ГИАБ. Горный информационно-аналитический бюллетень /
MIAB. Mining Informational and Analytical Bulletin, 2023;(5):43-56
ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ / ORIGINAL PAPER

УДК 622.83: 550.83 DOI: 10.25018/0236_1493_2023_5_0_43

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ ПОРИСТЫХ СРЕД

П.Е. Сизин

ИБО НИТУ «МИСиС», Москва, Россия, e-mail: mstranger@list.ru

Аннотация: Рассмотрена электрическая проводимость двумерной и трехмерной среды при наличии идеально проводящих или изолирующих включений. С использованием известных формул для малых приращений проводимости при внесении в среду одного малого включения получены дифференциальные уравнения для проводимости среды при немалой концентрации включений. Они имеют экспоненциальный характер и не содержат перколяционных порогов. В двумерном случае получены зависимости проводимости от концентрации круговых и квадратных включений. Для трехмерной среды рассмотрены сферические включения, что соответствует возможности моделирования пористых пород. Для проверки полученных результатов в среде COMSOL Multiphysics были построены образцы единичных размеров и с единичной проводимостью, в которые добавлялись включения. Проверялось согласие результатов численных экспериментов с полученными теоретическими зависимостями проводимости двухкомпонентных сред от концентрации включений, а также известными предсказаниями двух моделей – приближения эффективной среды и периодической модели Рэлея, в которой включения расположены в узлах периодической решетки. Проведенные численные эксперименты показали большое преимущество предложенных формул перед формулами, получаемыми с помощью метода эффективной среды. Модель Рэлея и предложенная модель показали хорошее согласие с результатами численных экспериментов вплоть до концентрации вещества включений ~0,3, то есть для всего диапазона значений, для которых еще не близко разрушение образца. В трехмерном случае предложенная модель оказалась точнее модели Рэлея. Кроме того, она значительно проще с точки зрения математических выкладок.

Ключевые слова: электрическая проводимость, двухкомпонентная среда, непересекающиеся включения, пористые горные породы, приближение эффективной среды, двумерные и трехмерные модели, численное моделирование, среда COMSOL Multiphysics.

Для цитирования: *Сизин П. Е.* Теоретическое и численное моделирование электрической проводимости пористых сред // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2023. – № 5. – С. 43–56. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_5_0_43.

Theoretical and numerical modeling of electric conductance in porous media

P.E. Sizin

Institute of Basic Education, National University of Science and Technology «MISiS», Moscow, Russia, e-mail: mstranger@list.ru

© П.Е. Сизин. 2023.

Abstract: The spotlight is on the electric conductance of 2D and 3D media with perfectly conducting or insulating inclusions. Using the known formulas for incremental conductance in introduction of a small inclusion in a medium, the differential equations are obtained for the conductance of a medium with the non-small concentration of inclusions. The relations behave exponentially and contain no percolation thresholds. In 2D case, the relations between the conductance and concentration of circle and square inclusions are obtained. In terms of a 3D medium, the spherical inclusions are analyzed, which makes it possible to model porous rocks. The results were tested in COMSOL Multiphysics by means of construction of single dimension and unitary conductance samples added then with inclusions. The tests aimed to examine the conformity between the experimental and theoretical relations of conductivity and concentration of inclusions in the two-component media, as well as to check the agreement with the known predictions for two models–effective model approximation and Rayleigh model with inclusions located at the periodic lattice sites. The accomplished numerical experiments exhibit a larger advantage of the proposed formulas over the formulas derived using the method of effective medium. The Rayleigh model and the proposed model agree well with the numerical experimental data up to the inclusion concentration of ~0.3, i.e. within the whole range of values when fracturing of a sample is yet far. In 3D case, the proposed model is more accurate than the Rayleigh model. Moreover, the proposed model is much simpler in terms of mathematical notations.

Key words: electric conductance, two-component medium, disjoint inclusions, porous rocks, effective medium approximation, 2D and 3D models, numerical modeling, COMSOL Multiphysics.

For citation: Sizin P. E. Theoretical and numerical modeling of electric conductance in porous media. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2023;(5):43-56. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_5_0_43.

Введение

Проблемы прочности горных пород с трещинами и пустотами еще далеки от полного решения [1]. Они актуальны как для построения моделей сейсмической активности и прогноза землетрясений [2], так и для решения конкретных задач горной промышленности: устойчивости пород вокруг горных выработок [3], расчета параметров бурения и взрыва [4], фильтрации флюида через массив [5] и многих других. От концентрации и формы трещин и интенсивности приложенных напряжений зависит ход разрушения горных пород [1, 6]. При немалых концентрациях трещин необходимо специально исследовать процессы их слияния [7]. Все эти вопросы требуют знания концентрации трещин в горных породах, и ее определение — отдельная нетривиальная задача. Для ее решения применяют как прямые геологические [8], так и косвенные геофизические методы, в том числе использующие данные об электрическом сопротивлении горных пород [9, 10]. В частности, трещиноватость массива может оцениваться методами электротомографии [11].

В силу этого представляет несомненный интерес отыскание зависимости электрического сопротивления (или проводимости) горной породы от ее трещиноватости или пористости.

Задача о сопротивлении образца с пустотами сводится, в конечном счете, к задаче о проводимости двухкомпонент-

ной среды, состоящей из сплошного компонента (матрицы) и компонента, представленного отдельными включениями. При небольшой концентрации включений такая проводимость находится легко [12]. Она связана с концентрацией включений по линейному закону. Для немалых концентраций наилучшим методом считается приближение эффективной среды (effective media approximation, EMA) [13, 14]. При моделировании реальных горных пород представляют интерес два крайних случая: пустоты могут быть как пустыми или содержащими низкопроводящие жидкости (нефть), так и заполненными раствором солей (высокопроводящим флюидом) [15]. Соответственно первый случай моделируется включениями с нулевой проводимостью, второй — идеально проводящими [16].

В работе [17] экспериментально полученные значения межзерновой и трещинной пористости песчаника сопоставляются с его проводимостью. Полученные результаты показывают хорошее согласие экспериментальных данных с формулами классических работ [18, 19]. Эти формулы предполагают наличие внутри горных пород крупномасштабных трещинных структур, играющих роль «проводов» и ощутимо уменьшающих сопротивление рассматриваемых пород. Представляется, однако, интересным также анализ электрического сопротивления горных пород от проводящих или изолирующих включений, имеющих немалую концентрацию, но еще не объединенных в макроструктуры.

Мощным методом проверки предсказаний теоретических моделей в настоящее время является численный эксперимент. В [20] описана методика и приведен численный эксперимент для определения проводимости среды с тонкими трещинами.

Целью настоящей работы является построение аналитической зависимости электрической проводимости образца пористой горной породы от концентрации пор и проверка полученных результатов численным моделированием в среде COMSOL Multiphysics. Мы будем рассматривать среду с отдельными непересекающимися включениями и не будем касаться проблемы перколяции (возникновения большого связного кластера из трещин или пор, приводящего к разрушению породы).

Основные результаты метода эффективной среды

Задача о проводимости двухкомпонентной среды с различной проводимостью компонент имеет давнюю и богатую историю. Для исследования этой задачи введем векторы напряженности электрического поля $\bar{E}$ и плотности тока $\bar{j}$, подчиненные уравнениям

$$\mathrm{div}\bar{j} = 0;\ \mathrm{rot}\bar{E} = 0 \qquad (1)$$

и связанные материальным уравнением

$$\bar{j} = \sigma\bar{E};\ \sigma = \sigma(x, y, z)\,. \qquad (2)$$

Определим проводимость σ_e двухкомпонентной среды согласно

$$\langle \bar{j} \rangle = \sigma_e \langle \bar{E} \rangle\,, \qquad (3)$$

где среднее значение любой величины

$$\langle a \rangle = \lim_{V\to\infty} \frac{1}{V} \iiint_V a\,dxdydz\,. \qquad (4)$$

Для кубического образца с ребром L, к противоположным граням которого приложено напряжение U, вызывающее в образце ток I, имеем

$$\sigma_e = \lim_{L\to\infty} \frac{I}{LU}\,. \qquad (5)$$

Аналогичные формулы справедливы для двумерных задач, с той разницей, что средние значения есть

$$\langle a \rangle = \lim_{S\to\infty} \frac{1}{S} \iint_S a\,dxdy\,. \qquad (6)$$

Обозначим через $\bar{E}_1$ электрическое поле внутри включений с проводимостью σ_1, через $\bar{E}_2$ — поле во включениях с проводимостью σ_2. Введем отклонения поля

$$\delta\bar{E}_1 = \bar{E}_1 - \langle\bar{E}\rangle,\ \delta\bar{E}_2 = \bar{E}_2 - \langle\bar{E}\rangle,$$

p — концентрация компонента с проводимостью σ_1. Тогда основное уравнение ЕМА

$$p\delta\bar{E}_1 + (1-p)\delta\bar{E}_2 = 0\,. \qquad (7)$$

Его симметричный вид определяется тем, что оба компонента среды предполагаются представленными в виде включений одной и той же формы. В большинстве изучаемых двухкомпонентных систем это совершенно не так. Мы рассмотрим среды, в которых компонент *1* представлен включениями, а компонент *2* — сплошной средой (матрицей), окружающей эти включения. Считается, что в этом случае ЕМА хорошо работает для сферических (круговых) включений или для несимметричных включений с равномерным угловым распределением. Мы увидим, что и в этих случаях ЕМА обнаруживает существенные расхождения с численным экспериментом.

Рассмотрим некоторые простейшие результаты ЕМА. Еще одно приближение, которое требуется для применения метода — поля $\bar{E}_1$ и $\bar{E}_2$ предполагаются постоянными. Поле внутри включения легко определимо и постоянно, если включение имеет форму эллипсоида (эллипса в двумерном случае). Тогда

$$\bar{E}_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_2(1-n_x)+\sigma_1 n_x}\langle\bar{E}\rangle\,. \qquad (8)$$

Здесь n_x, n_y, n_z — коэффициенты деполяризации эллипсоида [8].

В двумерном случае для кругового включения (в трехмерных моделях ему соответствует цилиндрическое) $n_x = n_y = 1/2$, и уравнение (7) принимает вид

$$p\frac{\sigma_e-\sigma_1}{\sigma_e+\sigma_1} + (1-p)\frac{\sigma_e-\sigma_2}{\sigma_e+\sigma_2} = 0\,, \qquad (9)$$

и для проводимости по любому направлению из (9) получаем

$$\sigma_e^2 + S\sigma_e - \sigma_1\sigma_2 = 0,\ S = (\sigma_1-\sigma_2)(1-2p)\cdot \qquad (10)$$

Для средней проводимости выбираем положительное решение

$$\sigma_e = \frac{1}{2}\left(-S + \sqrt{S^2 + 4\sigma_1\sigma_2}\right). \qquad (11)$$

Вычисление электрической проводимости среды с непересекающимися включениями

Рассмотрим проводимость двумерного образца с ребром L, с проводящими круговыми включениями радиуса r. При небольшой их концентрации формула (11) имеет хорошо известное линейное приближение

$$\sigma_e \approx \sigma_2(1+2p)\,. \qquad (12)$$

Пусть двумерный образец с некоторым числом включений (не обязательно малой концентрации) имеет проводимость σ. Добавим в него еще одно включение. Изменение проводимости образца, связанное с этим, составит

$$\Delta\sigma \approx 2\sigma\Delta p = 2\sigma\pi r^2\Delta N_2\,, \qquad (13)$$

где N_2 — двумерная концентрация включений.

Решая дифференциальное уравнение

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = 2\pi r^2 dN_2\,, \qquad (14)$$

получаем

$$\sigma = \sigma_2 e^{2\pi r^2 N_2}\,, \qquad (15)$$

где использовано очевидное начальное условие $\sigma(0) = \sigma_2$.

Для непересекающихся непроводящих кругов из $\Delta\sigma \approx -2\sigma\Delta p$ за счет пол-

ностью аналогичных рассуждений получаем

$$\sigma = \sigma_2 e^{-2\pi r^2 N_2}. \qquad (16)$$

Отметим, что в теории проводимости различаются две постановки задачи с включениями — «жесткие», непересекающиеся включения, и «мягкие», когда два и более включений могут иметь общую часть. В первом случае, очевидно, концентрация вещества включений равна $p = \pi r^2 N_2$, и поэтому:

для идеально проводящих кругов

$$\sigma_e = \sigma_2 e^{2p}, \qquad (17)$$

для изолирующих кругов

$$\sigma_e = \sigma_2 e^{-2p}. \qquad (18)$$

При этом отсутствует фазовый переход, так как проводящие или изолирующие круги не могут соединиться в единый кластер. Уже в силу этого результат EMA, в явном виде содержащий порог перколяции 1/2, не может вполне соответствовать реальности.

Теоретические зависимости и численные эксперименты для двумерных сред

Найдем две асимптотики формулы (11). Для хорошо проводящих круговых включений, $\sigma_1 >> \sigma_2$, $S > 0$, и разложение корня в ряд по $\sigma_1\sigma_2/S^2$ дает

$$\sigma_e \approx \frac{2\sigma_1\sigma_2}{S} \approx \frac{\sigma_2}{1-2p}. \qquad (19)$$

Полученная асимптотическая формула содержит бесконечность при $p = 1/2$ — это известная пороговая концентрация, при достижении которой в образце возникает сплошной кластер из проводящих включений. Формула (19) является очень хорошим приближением формулы (11): при $\sigma_1 = 10^5\sigma_2$ ее относительная погрешность не превосходит 1% вплоть до значения $p = 0{,}48$.

Аналогичное приближение можно получить для изолирующих кругов, $\sigma_1 << \sigma_2$, $S < 0$. В этом случае

$$\sigma_e \approx -S \approx \sigma_2(1-2p). \qquad (20)$$

Это приближение формулы (11) также является очень точным и отражает линейный закон убывания проводимости вплоть до возникновения изолирующего кластера при $p = 1/2$. При взгляде на формулы (19) и (20) бросается в глаза их глубокое сходство. Оно отражает известное свойство дуальности. Пусть в двумерной матрице проводимостью $\sigma_2 = 1$ имеется некоторый набор включений. Если теперь $\sigma_\parallel$ — проводимость вдоль оси *Ox* при идеально проводящих включениях, $\sigma_\perp$ — проводимость вдоль оси *Oy* при изолирующих включениях, то $\sigma_\parallel\sigma_\perp = 1$.

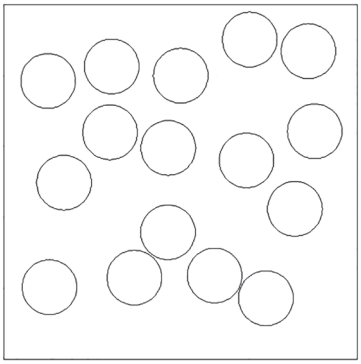

Рис. 1. Случайно расположенные круговые включения
Fig. 1. The randomly placed circular inclusions

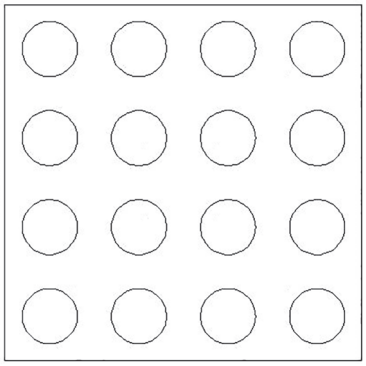

Рис. 2. Модель Рэлея
Fig. 2. The Rayleigh model

Существует еще один подход к моделированию проводимости среды с непересекающимися включениями. Известно решение для модели с регулярным расположением круговых включений (двоякопериодическая модель Рэлея, [21]). В этой модели круги располагаются в узлах квадратной решетки. На рис. 1 и 2 показаны для сопоставления образец двухкомпонентной среды с непересекающимися, но случайно расположенными включениями, и фрагмент двоякопериодической модели Рэлея.

В [21] приводятся результаты для проводимости модели Рэлея:

в случае идеально проводящих включений

$$\sigma_e \approx \sigma_2 \frac{1+p}{1-p}, \qquad (21)$$

в случае изолирующих круговых включений

$$\sigma_e \approx \sigma_2 \frac{1-p}{1+p}. \qquad (22)$$

Эти формулы теряют смысл при приближении к порогу $p_{cr} = \pi/4$, при достижении которого круги соприкасаются. Однако при меньших значениях концентрации они могут также быть использованы для оценки проводимости случайно-неоднородной среды, пример которой изображен на рис. 1.

Для проверки формул (17) и (18) было проведено моделирование в среде COMSOL Multyphysics проводимости двумерного образца с круговыми непересекающимися включениями. В качестве образца был взят квадрат со стороной 1 м, удельной проводимостью 1 См/м, к его противоположным сторонам было приложено напряжение 1 В. Протекающий через образец ток численно совпадал с удельной проводимостью образца. Это позволило представить результаты в удобной для анализа форме. На рис. 3 и 4 приведены экспериментальные графики для среды с идеально проводящими и изолирующими круговыми включениями соответственно, полученные как результат численного моделирования в среде COMSOL Multiphusic. Здесь и далее на рисунках серая линия — предсказание метода EMA, синяя линия — предсказания двоякопериодической модели Рэлея, зеленая линия — предсказания, полученные методом добавления единичных включений, точки — результат численного эксперимента в модели COMSOL Multiphysics. Из рис. 3 и 4 видно, что формулы (17) и (18) согласуются с результатами численного эксперимента гораздо лучше, чем формулы EMA. Интересно, что хорошее согласие с экспериментом показывают формулы (21) и (22), то есть периодическая структура оказывается пригодной для моделирования случайно-неоднородной среды. Их результат оказывается несколько более точным, чем у предлагаемого метода добавления единичных включений. Заметим, что предсказания модели Рэлея заведомо непригодны при больших концентрациях включений, когда круги почти касаются друг друга [22]. Мы, однако, не будем рассматривать столь высокие концентрации включений.

Пусть теперь включения представлены квадратами со стороной $2a$. Вклад такого квадрата в проводимость среды оказывается равен [21] вкладу круга с радиусом

$$r_{eff} = \frac{2K\left(1/\sqrt{2}\right)}{\pi} \approx 1{,}18a,$$

где $K(x)$ — полный эллиптический интеграл первого рода. Среда в этом случае также оказывается изотропной. Вклад отдельного проводящего включения в общую проводимость среды описывается формулой

$$\Delta\sigma \approx 2\sigma\pi r_{eff}^2 \Delta N_2, \qquad (23)$$

и с учетом $p = 4a^2 N_2$ получаем

$$\sigma = \sigma_2 e^{2\pi r_{eff}^2 N_2} \approx \sigma_2 e^{2{,}187p}. \qquad (24)$$

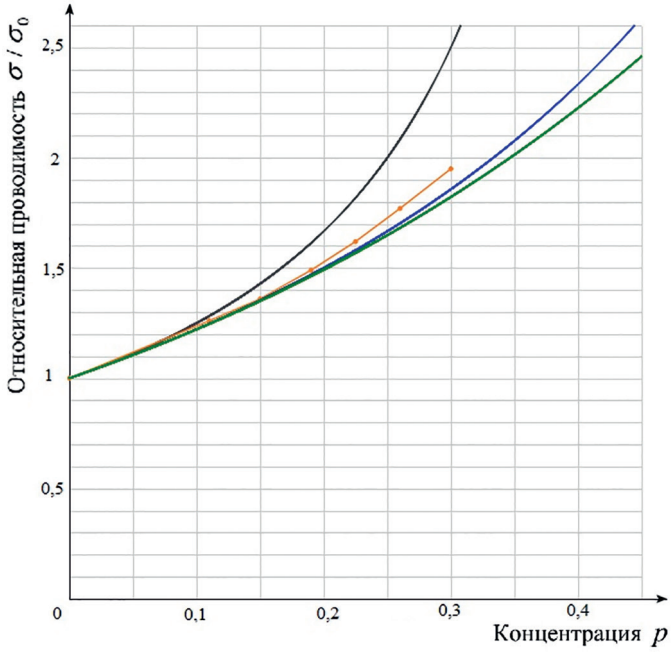

Рис. 3. Проводимость среды с круговыми проводящими включениями
Fig. 3. Conductivity of a medium with circular conducting inclusions

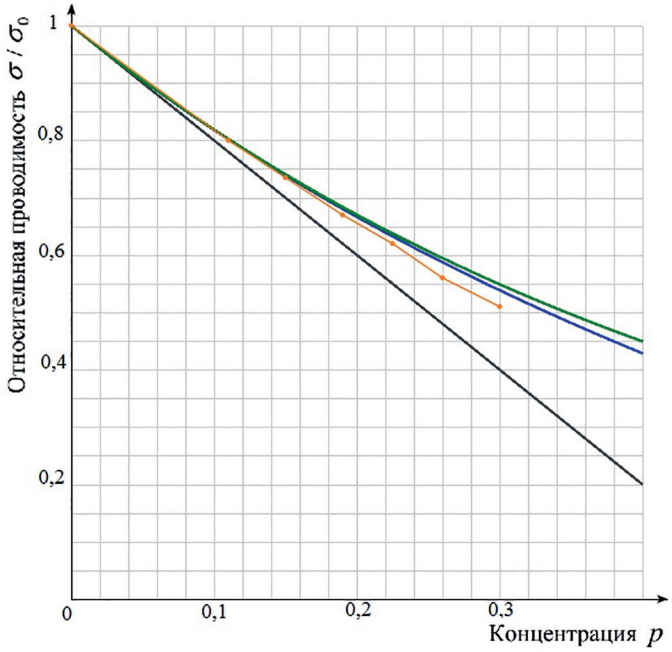

Рис. 4. Проводимость среды с круговыми изолирующими включениями
Fig. 4. Conductivity of a medium with circular isolating inclusions

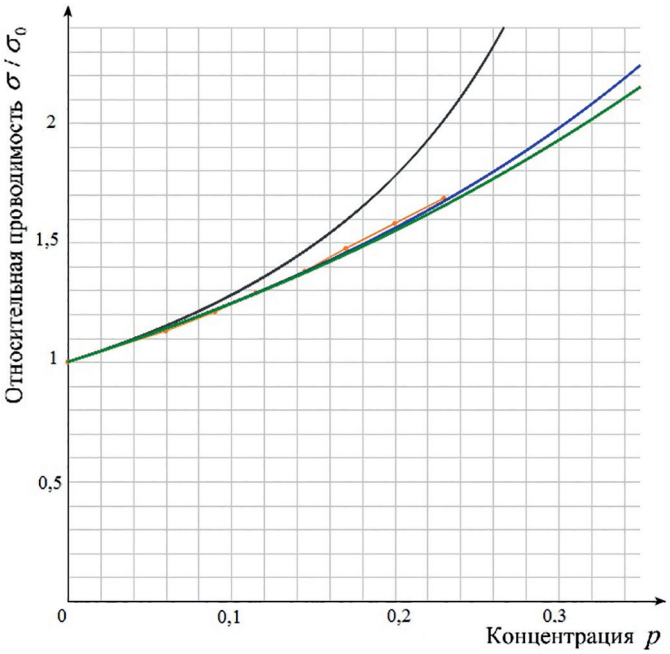

Рис. 5. Проводимость среды с квадратными проводящими включениями
Fig. 5. Conductivity of a medium with quadratic conducting inclusions

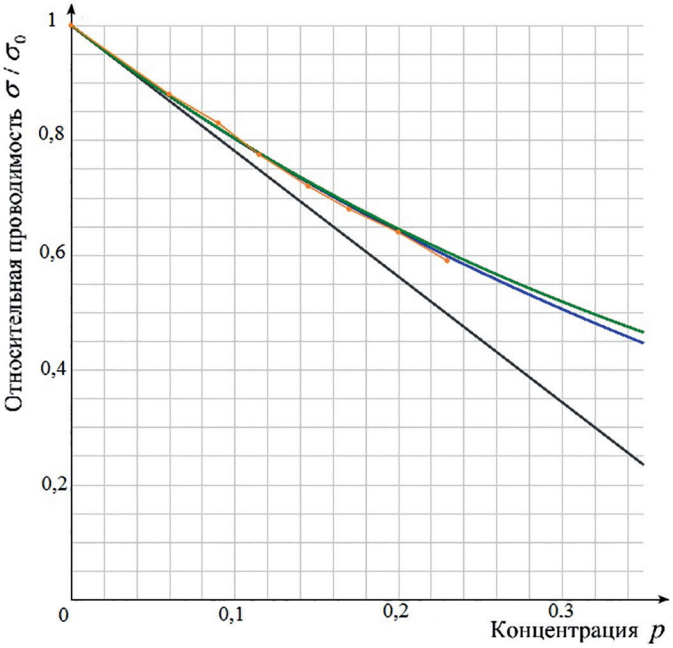

Рис. 6. Проводимость среды с квадратными изолирующими включениями
Fig. 6. Conductivity of a medium with quadratic isolating inclusions

Для включений в виде изолирующих квадратов в соответствии с принципом дуальности получаем

$$\sigma \approx \sigma_2 e^{-2,187p}. \qquad (25)$$

Двоякопериодическая модель Рэлея с квадратными включениями [21] приводит к формулам:

для идеально проводящих включений

$$\sigma_e \approx \sigma_2 \frac{1+1,094p}{1-1,094p}, \qquad (26)$$

для изолирующих

$$\sigma_e \approx \sigma_2 \frac{1-1,094p}{1+1,094p}. \qquad (27)$$

На рис. 5 и 6 приведены результаты моделирования среды с идеально проводящими и изолирующими квадратными включениями соответственно. Здесь согласие формул (24) и (25) с результатами численного эксперимента оказывается почти идеальным. Это позволяет предположить, что предлагаемый метод пригоден для нахождения проводимости среды с включениями различной формы.

Здесь также очень плохо работает метод ЕМА, модель Рэлея и метод добавления единичных включений дают лучшие и близкие между собой предсказания.

Теоретические зависимости и численные эксперименты для трехмерных сред

В трехмерном случае вместо круговых включений нужно рассматривать сферические, для которых $n_x = n_y = n_z = 1/3$, и основное уравнение ЕМА принимает вид

$$p\frac{\sigma_e-\sigma_1}{2\sigma_e+\sigma_1}+(1-p)\frac{\sigma_e-\sigma_2}{2\sigma_e+\sigma_2}=0. \qquad (28)$$

После вычислений, вполне аналогичных вычислениям в двумерном случае, находятся две асимптотики формулы для проводимости σ_e:

для идеально проводящих непересекающихся сфер имеем

$$\sigma_e \approx \frac{\sigma_2}{1-3p}, \qquad (29)$$

для изолирующих —

$$\sigma_e \approx \sigma_2\left(1-\frac{3}{2}p\right). \qquad (30)$$

Формулы (29) и (30) уже не связаны соотношением дуальности — в трехмерном пространстве оно не имеет места. Но их объединяет наличие порогов перколяции, на которых проводимость (29) обращается в бесконечность, а (30) в нуль. Получим формулы для проводимости трехмерной среды с непересекающимися сферическими включениями.

Начнем со случая идеально проводящих включений. Линейная асимптотика (приближение Максвелла) формулы (29) есть

$$\sigma_e \approx \sigma_2(1+3p). \qquad (31)$$

Теперь в трехмерный образец с некоторым числом сферических включений и проводимостью σ добавим еще одно идеально проводящее включение. Изменение проводимости образца

$$\Delta\sigma \approx 3\sigma\Delta p = 4\sigma\pi r^3\Delta N, \qquad (32)$$

где N — объемная концентрация включений.

По аналогии с двумерным случаем получаем

$$\sigma = \sigma_2 e^{4\pi r^3 N}, \qquad (33)$$

и с использованием обычной концентрации вещества включений p

$$\sigma_e = \sigma_2 e^{3p}. \qquad (34)$$

Для случая непересекающихся изолирующих сфер аналогичные рассуждения приводят к результату

$$\sigma_e = \sigma_2 e^{-\frac{3}{2}p}. \qquad (35)$$

Приведем также предсказания трехмерной модели Рэлея [21].

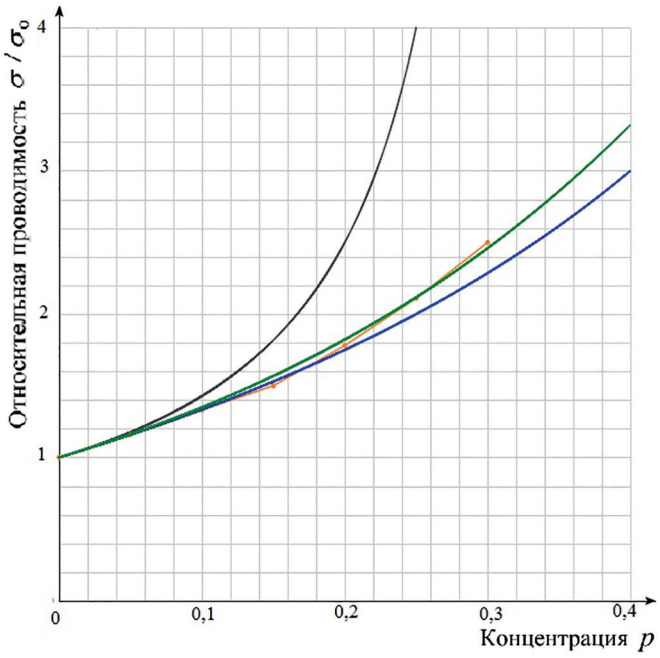

Рис. 7. Проводимость среды со сферическими проводящими включениями
Fig. 7. Conductivity of a medium with spherical conducting inclusions

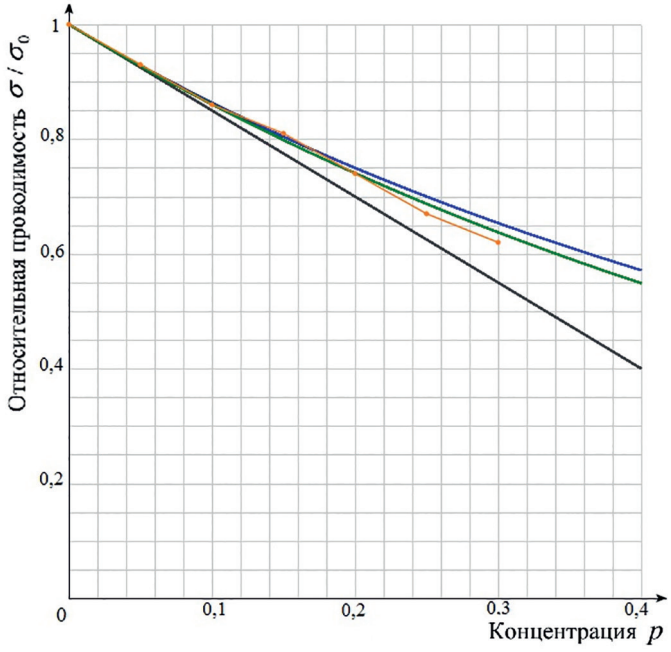

Рис. 8. Проводимость среды со сферическими изолирующими включениями
Fig. 8. Conductivity of a medium with spherical isolating inclusions

Для проводящих шаров она дает

$$\sigma_e \approx \sigma_2 \frac{1+2p}{1-p}, \qquad (36)$$

для изолирующих

$$\sigma_e \approx \sigma_2 \frac{1-p}{1+p/2}. \qquad (37)$$

Результаты проверки полученных результатов и их сравнения с формулами EMA (серая линия) и трехмерной модели Рэлея (синяя линия) представлены на рис. 7 и 8.

Здесь мы также видим, что приближение EMA оказывается практически непригодным при значительной концентрации включений. Добавление единичных включений в трехмерном случае оказывается наилучшим методом расчета проводимости, превосходя по точности модель Рэлея.

Полученные результаты могут быть использованы при оценке проводимости пористых геологических сред и, что гораздо важнее, для решения обратной задачи — оценки пористости породы по ее электрической проводимости. Заметим, что для осадочных пород пористость может достигать 20—25% [23]. При таких концентрациях вклад непересекающихся включений в проводимость среды оказывается вполне заметным (в случае проводящих включений проводимость возрастает примерно в 2 раза).

Выводы

1. Предложена теоретическая модель, описывающая электрическую проводимость двухкомпонентных сред. Дифференциальное уравнение для проводимости получено из рассмотрения малых приращений проводимости при добавлении в неоднородную среду одного включения.

2. Для проверки полученных теоретических результатов осуществлено моделирование проводимости двухкомпонентных композитов в среде COMSOL Multiphysics. В двумерном случае моделировались включения круговой и квадратной формы, в трехмерном — сферической. Был рассмотрен случай непересекающихся включений. Предложенная модель показала удовлетворительное согласие с численным экспериментом.

3. Моделирование показало, что приближение эффективной среды описывает проводимость среды с непересекающимися включениями очень плохо, а модель Рэлея и предложенная модель — со сходной точностью. В двумерном случае лучшие результаты показала модель Рэлея, в трехмерном — предложенная модель.

4. Хорошие результаты для модели Рэлея означают, что схема с регулярным расположением включений может быть использована для оценки проводимости реальных неоднородных сред со случайным расположением включений.

5. Хорошие результаты в трехмерном случае дают возможность оценки проводимости пористых горных пород и решения обратной задачи — оценки пористости породы по ее электрическим свойствам.

6. В случае трехмерной среды с проводящими включениями проводимость зависит от пористости весьма сильно — при содержании включений на уровне 20—25% проводимость приблизительно в 2 раза превышает исходную.

7. Математическая простота предложенной модели дает возможность оценивать с приемлемой точностью проводимость сред с включениями более сложной формы, не прибегая к громоздким вычислениям, необходимым при применении других методов. Полученные результаты могут быть перенесены на массив пород — проводимость зависит только от концентрации включений и их геометрии и является инвариантной относительно пространственного масштаба задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Feng P., Zhao J., Dai F., Wei M., Liu B.* Mechanical behaviors of conjugate-flawed rocks subjected to coupled static — dynamic compression // Acta Geotechnica. 2022, vol. 17, no. 5, pp. 1767 — 1784. DOI: 10.1007/s11440-021-01322-6.

2. *Соболев Г. А.* Основы прогноза землетрясений. — М.: Наука, 1993. — 313 с.

3. *Lu J., Jiang C., Jin Z., Wang W., Zhuang W., Yu H.* Three-dimensional physical model experiment of mining-induced deformation and failure characteristics of roof and floor in deep underground coal seams // Process Safety and Environmental Protection. 2021, vol. 150, no. 6, pp. 400 — 415. DOI: 10.1016/j.psep.2021.04.029.

4. *Андриевский А. П.* Методика расчета оптимальных параметров паспортов буровзрывных работ при проходке с прямым щелевым ярусным врубом // ФТПРПИ. — 1992. — № 5. — С. 71 — 77.

5. *Храмченков М. Г., Королев Э. А.* Динамика развития трещин в нефтеносных карбонатных разрезах Республики Татарстан // Нефтяное хозяйство. — 2017. — № 4. — С. 54 — 57. DOI: 10.24887/0028-2448-2017-4-54-57.

6. *Feng P., Dai F., Shuai K., Wei M.* Dynamic mechanical behaviors of pre-fractured sandstone with noncoplanar and unparallel flaws // Mechanics of Materials. 2022, vol. 166, no. 6, article 104219. DOI: 10.1016/j.mechmat.2022.104219.

7. *Chengzhi Qi, Fa Zhao, Dyskin A. V., Chen Xia, Pasternak E.* Crack interaction and fracturing of geomaterials with multiscale cracks // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2022, vol. 153, no. 5, article 105084. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2022.105084.

8. *Sudarikov A. E., Merkulova V. A.* Specifics of calculating the stability of mine workings when applying drilling and blasting // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. 2017, no. 12, pp. 6192 — 6196. DOI: 10.5593/sgem2014/b12/s2.078.

9. *Ren S., Han T., Fu L., Yan H.* Pressure effects on the anisotropic velocities of rocks with aligned fractures // Acta Geophysica Sinica. 2021, vol. 64, no. 7, pp. 2504 — 2514. DOI: 10.6038/cjg2021O0318.

10. *Anderson I., Ma J., Wu X., Stow D.* Determining reservoir intervals in the Bowland Shale using petrophysics and rock physics models // Geophysical Journal International. 2022, vol. 228, pp. 39 — 65. DOI: 10.1093/gji/ggab334.

11. *Grib N. N., Uzbekov A. N., Imaev V. S., Grib G. V., Abetov A. E.* Variations in the geoelectric properties of the rock masses as a result of the seismic effects of industrial explosions // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2019, vol. 362, no. 1, article 012120. DOI: 10.1088/1755-1315/362/1/012120.

12. *Балагуров Б. Я.* О влиянии формы включений на проводимость двумерных моделей композитов // Журнал технической физики. — 2011. — Т. 81. — № 5. — С. 11 — 17.

13. *Bruggeman D. A. G.* Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen // Annalen der Physik. 1935, vol. 416, pp. 636 — 664. DOI: 10.1002/andp.19354160802.

14. *Landauer R.* Conductivity of cold-worked metals // Physical Review. 1951, vol. 82, pp. 520 — 521. DOI: 10.1103/PhysRev.82.520.

15. *Касахара К.* Механика землетрясений. — М.: Мир, 1985. — 264 с.

16. *Сизин П. Е., Шкуратник В. Л.* Теоретическая оценка влияния микротрещиноватости горных пород на их проводимость в приближении Максвелла // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2015. — № 3. — С. 212 — 218.

17. *Жуков В. С.* Влияние межзерновой и трещинной пористости на электросопротивление коллекторов чаяндинского месторождения месторождения (Восточная Сибирь) // Геофизические исследования. — 2022. — Т. 23. — № 2. — С. 5 — 17. DOI: 10.21455/gr2022.2-1.

18. *Пархоменко Э. И.* Электрические свойства горных пород. — М.: Наука, 1965. — 164 с.

19. *Aguilera R.* Analysis of naturally fractured reservoirs from conventional well log // Journal of Petroleum Technology. 1976, vol. 28, no. 7, pp. 764—772.

20. *Вознесенский А. С.*, *Кидима-Мбомби Л. К.* Формирование синтетических структур и текстур горных пород при их моделировании в среде COMSOL Multiphysics // Горные науки и технологии. — 2021. — Т. 6. — № 2. — С. 67—72. DOI: 10.17073/2500-0632-2021-2-65-72.

21. *Балагуров Б. Я.* Электрофизические свойства композитов: Макроскопическая теория. — М.: URSS, 2018. — 752 с.

22. *Балагуров Б. Я.* Проводимость двумерной модели Рэлея при критической концентрации — пороге протекания // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2021. — Т. 159. — № 3. — С. 553—562. DOI: 10.31857/S0044451021030160.

23. *Королев Э. А.*, *Ескин А. А.*, *Морозов В. П.*, *Кольчугин А. Н.*, *Плотникова И. Н.*, *Пронин Н. В.*, *Носова Ф. Ф.* Зависимость состава и подвижности нефти в карбонатных породах от их пористости и проницаемости // Нефтяное хозяйство. — 2013. — № 6. — С. 32—33. ГИАБ

REFERENCES

1. Feng P., Zhao J., Dai F., Wei M., Liu B. Mechanical behaviors of conjugate-flawed rocks subjected to coupled static—dynamic compression. *Acta Geotechnica*. 2022, vol. 17, no. 5, pp. 1767— 1784. DOI: 10.1007/s11440-021-01322-6.

2. Sobolev G. A. *Osnovy prognoza zemletryaseniy* [Earthquakes prediction basics], Moscow, Nauka, 1993, 313 p.

3. Lu J., Jiang C., Jin Z., Wang W., Zhuang W., Yu H. Three-dimensional physical model experiment of mining-induced deformation and failure characteristics of roof and floor in deep underground coal seams. *Process Safety and Environmental Protection*. 2021, vol. 150, no. 6, pp. 400—415. DOI: 10.1016/j.psep.2021.04.029.

4. Andrievskij A. P. Design procedure of optimal parameters of drilling and blasting operations certificate under drilling with straight slot tier cut. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*. 1992, no. 5, pp. 71—77. [In Russ].

5. Khramchenkov M. G., Korolev E. A. Dynamics of fractures growth in oil saturated carbonate beds of the Republic of Tatarstan. *Oil Industry Journal*. 2017, no. 4, pp. 54—57. [In Russ]. DOI: 10.24887/0028-2448-2017-4-54-57.

6. Feng P., Dai F., Shuai K., Wei M. Dynamic mechanical behaviors of pre-fractured sandstone with noncoplanar and unparallel flaws. *Mechanics of Materials*. 2022, vol. 166, no. 6, article 104219. DOI: 10.1016/j.mechmat.2022.104219.

7. Chengzhi Qi, Fa Zhao, Dyskin A. V., Chen Xia, Pasternak E. Crack interaction and fracturing of geomaterials with multiscale cracks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2022, vol. 153, no. 5, article 105084. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2022.105084.

8. Sudarikov A. E., Merkulova V. A. Specifics of calculating the stability of mine workings when applying drilling and blasting. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2017, no. 12, pp. 6192—6196. DOI: 10.5593/sgem2014/b12/s2.078.

9. Ren S., Han T., Fu L., Yan H. Pressure effects on the anisotropic velocities of rocks with aligned fractures. *Acta Geophysica Sinica*. 2021, vol. 64, no. 7, pp. 2504—2514. DOI: 10.6038/cjg2021O0318.

10. Anderson I., Ma J., Wu X., Stow D. Determining reservoir intervals in the Bowland Shale using petrophysics and rock physics models. *Geophysical Journal International*. 2022. vol. 228, pp. 39—65. DOI: 10.1093/gji/ggab334.

11. Grib N. N., Uzbekov A. N., Imaev V. S., Grib G. V., Abetov A. E. Variations in the geoelectric properties of the rock masses as a result of the seismic effects of industrial explosions. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2019, vol. 362, no. 1, article 012120. DOI: 10.1088/1755-1315/362/1/012120.

12. Balagurov B. Ya. On the influence of the shape of inclusions on the conductivity of two-dimensional models of composites. *Technical Physics*. 2011, vol. 81, no. 5, pp. 11—17. [In Russ].

13. Bruggeman D. A. G. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen. *Annalen der Physik*. 1935, vol. 416, pp. 636—664. DOI: 10.1002/andp.19354160802.

14. Landauer R. Conductivity of cold-worked metals. *Physical Review*. 1951, vol. 82, pp. 520—521. DOI: 10.1103/PhysRev.82.520.

15. Kasakhara K. *Mekhanika zemletryaseniy* [Earthquake mechanics], Moscow, Mir, 1985, 264 p.

16. Sizin P. E, Shkuratnik V. L. Theoretical estimation of microcracks influence on rocks conductivity with Maxwell approximation. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2015, no. 3, pp. 212—218. [In Russ].

17. Zhukov V. S. Influence of intergranular and fractured porosity on the electrical resistivity of the reservoirs of the Chayandinskoye field (Eastern Siberia). *Geofizicheskie issledovaniya*. 2022, vol. 23, no. 2, pp. 5 —17. [In Russ]. DOI: 10.21455/gr2022.2-1.

18. Parkhomenko E. I. *Elektricheskie svoystva gornykh porod* [Electrical properties of rocks], Moscow, Nauka, 1965, 164 p.

19. Aguilera R. Analysis of naturally fractured reservoirs from conventional well log. *Journal of Petroleum Technology*. 1976, vol. 28, no. 7, pp. 764—772.

20. Voznesensky A. S., Kidima-Mbombi L. K. Formation of synthetic structures and textures of rocks when simulating in COMSOL Multiphysics. *Mining Science and Technology (Russia)*. 2021, vol. 6, no. 2, pp. 67—72. [In Russ]. DOI: 10.17073/2500-0632-2021-2-65-72.

21. Balagurov B. Ya. *Elektrofizicheskie svoystva kompozitov: Makroskopicheskaya teoriya* [Electrophysical properties of composites: Macroscopic theory], Moscow, URSS, 2018, 752 p.

22. Balagurov B. Ya. Conductivity of the two-dimensional Rayleigh model at a critical concentration — the percolation threshold. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2021, vol. 159, no. 3, pp. 553—562. [In Russ]. DOI: 10.31857/S0044451021030160.

23. Korolev E. A., Eskin A. A., Morozov V. P., Kolchugin A. N., Plotnikova I. N., Pronin N. V., Nosova F. F. Dependence of the composition and mobility of oil in carbonate rocks on their porosity and permeability. *Oil Industry Journal*. 2013, no. 6, pp. 32—33. [In Russ].

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Сизин Павел Евгеньевич — канд. физ.-мат. наук,
доцент, ИБО НИТУ «МИСиС»,
e-mail: mstranger@list.ru,
ORCID ID: 0000-0001-8156-4972.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

P.E. Sizin, Cand. Sci. (Phys. Mathem.),
Assistant Professor,
Institute of Basic Education,
National University of Science and Technology
«MISiS», 119049, Moscow, Russia,
e-mail: mstranger@list.ru,
ORCID ID: 0000-0001-8156-4972.

Получена редакцией 04.08.2022; получена после рецензии 06.03.2023; принята к печати 10.04.2023.
Received by the editors 04.08.2022; received after the review 06.03.2023; accepted for printing 10.04.2023.