 10.1515/jag-2016-0034.
26. Matsuoka M. T., Rofatto V. F., Klein I., Veronez M. R., da Silveira L. G. Jr., Neto J. B. S., Alves A. C. R. Control points selection based on maximum external reliability for designing geodetic networks. *Applied Sciences*. 2020, vol. 10, no. 2, article 687. DOI: 10.3390/app10020687.
27. Bak M., Çelik R. N. Web-NDefA: Open-source and web-based online platform for 3-D deformation analysis of geodetic networks. *SoftwareX*. 2023, vol. 24, article 101523. DOI: 10.1016/j.softx.2023.101523.
28. Andreas Krietemeyer A., van Dalfsen E. Cost-effective GNSS as a tool for monitoring volcanic deformation: A case study on Saba in the Lesser Antilles. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*. 2025, vol. 459, article 108263. DOI: 10.1016/j.jvolgeores.2024.108263.

29. Banimostafavi Z., Sharifi M. A., Farzaneh S. Evaluation of unstable points detection methods in geodetic GNSS-based networks. *Iranian Journal of Geophysics*. 2023, vol. 16, no. 4, pp. 175 – 192. DOI: 10.30499/ijg.2023.350587.1441.

30. Amiri-Simkooei A. R., Alaei-Tabatabaei S. M., Zangeneh-Nejad F., Voosoghi B. Stability analysis of deformation-monitoring network points using simultaneous observation adjustment of two epochs. *Journal of Surveying Engineering*. 2017, vol. 143, no. 1, article 04016020. DOI: 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000195.

31. Manevich A. I., Shevchuk R. V., Kaftan V. I., Tatarinov V. N., Zabrodin S. M. Improvement of the network of GNSS monitoring of the Nizhne-Kansky massif using bedrock pin geodetic center. *Seismicheskie Pribory*. 2022, vol. 58, no. 4, pp. 111 – 129. [In Russ]. DOI: 10.21455/si2022.4-7.

32. Kosarev N. S., Padve V. A., Kosareva D. I. Analysis of stability of geodetic points in terrestrial and GNSS networks using technologies of synthesized version of algorithms LS-optimization of data. *Izvestia vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying*. 2024, vol. 68, no. 1, pp. 8 – 20. [In Russ]. DOI: 10.30533/GiA-2024-001.

33. Wang D., Huang G., Du Y., Zhang Q., Bai Z., Tian J. Stability analysis of reference station and compensation for monitoring stations in GNSS landslide monitoring. *Satellite Navigation*. 2023, vol. 4, article 29. DOI: 10.1186/s43020-023-00119-0.

34. Liu J., Huang G., Du Y., Bai Z. Method and application of identifying multipath errors in GNSS observation data based on prior information of base stations signal-to-noise ratio. *Journal of Earth Sciences and Environment*. 2022, vol. 2, no. 44, pp. 352 – 362. DOI: 10.19814/j.jese.2021.12035.

35. Deng L., Xiao Y., Chen Q., Peng W., Li Z., Chen H., Wu Z. Detection and interpretation of the time-varying seasonal signals in China with multi-geodetic measurements. *Geodesy and Geodynamics*. 2025, vol. 16, no. 1, pp. 42 – 54. DOI: 10.1016/j.geog.2024.05.005.

36. Odziemczyk W. Application of optimization algorithms for identification of reference points in a monitoring network. *Sensors*. 2021, vol. 21, no. 5, article 1739. DOI: 10.3390/s21051739.

37. Kuzin A. A., Filippov V. G. A method for assessing the stability of geodetic networks using spatial coordinates based on approximation of coordinates by a plane. *Vestnik SSUGT*. 2024, vol. 29, no. 6, pp. 5 – 22. [In Russ]. DOI: 10.33764/2411-1759-2024-29-6-5-22.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Филиппов Владимир Геннадьевич¹ — канд. техн. наук,
ассистент, e-mail: Filippov_VG@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0002-8968-8694,

Кузин Антон Александрович¹ — канд. техн. наук,
доцент, e-mail: Kuzin_AA@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0002-1605-8739,

¹ Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II.

Для контактов: Филиппов В.Г., e-mail: Filippov_VG@pers.spmi.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

V.G. Filippov¹, Cand. Sci. (Eng.), Assistant,
e-mail: Filippov_VG@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0002-8968-8694,

A.A. Kuzin¹, Cand. Sci. (Eng.), Assistant Professor,
e-mail: Kuzin_AA@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0002-1605-8739,

¹ Empress Catherine II Saint Petersburg Mining University,
199106, Saint Petersburg, Russia.

Corresponding author: V.G. Filippov, e-mail: Filippov_VG@pers.spmi.ru.

Получена редакцией 10.04.2026; получена после рецензии 13.05.2026; принята к печати 10.10.2026.

Received by the editors 10.04.2026; received after the review 13.05.2026; accepted for printing 10.10.2026.