

ГЕОМЕХАНИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ РАЗМЕРОВ ЦЕЛИКОВ МЕЖДУ РАЗГРУЗОЧНЫМИ СКВАЖИНАМИ ПРИ РАЗРАБОТКЕ УДАРООПАСНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

А.Н. Шабаров¹, А.А. Андреев¹

¹ Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II,
Санкт-Петербург, Россия, e-mail: andreev_aa@pers.spmi.ru

Аннотация: Рассмотрены методы снижения опасных напряжений при разработке удароопасных месторождений полезных ископаемых. Основное внимание уделено технологии применения разгрузочных скважин, которая по сравнению с альтернативными способами (подработкой и надработкой) обладает существенными преимуществами – высокой скоростью реализации и минимальными трудозатратами. Детально проанализированы ключевые параметры скважин, определяющие эффективность разгрузки массива: диаметр, расстояние между скважинами, пространственную ориентацию и форму поперечного сечения. Особое внимание уделено исследованию влияния геометрической формы скважин на устойчивость межскважинных целиков. Численным моделированием выполнен сравнительный анализ деформирования массива при круглых и квадратных сечениях, который показал, что круглые скважины увеличивают несущую способность целиков на 34,8% благодаря более благоприятному распределению напряжений. На основе классической методики Турнера–Шевякова разработана усовершенствованная расчетная формула, включающая новый поправочный коэффициент $K_{скв}$, учитывающий форму скважин. Это позволяет применять проверенные аналитические методы для проектирования систем скважинной разгрузки, что упрощает расчеты для практического применения и не требует использования сложного программного обеспечения. Результаты исследования имеют важное практическое значение для горнодобывающих предприятий, позволяя оптимизировать параметры разгрузочных скважин для достижения баланса между технологической эффективностью, безопасностью ведения горных работ и экономической целесообразностью. Дополнительно рассмотрены перспективы применения полученных результатов для камерно-столбовой системы разработки.

Ключевые слова: разгрузочные скважины, горные удары, межскважинные целики, несущая способность, круглые и квадратные сечения, распределение напряжений, геодинамическая безопасность, параметры скважин.

Для цитирования: Шабаров А. Н., Андреев А. А. Геомеханическое обоснование размеров целиков между разгрузочными скважинами при разработке удароопасных месторождений // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2025. – № 12-2. – С. 180–193. DOI: 10.25018/0236_1493_2025_122_0_180.

Geomechanical substantiation of pillar dimensions between unloading boreholes during the development of rockburst-hazardous deposits

A.N. Shabarov¹, A.A. Andreev¹

¹ Empress Catherine II Saint-Petersburg Mining University, Saint-Petersburg, Russia, e-mail: andreev_aa@pers.spmi.ru

Abstract: The article discusses methods for reducing hazardous stresses during the development of rockburst-hazardous mineral deposits. The main focus is on the technology of using unloading boreholes, which, compared to alternative methods (such as under-mining and over-mining), offers significant advantages – high implementation speed and minimal labor costs. The authors provide a detailed analysis of the key borehole parameters that determine the efficiency of rock mass unloading: diameter, spacing, spatial orientation, and cross-sectional shape. Particular attention is paid to investigating the influence of the borehole's geometric shape on the stability of inter-borehole pillars. A comparative numerical analysis of rock mass deformation for circular and square cross-sections showed that circular boreholes increase the load-bearing capacity of pillars by 34.8% due to a more favorable stress distribution. Based on the classical Turner-Shevyakov methodology, an improved calculation formula has been developed, incorporating a new correction coefficient K_{skv} , which accounts for the borehole shape. This allows the application of proven analytical methods for designing borehole unloading systems, simplifying calculations for practical application and eliminating the need for complex software. The research results are of significant practical importance for mining enterprises, enabling the optimization of unloading borehole parameters to achieve a balance between technological efficiency, mining safety, and economic feasibility. The prospects for applying the obtained results to room-and-pillar mining systems are also considered.

Key words: unloading boreholes, rock bursts, inter-borehole pillars, load-bearing capacity, circular and square sections, stress distribution, geodynamic safety, borehole parameters.

For citation: Shabarov A. N., Andreev A. A. Geomechanical substantiation of pillar dimensions between unloading boreholes during the development of rockburst-hazardous deposits. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2025;(12-2):180-193. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2025_122_0_180.

Введение

При отработке участков месторождений, склонных и опасных по горным ударам, в соответствии с требованиями Федеральных норм и правил в области промышленной безопасности «Правила безопасности при ведении горных работ и переработке твердых полезных ископаемых», необходимо осуществление

мер разгрузки массива от повышенных концентраций напряжений. Это может достигаться путем под- или надработки опережающей выемкой защитной залежи или слоя либо бурением разгрузочных скважин большого диаметра. Способы под- и надработки являются весьма надежными и эффективными, однако обладают такими негативными характе-

ристиками, как высокая трудоемкость и низкая оперативность. В отличие от них, бурение разгрузочных скважин требует минимальных трудозатрат и может быть выполнено в крайне сжатые сроки практически в любых условиях. Данный способ, за счет своей простоты и безопасности, нашел широкое распространение при отработке удароопасных месторождений в различных горно-геологических условиях. В связи с тем, что при освоении рудных месторождений наблюдается устойчивая тенденция к общему увеличению глубин отработки, способ разгрузки бурением скважин имеет далекие перспективы и, безусловно, требует постоянного совершенствования и оптимизации [1].

Параметрами скважинной разгрузки являются диаметр скважин, расстояние между скважинами, ориентация осей скважин в пространстве (угол наклона и азимут) и длина скважин. Из всех этих параметров ключевым, определяющим ее эффективность, является размер целика между скважинами, а точнее — отношение ширины целика между скважинами к их диаметру.

Принцип работы разгрузочных скважин основан на деформации целиков между скважинами, за счет чего происходит снижение напряжений в области влияния скважинной разгрузки. Таким образом, условием эффективности данного противоударного мероприятия является такой размер межскважинного целика, при котором возможна его деформация под воздействием опасных напряжений.

Геомеханическая система скважин и целиков представляет собой чередование круглых отверстий (скважин) и породных опор (целиков), расположенных в один ряд. Вопрос распределения напряжений и деформаций вокруг единичного отверстия круглой формы в сплошной однородной среде является задачей

типа Кирша, получившей точное математическое описание. Кроме того, подробно описаны случаи двух, трех и более отверстий, а также других форм — квадрат, эллипс, прямоугольник, треугольник [2—4]. Однако область применения данных исследований ограничивается сплошными однородными материалами. Наличие в теле неоднородностей и трещин значительно усложняет математическое описание, поэтому более предпочтительным является экспериментальный путь исследований [3, 5].

Многочисленными исследованиями установлено, что напряженное состояние любой произвольной точки массива в зоне влияния очистных работ зависит от сочетания большого числа горно-геологических [6, 7] и горнотехнических [8] факторов, каждый из которых способствует снижению или повышению напряжений. Реальный горный массив обладает неоднородностью и анизотропией свойств, а также структурной нарушенностью [9, 10], что не позволяет распространять на него теоретические положения сопротивления материалов без введения дополнительных условий. Существующие аналитические методики горных геомеханических расчетов используют для этого различного рода коэффициенты [11, 12]. Эти коэффициенты могут быть получены либо на основании анализа статистических данных, которые по существу учитывают степень возможного отклонения значений того или иного параметра от значения, используемого в расчетах, либо эмпирически, на основании обобщения практического опыта реализации полученных технических решений в натуральных условиях [13, 14].

В связи с развитием компьютерных технологий решение практических задач для различных случаев расположения горных выработок стало возможным с использованием методов численного мо-

делирования [15–17]. Однако данный подход, в связи с особенностями его применения, является инструментом специализированных научных организаций и практически недоступен для широкого применения на уровне горнодобывающих предприятий [18, 19]. Поэтому для практического использования инженерным составом проектных организаций и рудников актуальным является получение инженерной методики определения параметров скважин, которая использует минимально необходимый набор исходных данных и не требует применения узкоспециализированного программного обеспечения.

В горном деле систематическое чередование протяженных горных выработок (пустот) с целиками наиболее близко соответствует камерно-столбовой системе разработки с ленточными целиками [20, 21]. Данный вариант системы разработки является одним из самых распространенных и применяется для разработки месторождений в различных горно-геологических условиях [22]. В связи с широким распространением данная система разработки очень хорошо изучена с точки зрения геомеханики и имеет различные методические подходы к расчету конструктивных элементов [23–25]. Одной из самых распространенных является методика, основанная на гипотезе Турнера-Шевякова (Методические указания по определению размеров камер и целиков при подземной разработке руд цветных металлов. — Чита, 1988), где определение параметров целика производится путем сопоставления его несущей способности с нагрузками от вышележащих пород [26, 27]. Учитывая весьма длительный опыт применения методики при проектировании и эксплуатации множества рудников, она может быть использована в качестве надежной основы для решения задачи определения парамет-

ров межскважинных целиков. Для расчета ленточных целиков условие прочности имеет вид

$$\frac{K_H K_\alpha \gamma H (a + d)}{a} = \frac{\sigma_{сж}^0 K_{стр} K_{вр} K_\phi''}{K_{зап}}, \quad (1)$$

где a — ширина целика, м; d — ширина камер, м; $\sigma_{сж}^0$ — прочность горных пород на сжатие в образце, Па; $K_{стр}$ — коэффициент структурного ослабления; $K_{вр}$ — коэффициент, учитывающий длительность существования целиков; K_ϕ'' — коэффициент, учитывающий влияние соотношения высоты целика к его наименьшему размеру в сечении, совпадающем с направлением действующей нагрузки; γ — средний удельный вес налегающих горных пород, Н; H — глубина расположения целиков, м; $K_{зап}$ — коэффициент запаса прочности; K_H — коэффициент нагрузки, учитывающий долю веса массива налегающей толщи, приходящейся на целики; K_α — коэффициент влияния угла падения рудного тела на величину нормальной нагрузки, приходящейся на межскважинный целик.

Применительно к разгрузочным скважинам методика расчета междукамерных целиков должна учитывать следующие различия:

- Необходимо решать обратную задачу, то есть искать условия, при которых целик должен терять устойчивость (разрушаться). Вместе с тем необходимо избегать другой крайности — принять размеры целиков заведомо малых размеров, при которых их разрушение будет обеспечиваться даже при нагрузках, не представляющих угрозу с точки зрения геодинамической безопасности. Такой подход приведет, во-первых, к чрезмерным затратам на бурение излишнего объема разгрузочных скважин. Во-вторых, создание области интенсивно разрушающихся пород на контуре выработки требует дополнительных затрат на обеспечение устойчивости обнаже-

ний этой выработки — требуется ремонт или возведение новой крепи.

- Необходимо выявить влияние геометрической формы целика, образованного отверстиями круглой формы, на его несущую способность. Камерно-столбовая система разработки предусматривает использование горных выработок с вертикальными либо наклонными стенками, при которых форма целика представляет собой четырехугольник; в случае межскважинных целиков боковые стенки целика образованы окружностями.

Целью исследования является выявление различий в несущей способности целиков различной формы.

Методы

Анализ известных особенностей распределения напряжений и деформаций вблизи отверстий круглого и квадратного сечений показывает, что они различаются между собой на качественном уровне. На рис. 1, а, б показан типовой характер распределения напряжений вокруг пустот круглой и квадратной формы при воздействии сжимающих напряжений по нормали к плоскости осей скважин. Для наглядности круглые и квадратные сечения показаны в одинаковых условиях и с одинаковыми геометрическими параметрами (диаметр круга равен стороне квадрата). Еще более различающаяся картина наблюдается при сравнении перемещений точек в горизонтальном направлении по оси OX (рис. 1, в, г).

Как видно из представленных рисунков, у квадратных сечений концентраторами напряжений являются их углы, а у круглых — средние части боковых стенок. Соответственно, напряженное состояние межскважинного целика является неидентичным и не может корректно сравниваться. Поэтому, в свете поставленной задачи, в качестве критерия для сравнения НДС при отверстиях

круглой и квадратной формы был выбран такой показатель, как величины смещения точек в области над плоскостью разгрузочных скважин.

Снижение напряжений в области влияния разгрузочных скважин достигается за счет реализации деформаций ослабленной скважинами зоны (снижение жесткости массива в плоскости скважин). При деформации, за счет давления массива на межскважинные целики, происходит смещение точек массива вниз. Смещение происходит за счет деформации контура скважин, а также за счет упругого сжатия межскважинных целиков. Соответственно, в общем случае смещения тем больше, чем больше площадь пустот и чем меньше площадь целиков.

Учитывая, что плоскость разгрузки ориентирована перпендикулярно к направлению максимальных напряжений, эффективность снижения напряжений оценивается по степени деформации (и величине смещений) в направлении действия этих напряжений.

Решение поставленной задачи выполняется методом численного моделирования.

В исследовании планируется получить величину смещений точек над плоскостью разгрузочных скважин и производить сравнение этого показателя для скважин квадратного и круглого сечений. В качестве базового принимается сечение квадратной формы. В качестве искомого используются сечения скважин круглой формы. Получая величину смещений точек над плоскостью разгрузочных скважин круглой формы и сравнивая с базовым вариантом путем изменения размера (ширины) межскважинного целика, происходит последовательное приближение критериального показателя к базовому.

Аналитическая методика определения размеров целиков в камерно-цели-

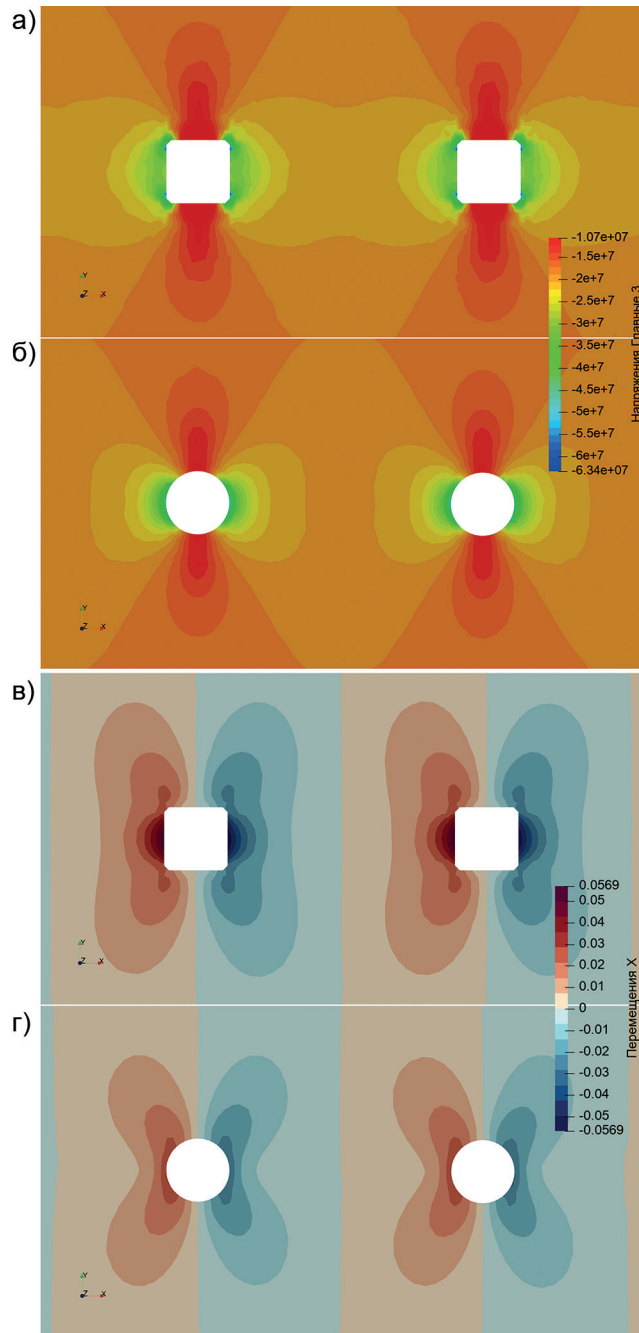


Рис. 1. Распределение максимальных напряжений: напряжения при квадратных скважинах (а); напряжения при круглых скважинах (б); смещения по горизонтали при квадратных скважинах (в); смещения по горизонтали при круглых скважинах (г) [составлено авторами]

Fig. 1. Distribution of maximum stresses: stresses around square boreholes (a); stresses around circular boreholes (b); horizontal displacements for square boreholes (v); horizontal displacements for circular boreholes (g) [compiled by the authors]

ковой системе разработки предназначена для получения размеров целиков, сохраняющих устойчивое состояние, т.е. работающих на упругой стадии деформирования, без разрушения. Так как стоит задача поиска эквивалентного по параметру устойчивости межскважинного целика другой геометрической формы, при расчетах используется упругая модель деформирования массива.

Одним из условий эффективности разгрузочных скважин является обеспечение их параллельности по всей длине, поэтому для решения может быть использована плоская модель, представляющая собой поперечное сечение скважин. Поскольку скважины должны быть забурены одинаковым диаметром через равные интервалы, за счет условия симметрии, для упрощения расчетов моделирование может быть выполнено для 1/4 сектора скважины [28, 29].

Размер моделей по высоте выбран таким образом, чтобы выйти за пределы зоны с наличием неоднородностей деформаций вблизи контура скважин. В соответствии с положениями теории Кирша, напряжения быстро затухают

по мере удаления от отверстия и на расстоянии более $1,5D$ отличаются от фоновых менее чем на 10%. Снятие величины оседаний точек производится по линии, являющейся верхней гранью модели, а высота модели принимается равной $5D$. Как показали исследования, на таком удалении от плоскости разгрузки наличие полостей имеет незначительное влияние на напряженное состояние [30, 31]. Для снижения локального влияния на результат неравномерности от наличия пустот и опор в качестве критерия для каждой модели используется суммарная величина смещений по оси OY для 100 точек, равномерно распределенных по верхней грани.

Размер по горизонтали в каждой модели меняется и зависит от размера скважины (диаметра/стороны квадрата) и рассматриваемой ширины межскважинного целика.

В базовом варианте используется квадратное сечение скважин с параметрами, определенными по формуле (1). В качестве исходных данных приняты характерные для удароопасных месторождений Норильска условия залегания

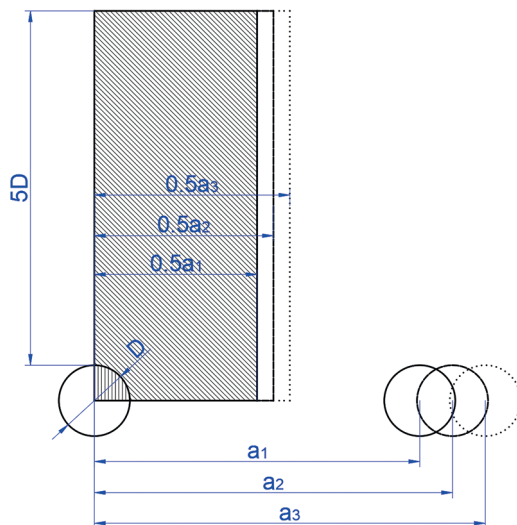


Рис. 2. Схема расчетной модели при круглых скважинах [составлено авторами]

Fig. 2. Schematic of the calculation model for circular boreholes [compiled by the authors]

и свойства руды: прочность богатых руд в массиве с учетом структурного ослабления (средняя нарушенность) 23,3 МПа, коэффициент Пуассона 0,2, глубина расположения 700 м, скважины по падению, все коэффициенты запаса равны 1,0, коэффициент времени 0,5, плотность налегающих пород 2,7 т/м³. Таким образом, для диаметра скважин (сторона квадрата) 130 мм расстояние между стенками скважин должно составлять 466 мм.

Для численного моделирования размер базовой модели составляет 298×715 мм (ширина×высота). В левом нижнем углу на втором шаге расчета образуется отверстие размерами 65×65 мм (1/4 полного сечения). Схема расчетной модели показана на рис. 2.

Численное моделирование выполнено в программном комплексе CAE Fidesys 5.1. На первом шаге моделирования модель представляет собой сплошной массив, к верхней грани которого прикладывается давление 18,5 МПа, соответствующее глубине 700 м. Перемещения боковых и нижней граней модели запрещены в направлениях, перпендикулярных граням. На втором шаге в нижнем левом углу модели образуется отверстие.

Критерий идентичности эффекта разгрузки по смещениям массива

$$\Delta\eta_{\text{кв}} = \Delta\eta_{\text{кр}}, \quad (2)$$

где $\Delta\eta_{\text{кв}}$ — суммарные оседания точек верхней грани за счет разгрузочных скважин квадратной формы, мм; $\Delta\eta_{\text{кр}}$ — суммарные оседания точек верхней грани за счет разгрузочных скважин круглой формы, мм.

Искомое значение суммарных смещений получается, как разность между перемещениями точек верхней грани на шаге 2 и 1, что отражает результат образовавшихся пустот и деформирования межскважинных целиков.

$$\Delta\eta = \sum_{i=1}^{100} \eta_{i2} - \sum_{i=1}^{100} \eta_{i1} \quad (3)$$

где η_{i1} — оседания i -й точки верхней грани на шаге моделирования 1, мм; η_{i2} — оседания i -й точки верхней грани на шаге моделирования 2, мм.

При задании свойств рудного массива в модели использовались данные о свойствах богатой руды, полученные из «Кадастра физико-механических свойств горных пород месторождений Норильского промышленного района», Институт Гипроникель, 2018 г.

Переход от свойств образца к свойствам массива проводилось по методике RMR по формулам [32]:

$$v_m = 0,5 - 0,2 \frac{RMR}{RMR + 0,2(100 - RMR)}; \quad (4)$$

$$E_m = E_{\text{обр}} \cdot \exp\left(\frac{RMR - 100}{36}\right) \quad (5)$$

Результаты

После нескольких последовательных итераций со скважинами круглого сечения, при которых менялось соотношение расстояния между осями скважин к их диаметру, было достигнуто условие критерия идентичности оседаний.

В используемой для примера модели базовое расстояние между осями квадратных скважин составляло 596 мм, суммарные оседания равны 4,34634 мм. При расстоянии между осями круглых скважин 442 мм суммарные оседания равны 4,34989 мм.

При равных размерах поперечного сечения скважин $d_{\text{кв}} = d_{\text{кр}}$, коэффициент формы скважины

$$K_{\text{скв}} = \frac{a_{\text{кв}} / d_{\text{кв}}}{a_{\text{кр}} / d_{\text{кр}}} = 1,348 \quad (6)$$

где $a_{\text{кв}}$ — расстояние между осями скважин квадратного сечения, мм; $a_{\text{кр}}$ — рас-

стояние между осями скважин круглого сечения, мм; $d_{кв}$ — сторона скважин квадратного сечения, мм; $d_{кр}$ — диаметр скважин круглого сечения, мм.

Дополнительными проверочными расчетами установлено, что при изменении величины напряжений, свойств руды и «базового» соотношения a/d коэффициент формы скважин (6) остается без изменений.

Обсуждение результатов

По результатам расчетов установлено, что целик, образованный скважинами круглой формы, имеет несущую способность на 34,8% больше, чем такой же целик, образованный скважинами квадратной формы.

Выполненное исследование позволяет применять известные и широко апробированные аналитические методики расчета междукammerных целиков по отношению к определению параметров разгрузочных скважин.

Так, с добавлением в методику Турнера–Шевякова (1) коэффициента формы скважины $K_{скв}$, а также с использованием обоснованных входящих в нее коэффициентов и величин [33–35], условие прочности междукammerных целиков принимает вид

$$\frac{(a + d)}{a} \geq \frac{\sigma^0_{сжс} K_{стр} K_{вр} K''_{ф} K_{скв}}{K_H K_{\alpha} K_{зап} \sigma_{кр}}. \quad (7)$$

Формула (7) представляет собой нестрогое неравенство. При этом следует иметь в виду, что чем меньше разница между левой и правой частями, тем более оптимальными являются параметры скважинной разгрузки — процесс деформирования междукammerных целиков начинается только при достижении напряжениями величин, близких к критическим и опасным для данных условий. При этом максимизация шага бурения будет способствовать экономии ре-

сурсов на реализацию противоударных мероприятий.

Применение данного подхода при выборе параметров разгрузочных скважин является достаточно простым и практичным, так как основано на проверенной временем аналитической методике, а входящие в нее величины в большинстве случаев имеются даже на ранней стадии изученности месторождений.

Помимо полученного результата поставленной задачи, в качестве попутных результатов можно отметить следующие два тезиса:

- разгрузочные скважины квадратного сечения обладают лучшей способностью к деформированию целиков и позволяют уменьшить расход скважин для разгрузки сопоставимой площади по сравнению с традиционными скважинами круглого сечения на 34%. Однако окончательный вывод об их эффективности можно сделать, используя также данные о производительности бурения скважин квадратного сечения и стоимости таких работ;

- для месторождений, представленных рудными телами пластовой формы и предполагаемых к отработке с применением камерно-столбовой системы разработки, в качестве альтернативного варианта имеет смысл рассмотреть использование очистных выработок круглой формы. Используя полученные в настоящей работе результаты, при очистных выработках круглой формы могут быть снижены потери руды в междукammerных целиках.

Так, для условий сравнения выработок квадратной и круглой формы соотношение их потерь может быть оценено по формуле

$$\frac{\pi_{кв}}{\pi_{кр}} = \frac{B \times a_{кв}}{B \times a_{кв} + B^2} \times \frac{B \times a_{кр} + B^2}{B \times a_{кр} + (1 - \pi / 4) \times B^2} \quad (8)$$

где $P_{кв}$ — потери при квадратных камерах; $P_{кр}$ — потери при круглых камерах; B — ширина квадратной камеры (равна высоте). Также равна диаметру круглой камеры; $a_{кв}$ — ширина целика между квадратными камерами; $a_{кр}$ — ширина целика между круглыми камерами (кратчайшее, на уровне осей).

Например, при $B = 10,0$ м и $a_{кв} = 10,0$ м соотношение $P_{кв} / P_{кр} = 1,062$.

Однако окончательный вывод об эффективности очистных камер круглого сечения можно сделать, используя также данные об устойчивости обнажений, виде и параметрах крепления, технологии создания камер круглого сечения и т.п.

Заключение

Применение разгрузочных скважин доказало свою результативность в снижении опасных напряжений при освоении месторождений, склонных к динамическим проявлениям горного давления. Данный метод отличается от альтернативных технологий, таких как подработка и надработка, благодаря высокой скорости реализации и минимальным трудозатратам, что делает его предпочтительным в сложных горно-геологических условиях.

Наибольшее влияние на результативность разгрузки оказывает ширина междускажинных целиков. Для достижения требуемого эффекта по снижению гео-

динамической опасности необходимо подбирать такое соотношение между их размерами и диаметром скважин, которое обеспечит деформацию целиков под воздействием напряжений, достигающих опасных величин.

Проведенный анализ продемонстрировал, что устойчивость целиков существенно зависит от формы образующих их пустот. Так, круглые скважины повышают несущую способность рудных целиков на 34,8% в сравнении с квадратными аналогами, что обусловлено особенностями распределения напряжений вблизи сечений, образованных плавными кривыми или прямолинейными отрезками с углами.

В результате исследования получена адаптированная методика определения геометрических параметров целиков, базирующаяся на классической формуле Турнера–Шевякова. Введение поправочного коэффициента $K_{кв}$, учитывающего форму скважин, позволяет применять проверенный аналитический метод для определения оптимальных параметров разгрузочных скважин.

Результаты проведенного исследования направлены на повышение безопасности и рентабельности освоения удароопасных месторождений, обеспечивая баланс между технологической эффективностью и экономической целесообразностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Noskov V. A., Tsirel S. V., Korchak P. A. Investigation of the impact of geodynamic risk on the financial and economic activities of mining enterprises / Rock Mechanics for Natural Resources and Infrastructure Development: Proceedings of the 14th International congress on rock mechanics and rock engineering. Foz Do Igvasu, Brazil: Taylor & Francis Group pic Typeset by Integra Software Services Pvt. Ltd., Pondicherry, 2020, pp. 330–335.

2. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости: Основные уравнения. Плоская задача. Кручение и изгиб; предисл. А. Н. Крылова. — Л.: Изд-во АН СССР, 1933.

3. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий. АН УССР. Ин-т механики. — Киев: Наукова думка, 1968. — 887 с.

4. Трещев А. А., Ромашина А. В. Концентрация напряжений в пластине из ортотропного разносопротивляющегося материала // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. — 2017. — № 6(326). — С. 4–12.

5. Zuev B. Y., Istomin R. S., Kovshov S. V., Kitsis V. M. Physical modeling the formation of roof collapse zones in vorkuta coal mines // Bulletin of the Mineral Research and Exploration. 2020, vol. 162, pp. 225 – 234. DOI: 10.19111/bulletinofmre.620478.

6. Конгар-Сюрюн Ч. Б., Ковальский Е. Р. Твердеющие закладочные смеси на калийных рудниках: перспективные материалы, регулирующие напряженно-деформированное состояние массива // Геология и геофизика Юга России. – 2023. – № 13(4). – С. 177–187. DOI: 10.46698/VNC.2023.34.99.014.

7. Phuc L. Q., Zubov V. P., Dac P. M. Improvement of the loading capacity of narrow coal pillars and control roadway deformation in the longwall mining system. a case study at khe cham coal mine (vietnam) // Inzynieria Mineralna. 2020, vol. 1, no. 1, pp. 115 – 122. DOI: 10.29227/IM-2020-02-15.

8. Протосеня А. Г., Алексеев А. В., Вербило П. Э. Прогноз напряженно-деформированного состояния и устойчивости лба забоя тоннеля при пересечении нарушенных зон грунтового массива // Записки Горного института. – 2022. – Т. 254. – С. 252–260. DOI: 10.31897/PMI.2022.26.

9. Курленя М. В., Коротких В. И., Тапсиев А. П. Напряженно-деформированное состояние призабойного массива с тектоническим нарушением // ФТПРПИ. – 1991. – № 2. – С. 3–9.

10. Ковальский Е. Р., Конгар-Сюрюн Ч. Б., Петров Д. Н. Проблемы и перспективы внедрения многостадийной выемки руды при отработке запасов калийных месторождений // Устойчивое развитие горных территорий. – 2023. – Т. 15. – № 2. – С. 349–364. DOI: 10.21177/1998-4502-2023-15-2-349-364.

11. Rasskazov M., Tereshkin A., Tsoi D., Bagautdinov I., Kozhogulov K. Research of the formation of zones of stress concentration and dynamic manifestations based on seismoacoustic monitoring data in the fields of the Kola Peninsula // E3S Web of Conferences. 2020, vol. 192, article 01009. DOI: 10.1051/e3sconf/202019201009.

12. Wang E., Xie S. Determination of coal pillar width for gob-side entry driving in isolated coal face and its control in deep soft-broken coal seam: a case study // Energy Science and Engineering. 2022, vol. 10, pp. 2305 – 2316. DOI: 10.1002/ese3.11392316.

13. Kulkova M. S., Zemtsovsky A. V. Optimizing parameters of stopes and pillars for the Zhdanov deposit mining // Eurasian Mining. 2019, no. 1, pp. 13 – 15. DOI: 10.17580/em.2019.01.03.

14. Ma S., Luo Z., Hu J., Ren Q., Qin Y., Wen L. Determination of intervening pillar thickness based on the cusp catastrophe model // Advances in Civil Engineering. 2019, article 8253589. DOI: 10.1155/2019/8253589.

15. Tien N. T., Karasev M. A., Vilner M. A. Study of the stress-strain state in the sub-rectangular tunnel // Lecture Notes in Civil Engineering. 2020, vol. 62, pp. 383 – 388. DOI: 10.1007/978-981-15-2184-3_49.

16. Protosenya A., Vilner M. Assessment of excavation intersections' stability in jointed rock masses using the discontinuum approach // Rudarsko Geolosko Naftni Zbornik. 2022, vol. 37, no. 2, pp. 137 – 147. DOI: 10.17794/rgn.2022.2.12.

17. Господариков А. П., Зацепин М. А. Математическое моделирование нелинейных краевых задач геомеханики // Горный журнал. – 2019. – № 12. – С. 16–20. DOI: 10.17580/gzh.2019.12.03.

18. Demenkov P. A., Romanova E. L., Kotikov D. A. Stress-strain analysis of vertical shaft lining and adjacent rock mass under conditions of irregular contour // Mining Informational and Analytical Bulletin. 2023, no. 11, pp. 33 – 48. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_11_0_33.

19. Sidorenko A. A., Sidorenko S. A., Ivanov V. V. Numerical modelling of multiple-seam coal mining at the Taldinskaya-Zapadnaya-2 mine // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. 2021, vol. 16, no. 5, pp. 568 – 574.

20. Слесарев В. Д. Определение оптимальных размеров целиков различного назначения. – М.: Углетехиздат, 1948. – 195 с.

21. Гобозов С. Ф. Камерно-столбовые системы разработки // Аллея Науки. – 2018. – Т. 1. – № 7(23). – С. 504–510.

22. Kazanin O., Sidorenko A., Drebenstedt C. Intensive underground mining technologies: Challenges and prospects for the coal mines in Russia // Acta Montanistica Slovaca. 2021, vol. 26, no. 1, pp. 60 – 69. DOI: 10.46544/AMS.v26i1.05.

23. Zhu Zh., Li D. Stability assessment of long gateroad pillar in ultra-thick coal seam: an extensive field and numerical study // Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources. 2022, vol. 8, no. 5, pp. 1 – 24. DOI: 10.1007/s40948-022-00455-6.

24. Титов Н. В., Евсюкова А. А. Оптимизация параметров камерно-столбовой системы разработки / Современные прикладные исследования: Материалы шестой Всероссийской (национальной) научно-практической конференции. Т. 1. — Новочеркасск, 2022. — С. 367 — 372.
25. Коршунов В. А., Павлович А. А., Бажуков А. А. Оценка сдвиговой прочности горных пород по трещинам на основе результатов испытаний образцов сферическими инденторами // Записки Горного института. — 2023. — Т. 262. — С. 606 — 618. DOI: 10.31897/PMI.2023.16.
26. Севастьянов Б. Н., Удалов А. Е., Битимбаев М. Ж., Бекбаев С. М. Управление горным давлением при выемке целиков / Управление горным давлением и прогноз безопасных условий освоения угольных месторождений. — Л.: ВНИМИ, 1990. — С. 137 — 143.
27. Казанин О. И., Ильинец А. А. Обеспечение устойчивости выемочных выработок при подготовке выемочных участков пологих угольных пластов тремя выработками // Записки Горного института. — 2022. — Т. 253. — С. 41 — 48. DOI: 10.31897/PMI.2022.1.
28. Qinghua Lei, Ke Gao A numerical study of stress variability in heterogeneous fractured rocks // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2019, vol. 113, pp. 121 — 133. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2018.12.001.
29. Vanneschi C., Mastrorocco G., Salvini R. Assessment of a rock pillar failure by using change detection analysis and FEM modelling // ISPRS International Journal of Geo-Information. 2021, vol. 10, no. 11, article 774. DOI: 10.3390/ijgi10110774.
30. Трофимов А. В., Киркин А. П., Румянцев А. Е., Яваров А. В. Применение численного моделирования для определения оптимальных параметров метода полной разгрузки керна при оценке напряженно-деформированного состояния массива горных пород // Цветные металлы. — 2020. — № 12. — С. 22 — 27. DOI: 10.17580/tsm.2020.12.03.
31. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. — М.: Наука, 1979. — 560 с.
32. Vasarhelyi Balazs, Kovács Dorottya Empirical methods of calculating the mechanical parameters of the rock mass // Periodica Polytechnica Civil Engineering. 2017, vol. 61, pp. 38 — 50. DOI: 10.3311/PPci.10095.
33. Марысюк В. П., Шиленко С. Ю., Андреев А. А., Шабаров А. Н. Методика расчета межскважинных целиков для формирования защищенных зон в условиях удароопасных месторождений Талнаха // Горный журнал. — 2023. — № 1. — С. 106 — 112. DOI: 10.17580/gzh.2023.01.18.
34. Тюпин В. Н. Оценка критической глубины месторождений по условию удароопасности // Записки Горного института. — 2019. — Т. 236. — С. 167. DOI: 10.31897/PMI.2019.2.167.
35. Тюпин В. Н. Обоснование формул для оценки критической глубины месторождений по условию удароопасности // Горный журнал. — 2023. — № 12. — С. 4 — 9. DOI: 10.17580/gzh.2023.12.01. **ИЗВ**

REFERENCES

- Noskov V. A., Tsirel S. V., Korchak P. A. Investigation of the impact of geodynamic risk on the financial and economic activities of mining enterprises. *Rock Mechanics for Natural Resources and Infrastructure Development: Proceedings of the 14th International congress on rock mechanics and rock engineering*. Foz Do Igvassu, Brazil: Taylor & Francis Group pic Typeset by Integra Software Serv ices Pvt. Ltd., Pondicherry, 2020, pp. 330 — 335.
- Muskhelishvili N. I. *Nekotorye osnovnye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti: Osnovnye uravneniya. Ploskaya zadacha. Kruchenie i izgib* [Some basic problems of the mathematical theory of elasticity: Fundamental equations. Plane problem. Torsion and bending], Leningrad, 1933.
- Savin G. N. *Raspredelenie napryazheniy okolo otverstiy* [Stress distribution around holes], Kiev, Naukova dumka, 1968, 887 p.
- Stress concentration in a plate made of orthotropic material with different resistance. *Journal of Mining Sciences*. 2017, no. 6(326), pp. 4 — 12. [In Russ].
- Zuev B. Y., Istomin R. S., Kovshov S. V., Kitsis V. M. Physical modeling the formation of roof collapse zones in vorkuta coal mines. *Bulletin of the Mineral Research and Exploration*. 2020, vol. 162, pp. 225 — 234. DOI: 10.19111/bulletinofmre.620478.
- Backfill hardening mixtures at potash mines: promising materials regulating the stress-strain state of the rock mass. *Geology and Geophysics of the Russian South*. 2023, no. 13(4), pp. 177 — 187. [In Russ]. DOI: 10.46698/VNC.2023.34.99.014.
- Phuc L. Q., Zubov V. P., Dac P. M. Improvement of the loading capacity of narrow coal pillars and control roadway deformation in the longwall mining system. a case study at khe cham coal

mine (vietnam). *Inzynieria Mineralna*. 2020, vol. 1, no. 1, pp. 115 – 122. DOI: 10.29227/IM-2020-02-15.

8. Protosenya A. G., Alexeev A. V., Verbilo P. E. Prediction of the stress-strain state and stability of the tunnel face when crossing fault zones in a soil massif. *Journal of Mining Institute*. 2022, vol. 254, pp. 252 – 260. [In Russ]. DOI: 10.31897/PMI.2022.26.

9. Kurlenya M. V., Korotkikh V. I., Tapsiev A. P. Stress-strain state of the near-face rock mass with a tectonic fault. *Journal of Mining Sciences*. 1991, no. 2, pp. 3 – 9. [In Russ].

10. Kovalsky E. R., Kongar-Syuryun Ch. B., Petrov D. N. Problems and prospects of implementing multi-stage ore mining in the development of potash deposits. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2023, vol. 15, no. 2, pp. 349 – 364. [In Russ]. DOI: 10.21177/1998-4502-2023-15-2-349-364.

11. Rasskazov M., Tereshkin A., Tsoi D., Bagautdinov I., Kozhogulov K. Research of the formation of zones of stress concentration and dynamic manifestations based on seismoacoustic monitoring data in the fields of the Kola Peninsula. *E3S Web of Conferences*. 2020, vol. 192, article 01009. DOI: 10.1051/e3sconf/202019201009.

12. Wang E., Xie S. Determination of coal pillar width for gob-side entry driving in isolated coal face and its control in deep soft-broken coal seam: a case study. *Energy Science and Engineering*. 2022, vol. 10, pp. 2305 – 2316. DOI: 10.1002/ese3.11392316.

13. Kulkova M. S., Zemtsovsky A. V. Optimizing parameters of stopes and pillars for the Zhdanov deposit mining. *Eurasian Mining*. 2019, no. 1, pp. 13 – 15. DOI: 10.17580/em.2019.01.03.

14. Ma S., Luo Z., Hu J., Ren Q., Qin Y., Wen L. Determination of intervening pillar thickness based on the cusp catastrophe model. *Advances in Civil Engineering*. 2019, article 8253589. DOI: 10.1155/2019/8253589.

15. Tien N. T., Karasev M. A., Vilner M. A. Study of the stress-strain state in the sub-rectangular tunnel. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2020, vol. 62, pp. 383 – 388. DOI: 10.1007/978-981-15-2184-3_49.

16. Protosenya A., Vilner M. Assessment of excavation intersections' stability in jointed rock masses using the discontinuum approach. *Rudarsko Geolosko Naftni Zbornik*. 2022, vol. 37, no. 2, pp. 137 – 147. DOI: 10.17794/rgn.2022.2.12.

17. Gospodarikov A. P., Zatsepin M. A. Mathematical modeling of nonlinear boundary value problems of geomechanics. *Gornyi Zhurnal*. 2019, no. 12, pp. 16 – 20. [In Russ]. DOI: 10.17580/gzh.2019.12.03.

18. Demenkov P. A., Romanova E. L., Kotikov D. A. Stress-strain analysis of vertical shaft lining and adjacent rock mass under conditions of irregular contour. *Mining Informational and Analytical Bulletin*. 2023, no. 11, pp. 33 – 48. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_11_0_33.

19. Sidorenko A. A., Sidorenko S. A., Ivanov V. V. Numerical modelling of multiple-seam coal mining at the Taldinskaya-Zapadnaya-2 mine. *ARPJ Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2021, vol. 16, no. 5, pp. 568 – 574.

20. Slesarev V. D. *Opređenje optimal'nykh razmerov tselikov razlichnogo naznacheniya* [Determination of optimal sizes of pillars for various purposes], Moscow, Ugletekhizdat, 1948, 195 p.

21. Gobozov S. F. Room-and-pillar mining systems. *Science Alley*. 2018, vol. 1, no. 7(23), pp. 504 – 510. [In Russ].

22. Kazanin O., Sidorenko A., Drebenstedt C. Intensive underground mining technologies: Challenges and prospects for the coal mines in Russia. *Acta Montanistica Slovaca*. 2021, vol. 26, no. 1, pp. 60 – 69. DOI: 10.46544/AMS.v26i1.05.

23. Zhu Zh., Li D. Stability assessment of long gateroad pillar in ultra-thick coal seam: an extensive field and numerical study. *Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources*. 2022, vol. 8, no. 5, pp. 1 – 24. DOI: 10.1007/s40948-022-00455-6.

24. Titov N. V., Evsyukova A. A. Optimization of room-and-pillar mining system parameters. *Sovremennye prikladnye issledovaniya: Materialy shestoy Vserossiyskoy (natsional'noy) nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Modern applied research: Proceedings of the Sixth all-russian (national) scientific and practical conference], vol. 1, Novocherkassk, 2022, pp. 367 – 372. [In Russ].

25. Korshunov V. A., Pavlovich A. A., Bazhukov A. A. Assessment of shear strength of rocks along fractures based on test results of specimens with spherical indenters. *Journal of Mining Institute*. 2023, vol. 262, pp. 606 – 618. [In Russ]. DOI: 10.31897/PMI.2023.16.

26. Sevastyanov B. N., Udalov A. E., Bitimbaev M. Zh., Bekbaev S. M. Ground pressure control during pillar mining. *Upravlenie gornym davleniem i prognoz bezopasnykh usloviy osvoeniya*

ugol'nykh mestorozhdeniy [Ground pressure control and prediction of safe conditions for coal field development], Leningrad, 1990, pp. 137 – 143.

27. Kazanin O. I., Ilinets A. A. Ensuring the stability of mine workings during preparation of extraction panels in flat coal seams by three workings. *Journal of Mining Institute*. 2022, vol. 253, pp. 41 – 48. [In Russ]. DOI: 10.31897/PMI.2022.1.

28. Qinghua Lei, Ke Gao A numerical study of stress variability in heterogeneous fractured rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2019, vol. 113, pp. 121 – 133. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2018.12.001.

29. Vanneschi C., Mastrorocco G., Salvini R. Assessment of a rock pillar failure by using change detection analysis and FEM modelling. *ISPRS International Journal of Geo-Information*. 2021, vol. 10, no. 11, article 774. DOI: 10.3390/ijgi10110774.

30. Trofimov A. V., Kirkin A. P., Rummyantsev A. E., Yavarov A. V. Application of numerical simulation to determine the optimal parameters of the core complete relief method for assessing the stress-strain state of the rock mass. *Tsvetnye Metally*. 2020, no. 12, pp. 22 – 27. [In Russ]. DOI: 10.17580/tsm.2020.12.03.

31. Timoshenko S. P., Goodier J. N. *Teoriya uprugosti* [Theory of Elasticity], Moscow, Nauka, 1979, 560 p.

32. Vasarhelyi Balazs, Kovács Dorottya Empirical methods of calculating the mechanical parameters of the rock mass. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*. 2017, vol. 61, pp. 38 – 50. DOI: 10.3311/PPci.10095.

33. Marysyuk V. P., Shilenko S. Yu., Andreev A. A., Shabarov A. N. Methodology for calculating inter-borehole pillars to form protected zones in rockburst-hazardous deposits of Talnakh. *Gornyi Zhurnal*. 2023, no. 1, pp. 106 – 112. [In Russ]. DOI: 10.17580/gzh.2023.01.18.

34. Tyupin V. N. Assessment of the critical depth of deposits based on rockburst hazard conditions. *Journal of Mining Institute*. 2019, vol. 236. C. 167. [In Russ]. DOI: 10.31897/PMI.2019.2.167.

35. Tyupin V. N. Justification of formulas for assessing the critical depth of deposits based on rockburst hazard conditions. *Gornyi Zhurnal*. 2023, no. 12, pp. 4 – 9. [In Russ]. DOI: 10.17580/gzh.2023.12.01.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Шабаров Аркадий Николаевич¹ — д-р техн. наук,
Директор Научного центра геомеханики и проблем
горного производства, e-mail: shabarov_an@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0001-7925-3163,

Андреев Александр Александрович¹ — руководитель проектов
аппарата управления Научного центра геомеханики и проблем
горного производства, e-mail: andreev_aa@pers.spmi.ru,

¹ Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II.

Для контактов: Андреев А.А., e-mail: andreev_aa@pers.spmi.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

A.N. Shabarov¹, Dr. Sci. (Eng.), Director of the Research Center
for Geomechanics and Mining Issues, e-mail: shabarov_an@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0001-7925-3163,

A.A. Andreev¹, Project Lead of the Administration Office of the Research Center
for Geomechanics and Mining Issues, e-mail: andreev_aa@pers.spmi.ru,

¹ Empress Catherine II Saint-Petersburg Mining University,
199106, Saint-Petersburg, Russia.

Corresponding author: A.A. Andreev, e-mail: andreev_aa@pers.spmi.ru.

Получена редакцией 30.07.2025; получена после рецензии 23.10.2025; принята к печати 17.11.2025.

Received by the editors 30.07.2025; received after the review 23.10.2025; accepted for printing 17.11.2025.