ГИАБ. Горный информационно-аналитический бюллетень /
MIAB. Mining Informational and Analytical Bulletin, 2023;(4):48-66
ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ / ORIGINAL PAPER

УДК 622.2 DOI: 10.25018/0236_1493_2023_4_0_48

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНО-ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ МЕХАНИКИ ПОВЕДЕНИЯ СОЛЯНЫХ ПОРОД НА МАКРОСТРУКТУРНОМ УРОВНЕ

М.А. Карасев[1], В.В. Петрушин[1], А.И. Рысин[2]

[1] Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия,
e-mail: vlad.petrushin.93@mail.ru
[2] ООО «ЕвроХим-Проект», Санкт-Петербург, Россия

Аннотация: Для правильной оценки и прогнозирования поведения горной массы вокруг строящихся объектов в солях необходимо иметь четкое представление о процессе длительного деформирования таких пород при различных условиях нагружения и температурного воздействия. Проведен анализ механических свойств солей и особенностей их механического поведения. Представлены сведения о развитии математического описания механического поведения соляных пород, рассмотрены современные подходы к численному моделированию солей. Предложен подход к моделированию механического поведения поликристаллических материалов (в частности, соляных пород) с учетом их макроструктурных особенностей. Он основан на тесселяции Вороного как способе описания макроструктуры поликристаллических материалов, а также методе конечно-дискретных элементов для моделирования деформирования и разрушения. Изучены различные факторы, оказывающие влияние на форму кривой деформирования при испытании образца на одноосное сжатие по схеме заданных перемещений. Полученная численная модель может быть использована для прогнозирования НДС массива и локализации участков возможного обрушения. Дальнейшее развитие деформационной модели будет направлено на включение реологии на микроуровне и применение этого подхода для прогнозирования устойчивости скважин, шпуров и других мелких объектов.

Ключевые слова: тесселяция Вороного, поликристаллические структуры, метод дискретных элементов, математическое моделирование, соляные породы, каменная соль, контактное взаимодействие, когезионные связи.

Для цитирования: *Карасев М. А., Петрушин В. В., Рысин А. И.* Применение метода конечно-дискретных элементов для описания механики поведения соляных пород на макроструктурном уровне // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2023. – № 4. – С. 48–66. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_4_0_48.

The hybrid finite/discrete element method in description of macrostructural behavior of salt rocks

M.A. Karasev[1], V.V. Petrushin[1], A.I. Rysin[2]

[1] Saint-Petersburg Mining University, Saint-Petersburg, Russia, e-mail: vlad.petrushin.93@mail.ru
[2] «EuroChem-Project» Ltd, Saint-Petersburg, Russia

© М.А. Карасев, В.В. Петрушин, А.И. Рысин. 2023.

Abstract: The correct prediction and assessment of the surrounding rock mass behavior around construction objects in salt rocks requires a clear understanding of long-term deformation processes in these rocks when subjected to different stress and temperature impacts. This article presents the analysis of the mechanical properties and mechanical behavior of salts. Furthermore, the mathematical descriptions and numerical modeling of the salt rock behavior are addressed. The article proposes an approach to modeling the mechanical behavior of polycrystal materials (including salt rocks) with regard to their macrostructural characteristics. The approach uses the Voronoi Tessellation as the polycrystal macrostructure description and the hybrid finite/discrete element method of deformation and fracture modeling. The scope of the studies embraced various factors of influence on the shape of the deformation curve in the uniaxial compression tests with the preset displacements. The resultant numerical model is usable for the stress–strain analysis of rock mass and for the location of possible failure sites. The further improvement of the deformation model will include the microlevel rheology and application of the model in stability prediction in large- and small-diameter holes and other small objects.

Key words: Voronoi Tessellation, polycrystal structures, discrete element method, mathematical modeling, salt rocks, rock salt, contact interaction, cohesive bonds.

For citation: Karasev M. A., Petrushin V. V., Rysin A. I. The hybrid finite/discrete element method in description of macrostructural behavior of salt rocks. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2023;(4):48-66. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_4_0_48.

Введение

В современном мире каменная соль, насыщенная полезными минералами, является ценным ресурсом, используемым в отраслях сырьевой промышленности аграрного и химического секторов. Как сырье она используется во многих отраслях промышленности, начиная с сельского хозяйства и заканчивая химическим производством. Также соль является благоприятной породой для размещения в ней различных подземных хранилищ: природного газа [1], сырой нефти [2] и энергии сжатого воздуха [3]. Это возможно благодаря таким свойствам соли, как: низкая пористость, низкая проницаемость и высокая пластичность. В мировой практике широко используются комплексные подходы для оценки напряженного состояния массива вокруг горных выработок [4]. Для повышения геомеханической безопасности строительства и эксплуатации таких подземных сооружений необходимо детально изучить процессы деформирования и разрушения данной породы. Как показывает практика, соляной массив склонен к проявлению реологических процессов в виде ползучести и релаксации, что особенно характерно при разработке глубоких месторождений (на глубине 500 м от поверхности земли и более). Реологические свойства солей определяют развитие смещений контура подземного сооружения во времени как на стадии строительства, так и его эксплуатации и, как следствие, — потерю эффективного объема [5], а также развитие других негативных геомеханических процессов, вплоть до аварий [6].

Механическое поведение каменной соли при кратковременных трехосных испытаниях было достаточно детально исследовано в ряде работ [6—8]. Отме-

чено, что положение границы разрушения каменной соли особенно зависит как от величин напряжений, так и от вида напряженного состояния. Другими словами, прочность на сжатие горных пород обычно увеличивается с увеличением бокового давления. Другой особенностью деформирования соляных пород при различных значениях бокового обжатия является изменение характера разрушения от хрупкого (при малых величинах давления) к пластичному (с увеличением давления).

Как известно, кривая объемной деформации солей имеет точку, в которой упругое уплотнение сменяется пластической дилатансией. Многочисленные экспериментальные исследования, выполненные учеными, показывают, что в пространстве напряжений и деформаций есть граница, которая разделяет зону напряжений, для которой характерно уменьшение объема каменной соли за счет упругого сжатия кристаллов соли и уменьшения пустотности, от зоны напряжений, для которой характерно увеличение объема при пластическом сдвиге, то есть эффекта дилатансии (например, см. [9—13]). Соответственно, при заданном боковом давлении объемная деформация показывает переход от сжатия к расширению с увеличением приложенного девиаторного напряжения. Когда напряженное состояние пород соответствует зоне условного сжатия (ниже границы дилатансии), наблюдается развивающееся во времени пластическое деформирование без формирования видимых макроскопических трещин. Напротив, при уменьшении бокового обжатия или увеличении девиаторного напряжения происходит переход через границу дилатансии. В этом случае доминирующим механизмом развития деформаций в солях является формирование междукристаллических микротрещин, что сопровождается увеличением объема соли. Формирование микротрещин и развитие дилатансионных процессов имеют ряд последствий, таких как: быстрое увеличение проницаемости, выход на третью стадию ползучести и последующее разрушение породы [14]. Однако точное определение границы дилатансии является технически сложной задачей.

Таким образом, в дальнейшем используем границу дилатансии в качестве параметра классификации моделей деформирования. Модели деформирования солей можно условно разделить на те, которые не учитывают эффект разрушения и дилатансии и те, которые его учитывают.

К первой группе стоит отнести модели, учитывающие только переходную и установившуюся деформации ползучести. Эти модели были специально разработаны для прогнозирования долгосрочных деформаций ползучести. Основной их задачей является описание вязкого поведения каменной соли, наблюдаемого в длительных экспериментах.

Ряд степенных моделей от наиболее простых [15] к более сложным, например, модели «BGRa» и «BGRb», представленные в [16], подходят для описания стационарной деформации ползучести каменной соли как функции температуры и девиаторного напряжения. Модель LUBBY2 является вязкоупругой моделью для описания переходных и установившихся деформаций ползучести в вязком режиме и представлена в работе [17]. Особый интерес представляет «композитная модель» (CM), представленная в трудах [18, 19], которая описывает переходные и установившиеся деформации ползучести с помощью одного уравнения.

Одной из наиболее известных является модель Мансона и Доусона [20] для описания переходных и установившихся деформаций ползучести солей. Общая скорость деформации ползучести в этой

модели является суммой трех членов. Каждый член связан с конкретным механизмом деформации ползучести. Эти три механизма представляют собой контролируемую ползучесть, механизм микромеханического разупрочнения для низких напряжений и механизм скольжения. Модель включает две внутренние переменные для моделирования деформационного упрочнения и процесса восстановления во время переходного процесса ползучести. Однако в модели нет описания дилатансии и эволюции повреждений.

Модель «SUVIC» — это единая модель с внутренними переменными состояния для описания вязкой деформации каменной соли. Подобно композитной модели (CM), для описания скорости деформации во время переходного процесса и установившейся ползучести используется единственное уравнение. Это уравнение имеет некоторые внутренние переменные состояния, которые могут изменяться во время процессов упрочнения и релаксации. Когда эти переменные достигают своего максимального значения, переходная ползучесть прекращается и развивается установившаяся ползучесть. Первая версия данной модели была представлена в [21], а последующие модификации в работах [22, 23].

Для изучения механизма деформирования и разрушения материалов в большей степени подходят методы, основанные на микроструктурном подходе представления материала или среды. В частности, соляные породы могут быть представлены в виде поликристаллической структуры. В научной среде широко используется подход с применением тесселяции Вороного для описания микроструктуры сталей [24 — 26]. Подобный метод постепенно внедряется и для других поликристаллических материалов, например, каменной соли [27 — 29]. Метод дискретных элементов широко распространен для определения НДС массивов с блочной структурой [30, 31].

Вторая группа моделей представляет собой математический аппарат для описания механического поведения соляных пород с учетом их микро- и макроструктурных особенностей. Такого рода модели описывают процесс разрушения и дилатансии солей в различных напряженных состояниях и учитывают множество факторов.

В книге [32] исследователи сформулировали упруго-вязкопластическую модель для моделирования переходного и установившегося состояния ползучести каменной соли с учетом объемной дилатации и сжимаемости. Конститутивная модель [33] была разработана на основе физических процессов, происходящих на микроскопическом уровне, где три фазы ползучести описываются в рамках одного уравнения.

Вязкоупруго-пластическая модель «HG/Minkley» [34] разработана для описания как краткосрочного, так и длительного деформирования каменной соли и основывается на критерии Друкера-Прагера. В работе [35] представлена методика определения параметров для данного критерия. Как и в модели LUBBY2, вязкоупругая часть модели описывает переходные и установившиеся деформации ползучести с помощью моделей Кельвина и Максвелла, соответственно. В то время как пластическая составляющая модели учитывает кратковременное поведение при квазистатических испытаниях. Параметры упругости в этой модели являются функциями неупругой объемной деформации, поэтому в области дилатансии, где возникают повреждения и микротрещины, упругие параметры ухудшаются с увеличением объемной деформации.

Модель Десаи основана на пластичности с одной поверхностью. Неассоциированное описание пластического те-

чения в этой модели дает лучшее описание объемной пластической деформации. Зависимость поверхности текучести от угла Лоде приводит к различным откликам материала при трехосном сжатии, сдвиге и растяжении. Модель учитывает дилатансию и сжимаемость материала, что улучшает моделирование объемного поведения и повышает точность экспериментальных данных. Кроме того, наличие границы дилатансии позволяет модели кратковременное разрушение каменной соли в квазистатических испытаниях на прочность. Зависимость от скорости, описываемая формулой вязкопластичности, объясняет зависимое от скорости поведение каменной соли. Как показано в работе [36], модель может быть расширена до вязкопластической модели с использованием концепции вязкопластичности Перзына [37, 38]. Из отечественных разработок стоит отметить модель Константиновой [39], которая также учитывает процесс разрушения соляных пород

Наиболее перспективным подходом к изучению механического поведения солей является использование численных моделей, основанных на макроструктурном представлении среды, например в рамках метода дискретных элементов. Это позволит математически описать поведение солей при кратковременном и длительном нагружении с высокой степенью достоверности, а также учесть их фактическую структуру. Подобный подход используется для моделирования композитных материалов [40].

В данной работе представлены подход к цифровой генерации поликристаллической структуры на основании алгоритма тесселяции Вороного, а также подход к численному моделированию деформирования и разрушения образцов соли с учетом их макроструктуры.

Исследование механического поведения пород на макроструктурном уровне позволит более полно изучить природу их деформирования и разрушения, сформировать новое представление о работе таких сред, а полученные знания могут быть использованы для прогнозирования развития геомеханических процессов при строительстве подземных сооружений.

Методика построения макроструктуры соляных пород

Соляные породы в основном представлены двумя основными минералами — галитом и сильвинитом, содержащего примеси и вторичные включения в границах между зернами или порами [41]. Каменная соль имеет поликристаллическую структуру материала со средней плотностью около 2000 кг/м^3. Структурно соляная порода состоит из частиц, называемых зернами, которые, в свою очередь, делятся на более мелкие части, известные как «субзерна» [14]. Размер зерна находится в диапазоне от 1 мм до нескольких дм.

Существует предположение о том, что разрушение поликристаллических структур происходит по границам между отдельными кристаллами. Межкристаллические связи определяют форму и характер разрушения породы в условиях нагружения. Именно это предположение легло в основу подхода, предложенного в данной работе.

Цифровизация объемной поликристаллической структуры образца — достаточно трудоемкий процесс, и для решения исследовательских задач такая структура может быть сформирована с помощью метода тесселяции Вороного [42], на основании которого подготавливается геометрическая основа для конечно-элементной модели.

Посредством тесселяции Вороного можно регулировать такие параметры макроструктуры, как плотность кристаллов в объеме, их форму и размеры, коли-

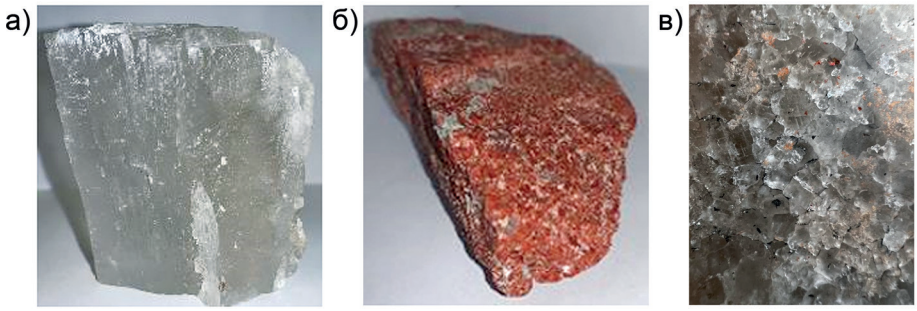

Рис. 1. Образцы пород с различных месторождений: галит (Усольский калийный комбинат г. Пермь) (а); сильвинит (рудник Беларусь калий, г. Солигорск) (б); макроструктура образца с Нивенского месторождения (в)

Fig. 1. Samples of rocks from various deposits: halite (Usolskiy potash combine, Perm) (a); sylvinite (Belarus potash mine, Soligorsk) (b); macrostructure of a sample from the Niven deposit (v)

чество и размеры внутрикристаллических дефектов, процентное соотношение зерен различной крупности и так далее. Реализован данный алгоритм в свободно распространяемом комплексе Neper [42]. Таким образом, получаем инструмент для описания макроструктуры поликристаллических материалов в явном в виде.

Так, например, на рис. 2 демонстрируются возможности программного пакета NEPER. Стандартная тесселяция Вороного (рис. 2, *а*) — наиболее простой для построения алгоритм, не требующий большой вычислительной мощности и затрат времени. Для дальнейшего описания структур введем понятие сферичности, которое означает степень приближения многоугольника к сферической форме. Таким образом, стандартная тесселяция Вороного не обладает высокой степенью сферичности отдельных зерен и мало походит на поликристаллическую структуру (каменной соли). Тесселяция типа «grain growth» (рис. 2, *б*) соответствует более широкому распределению зерен по размерам и более высокой сферичности зерен, чем в стандартной тес-

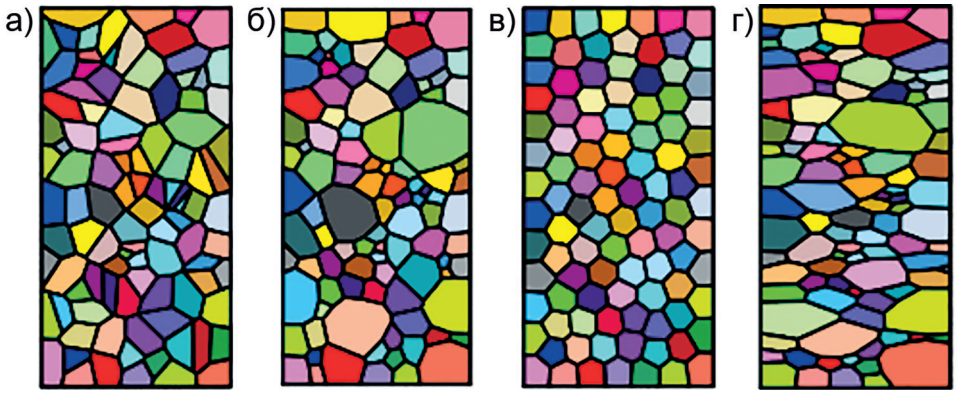

Рис. 2. Различные виды тесселяции, реализуемые в программном пакете NEPER: стандартная тесселяция Вороного (а); сесселяция типа «Grain growth» (б); сесселяция с постянной сферичностью зерен (в); сесселяция с изменением линейного размера вдоль одной оси (г)

Fig. 2. Different types of Tessellation implemented in the NEPER software package: standard Voronoi tessellation (a); tessellation model of grain growth (b); tessellation model of constant sphericity grains (v); tessellation model with varied linear size along one axis (g)

селяции Вороного. Такой тип тесселяции наиболее подходит для описания поликристаллических структур. Параметр сферичности и размера зерен является настраиваемым, так, например, сферичность и размер могут быть постоянными для каждой частицы (рис. 2, *в*). Линейный эквивалентный размер частицы можно привязать к одному из осевых направлений, таким образом можно регулировать вытянутость зерен в отношении этих направлений (рис. 2, *г*).

Макроструктурная модель деформирования и разрушения соляных пород

Традиционно [43, 44] моделирование деформирования и разрушения каменной соли в основном производится с помощью моделей, реализованных в рамках теории пластического или вязкопластического течений. Данный подход учитывает различные особенности механического поведения горных пород косвенно, что позволяет эффективно использовать небольшие вычислительные мощности (например, применение модели поведения грунтов Hardening Soil Small [45], эта модель позволяет учесть упрочнение грунта во времени). Подобный подход является в большей степени прикладным и позволяет выполнять прогноз развития геомеханических процессов для конкретных горно-геомеханических условий.

Использование подхода, учитывающего макроструктуру материала в явном виде позволит с большей степенью достоверности описать ряд процессов, происходящих в образце при его деформировании и разрушении. Основной проблемой данного подхода является создание модели для описания межкристаллического контактного взаимодействия. Структурно соль включает в себя как кристаллы соли, так и межкристаллические связи. Механическое поведение кристаллов соли предлагается описывать набором сплошных тетраэдрических элементов, а межкристаллитные связи — набором когезионных связей или когезионных элементов. Для описания деформирования конечных элементов могут быть использованы различные положения теории пластического течения, упругости, вязкого и вязкопластического течения, а также их комбинации.

Описать механику поведения связей на предельном этапе можно через зависимость между напряжениями и деформациями, представленную в виде:

$$\begin{pmatrix} t_n \\ t_t \\ t_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E_{nn} & E_{ns} & E_{nt} \\ E_{ns} & E_{ss} & E_{st} \\ E_{nt} & E_{st} & E_{tt} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_s \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Данная зависимость обеспечивает связь всех компонентов векторов напряжений и деформаций. В нашем случае рассмотрение полной зависимости является излишним, следовательно, все компоненты вне главной диагонали матрицы могут быть приравнены к нулю

$$\begin{pmatrix} t_n \\ t_t \\ t_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & E_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & E_{tt} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_s \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

где E_{ij} — коэффициенты матрицы упругости.

В рассматриваемой плоскости связующего элемента *t* вектор напряжений содержит три составляющие: нормальное напряжение t_n и сдвиговые напряжения t_s и t_t. Соответствующие значения смещений обозначаются как δ_n, δ_s, δ_t. Обозначая T_0 толщиной связующего слоя, мы находим значения номинальных деформаций через компоненты смещений по следующим формулам:

$$\varepsilon_n = \frac{\delta_n}{T_0}; \varepsilon_t = \frac{\delta_t}{T_0}; \varepsilon_s = \frac{\delta_s}{T_0}, \qquad (3)$$

где ε_n, ε_s, ε_t — номинальные нормальные и тангенциальные деформации.

Трансцендентальную стадию деформации связующего материала предлага-

ется описать посредством механики разрушения как функцию жесткости связи от степени накопления напряжений в материале.

Подход подразумевает дискретность, то есть при превышении прочности контакта (при растяжении или сдвиге) связь может быть разрушена и исключена из расчета, увеличивая количество степеней свободы для отдельных кристаллов. Критерий, по которому можно оценить степень напряженности связи, можно представить в виде:

$$\max\left\{\frac{t_n}{t_n^0},\frac{t_s}{t_s^0},\frac{t_t}{t_t^0}\right\}=1\,, \qquad (4)$$

где t_n^0, t_t^0, t_t^0 — прочность когезионных связей при растяжении в направлении *n* при сдвиге в направлениях *s* и *t* соответственно.

Снижение жесткости когезионной связи можно описать при помощи определенной функции. Одним из вводимых допущений является то, что накопление повреждений в когезионных связях при их деформировании в нормальном направлении осуществляется только при растяжении.

Введем критерий для оценки скорости деградации жесткости связей, при достижении ими предельных значений прочности. Критерий степени разрушения *D* изменяет свое значение от 0 до 1, где 0 — это отсутствие каких-либо признаков разрушения, а 1 — это полная деградация когезионной связи. Стоит отметить, что при исключении из расчета когезионной связи дальнейшее взаимодействие между кристаллами осуществляется по определенному закону. Связь между вектором напряжений и критерием *D* может быть представлена как:

$$t_n=\begin{cases}(1-D)\bar{t}_n\ 5A;\ \text{если}\ \bar{t}_n>0\\ \bar{t}_n\quad 5A;\ \text{если}\ \bar{t}_n\le 0\end{cases};\qquad (5)$$

$$t_s=(1-D)\bar{t}_s;\ t_t=(1-D)\bar{t}_t$$

где $\bar{t}_n$, $\bar{t}_s$, $\bar{t}_t$ — компоненты вектора напряжения (без учета повреждений).

Функция степени повреждения *D* может быть представлена в виде зависимостей различной степени сложности (линейные, силовые, логарифмические, степенные и т.д.). В общем же виде представим ее как:

$$D=f\left(u_p,u_r,G\right), \qquad (6)$$

где u_p — смещения, которые соответствуют достижению предельного напряженного состояния; u_r — смещения, которые соответствуют полному раскрытию трещины; *G* — энергия полного раскрытия трещины.

Для дальнейших численных расчетов в качестве критерия прочности для сдвиговых напряжений принимаем стандартный критерий Кулона-Мора. Для описания прочности при действии нормальных растягивающих напряжений используем Ранкийский критерий.

$$\tau=c+\sigma_n\mathrm{tg}\varphi;\ \sigma_3=R_t\,, \qquad (7)$$

где τ — прочность связи при сдвиге; σ_n — нормальная составляющая напряжения в месте сдвига; *c* — сцепление; φ — угол трения; R_t — прочность на растяжение.

Нормальные напряжения на срезе будут описаны с помощью функции вида $c,\ \varphi = f(\sigma_n)$. Форма паспорта прочности, полученного в результате испытаний, может быть достигнута изменением параметров сцепления и угла внутреннего трения.

Количественно степень повреждения можно оценить с помощью энергии разрушения (энергии, расходуемой на запредельном участке деформирования), которая в свою очередь является площадью под кривой разрушения материала в запредельной области. Энергия разрушения G^C, которая зависит от характера нагрузки (в нормальном и тангенциальном направлениях) и не изменяется в за-

висимости от сдвига в направлениях *s* и *t* ($G_s^C = G_t^C$), описана законом М.Л. Бензеггага–М. Кенане:

$$G^C = G_n^C + \left(G_s^C - G_n^C\right)\left(\frac{G_S}{G_T}\right)^{\eta}; \quad (8)$$

$$G_S = G_s + G_t;\ G_T = G_n + G_S$$

где G_n^C — нормальная энергия разрушения; G_s^C и G_t^C — энергия разрушения при сдвиге в направлениях *s* и *t* соответственно; η — экспонента; G_n, G_s, G_t — работа, выполняемая движением в нормальном *n* и тангенциальных направлениях соответственно.

Скорость накопления повреждений по мере разрушения когезионных связей принимаем линейной:

$$D = \max\left\{\begin{array}{l} \dfrac{u_n^r\left(u_n - u_n^p\right)}{u_n\left(u_n^r - u_n^p\right)} \\ \dfrac{u_s^r\left(u_s - u_s^p\right)}{u_s\left(u_s^r - u_s^p\right)} \end{array}\right.;\ u_n^r = \frac{2G^C}{T_0^{eff}} \quad (9)$$

где T_0^{eff} — пиковое значение нормальных растягивающих напряжений; u_n^p, u_s^p, u_t^p — смещения в нормальном или касательном направлениях в момент достижения предельного напряженного состояния; u_n^r, u_s^r, u_t^r — смещения в нормальном или тангенциальном направлениях в момент полного разрушения.

Численное моделирование деформирования и разрушения соляной породы

В ходе анализа микроструктурных особенностей соляных пород был принят ряд допущений для численного моделирования. В основу подхода легло предположение о том, что разрушение породы происходит по границам между отдельными кристаллами, таким образом, такие параметры, как плотность кристаллов на единицу объема, форма и размеры кристаллов, а также прочность межзернового контакта являются основополагающими факторами влияния на механику разрушения солей.

На основании предложенного выше подхода была построена численная модель, описывающая деформирование и разрушение образца в условиях одноосного сжатия. Приняты следующие параметры образца соли: прямоугольная

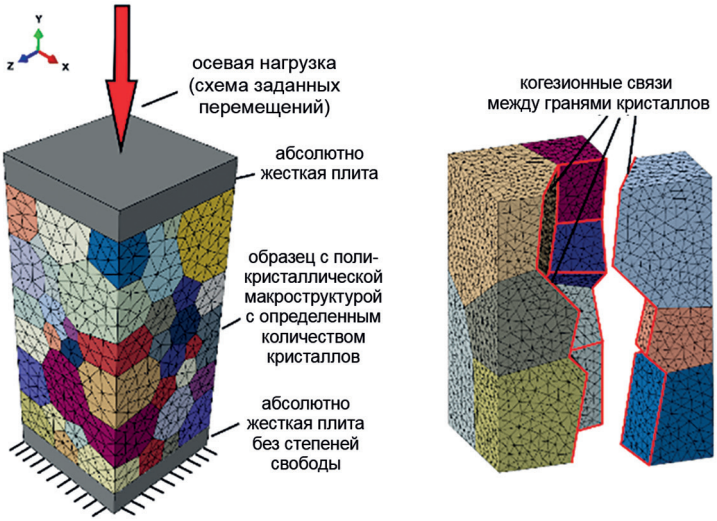

Рис. 3. Схема проводимых численных испытаний
Fig. 3. Scheme of numerical tests

Таблица 1

Команды для формирования поликристаллической структуры
Polycrystal structure formation commands

Параметры тесселяции	neper — T — n 100 — morpho gg — domain "cube (0.1,0.2,0.1)"
Параметры сетки	neper — M n100-id1.tess — rcl 1.1 — mesh3dalgo 'netg:gmne' — interface "cohesive" — format inp

Таблица 2

Необходимые исходные данные для реализации подхода
Approach implementation source data

Характеристики отдельных кристаллов	Параметры межзернового контакта	Общие параметры
Модуль деформации отдельных кристаллов образца; Угол внутреннего трения отдельных кристаллов образца; Сцепление отдельных кристаллов отдельных кристаллов образца	Прочность межзернового контакта; Энергия трещинообразования	Время нагружения; Количество зерен в образце

форма высотой 0,2 м, поперечное сечение 0,1×0,1 м. Задание осевой нагрузки выполнялось по схеме заданных перемещений посредством введения двух бесконечно-жестких плит, между которыми расположен образец (см. рис. 3).

Геометрия численной модели была сформирована в свободно распространяемом программном пакете Neper. Применение алгоритмов тесселяции Вороного позволило сформировать поликристаллическую структуру, схожую с структурой солей. Для реализации вышеуказанной геометрии, а также сетки конечных элементов, были использованы параметры, указанные в табл. 1.

Контактное взаимодействие между кристаллами соли было описано с помощью когезионных связей — инструментарий программного пакета Abaqus CAE. Исходные данные для полноценного моделирования механического по-

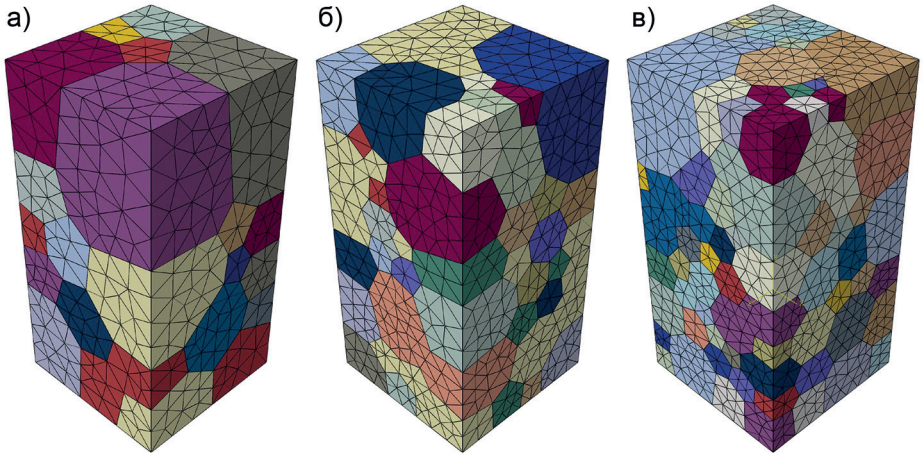

Рис. 4. Образцы соли с разным количеством кристаллов: 50 (а); 100 (б); 200 (в)
Fig. 4. Salt samples with different number of crystals: 50 (a); 100 (b); 200 (v)

ведения образца можно разделить на три группы, представленные в табл. 2.

Для дальнейшего анализа были сформированы три образца с различным количеством кристаллов (рис. 4). В ходе численного анализа была изучена степень влияния различных вводных параметров модели на кривую деформирования при одноосном сжатии, выявлены закономерности.

Сетка конечных элементов представлена тэтраэдральными 10-узловыми элементами второго порядка типа C3D10M. Генерация сетки осуществляется встроенным инструментарием программного пакета NEPER.

Обсуждение результатов моделирования

По результатам численного анализа были построены кривые деформирования и разрушения образца при различных модулях деформации кристаллов (рис. 5, *а*). Пиковые значения напряжений изменяются в пределах от 12,5 до 27,0 МПа. Отчетливо прослеживается очевидная закономерность увеличения пиковой прочности образца с увеличением модуля деформации отдельных кристаллов. Также стоит отметить, что угол наклона упругого участка кривой деформирования образца возрастает с увеличением модуля деформации. Значение осевых деформации на пределе прочности изменяется в промежутке от 0,60 до 1,25%. Таким образом, получаем эмпирическую зависимость пиковой прочности образца при одноосном сжатии:

$$\sigma_{сж} = -0{,}0327\, E_{кр}^{2} + 1{,}4216\, E_{кр} + 11{,}05 \qquad (10)$$

где $\sigma_{сж}$ — пиковое значение прочности образца на одноосное сжатие (МПа); $E_{кр}$ — значение модуля деформации кристаллов соли (ГПа).

Величина сцепления кристаллов соли также оказывает влияние на характер кривой деформирования, но в данном случае в большей степени изменяется участок запредельного деформирования (рис. 5, *б*). Величина осевых деформаций на пределе прочности изменяется в диапазоне от 0,05 до 0,20%, что свидетельствует о незначительном влиянии сцепления в отдельных кристаллах на осевые деформации на пределе прочности образца.

Также проанализируем влияние таких факторов, как значение энергии разрушения (эквивалентно представленное как

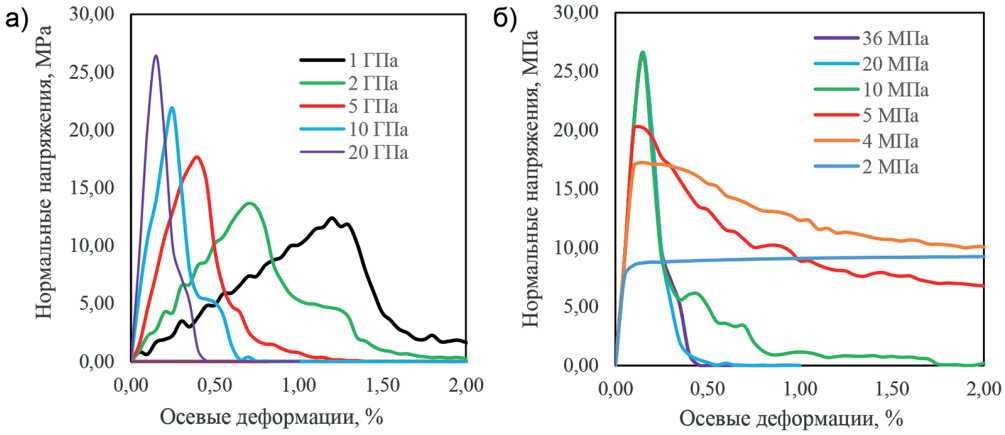

Рис. 5. Кривые деформирования образца соли при различных значениях: модуля деформации (а); сцепления (б)

Fig. 5. Salt sample deformation curves at different values of: strain modulus (a); adhesion (b)

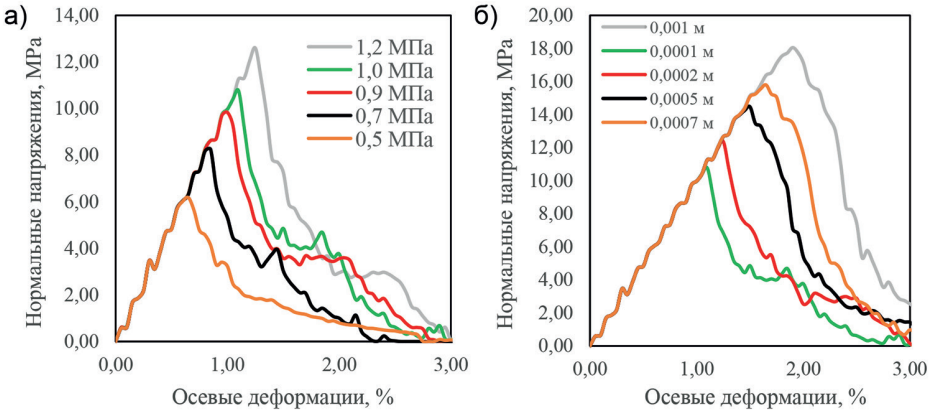

Рис. 6. Кривые деформирования образца соли при различных значениях: прочности межзернового контакта (а); энергии разрушения (б)

Fig. 6. Deformation curves of salt sample at different values of: strength of intergranular contact (a); fracture energy (b)

значения разрушающей деформации) и величины нормальной прочности контакта. Стоит отметить, что пиковое значение прочности образца при одноосном сжатии напрямую зависит от величины прочности контакта между отдельными кристаллами (рис. 6, *а*)

Анализ полученных данных позволяет с уверенностью говорить о том, что зависимость между пиковой прочностью образца и нормальной прочностью контакта линейна:

$$\sigma_{сж} = 9{,}0411\ \sigma_{нк} + 1{,}749, \qquad (11)$$

где $\sigma_{сж}$ — пиковое значение прочности образца на одноосное сжатие (МПа); $\sigma_{нк}$ — значение нормальной прочности контакта между отдельными кристаллами в образце (МПа).

Энергия разрушения, в свою очередь, оказывает схожее влияние на кривую деформирования (рис. 6, *б*). Но для дальнейших исследований следует использовать прочность контакта как более осязаемый критерий.

При данном подходе следует обращать внимание на длительность нагружения,

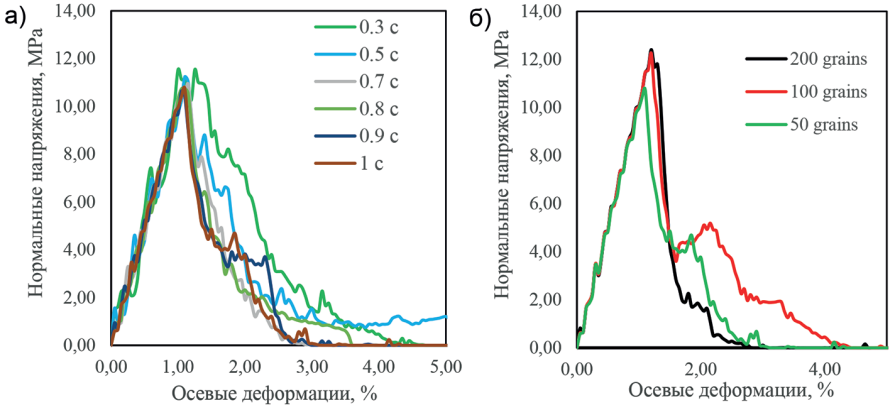

Рис. 7. Кривые деформирования образца соли при различных значениях: времени нагружения образца (а); количества зерен (б)

Fig. 7. Deformation curves of salt sample at different values of: loading time of sample (a); number of grains (b)

которая достаточно сильно влияет на характер деформирования и разрушения образца (рис. 7, *а*). Это обусловлено скоростью распространения разрушающей волны в материале, которая, в свою очередь, зависит от его жесткости. При принятом модуле деформации в 20 ГПа время нагружения в 1 с является минимально стабильным значением, при котором кривая деформирования не имеет характерных колебаний, не свойственных стабильному нагружению. Таким образом, для каждого расчетного случая необходимо определять время краткосрочного нагружения, которое не будет влиять на характер деформирования образца. Для корректной оценки необходимого времени нагружения следует использовать калибровочные модели с минимальным количеством межкристаллических связей.

Количество кристаллов в образце определяет характер потери прочности данной структуры (рис. 7, *б*). В данном конкретном случае стоит отметить, что при увеличении плотности зерен в образце свыше 200 характер его деформирования практически не изменяется. Но данная величина характерна только для представленной формы нагружения образца, поскольку при трехосном нагружении результаты будут иными.

Заключение

Данная работа представляет собой анализ подхода к численному моделированию соляных пород, основанного на макроструктурном их представлении с применением алгоритма тесселяции Вороного. Предлагаемый подход способен детально описывать процесс деформирования и разрушения солей и может быть использован для дальнейшего изучения реологических свойств такого типа пород.

Представленный подход был применен для моделирования испытания на одноосное сжатие образца соли. В ходе анализа были выявлены параметры, которые в большей степени определяют характер кривой деформирования образца при одноосном нагружении.

Данные параметры можно разделить на две основные группы:

- прочностные и деформационные характеристики отдельных кристаллов соли;
- характеристики межзернового контакта.

В работе была определена зависимость между пиковой прочностью образца и модулем деформации отдельных кристаллов. Данная зависимость имеет нелинейный характер, что позволяет использовать выведенную закономерность для определения входных параметров модели при одноосном нагружении. Зависимость же между пиковой прочностью образца и прочностью межзернового контакта является линейной.

Также стоит отметить, что значительное влияние на характер деформирования образца оказывает время нагружения, а следовательно, необходимо в каждом конкретном расчетном случае (при разной жесткости кристаллов) определять оптимальное время нагружения путем подбора. Оптимальная плотность кристаллов в образце составила 200 шт. на объем образца.

Отработка подхода при одноосном нагружении позволило изучить процесс формирования НДС дискретной системы, а также параметры, определяющие этот процесс. Полученные в работе закономерности применимы только для одноосного сжатия образцов.

В качестве направления дальнейших исследований стоит выделить необходимость в разработке методов определения межзернового контакта. В дальнейшем планируется предложить способ калибровки подобных моделей, основанный на лабораторных испытаниях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Liu W., Zhang Z., Chen J., Fan J., Jiang D., Jjk D., Li Y.* Physical simulation of construction and control of two butted-well horizontal cavern energy storage using large molded rock salt specimens // Energy. 2019, vol. 185, pp. 682—694. DOI: 10.1016/j.energy.2019.07.014.

2. *Гасумов Р. А.*, *Гасумов Э. Р.*, *Минченко Ю. С.* Особенности создания подземных резервуаров в истощенных нефтегазоконденсатных месторождениях // Записки Горного института. — 2020. — Т. 244. — С. 418—427. DOI: 10.31897/pmi.2020.4.4.

3. *Bérest P., Brouard B., Djakeun-Djizanne H., Hévin G.* Thermomechanical effects of a rapid depressurization in a gas cavern // Acta Geotechnica. 2014, vol. 9, no. 1, pp. 181—186. DOI: 10.1007/s11440-013-0233-8.

4. *Куранов А. Д.*, *Багаутдинов И. И.*, *Котиков Д. А.*, *Зуев Б. Ю.* Комплексный подход к прогнозу устойчивости предохранительного целика при слоевой системе разработки запасов Яковлевского месторождения // Горный журнал. — 2020. — № 1. — С. 115. DOI: 10.17580/gzh.2020.01.23.

5. *Yang C., Wang T., Li J., Ma H., Shi X., Daemen J. J. K.* Feasibility analysis of using closely spaced caverns in bedded rock salt for underground gas storage: a case study // Environmental Earth Sciences. 2016, vol. 75, no. 15, pp. 1—15. DOI: 10.1007/s12665-016-5944-3.

6. *Рыбак Я.*, *Хайрутдинов М. М.*, *Кузиев Д. А.*, *Конгар-Сюрюн Ч. Б.*, *Бабырь Н. В.* Прогнозирование геомеханического состояния массива при отработке соляных месторождений с закладкой // Записки Горного института. — 2022. — Т. 253. — С. 61—70. DOI: 10.31897/PMI.2022.2.

7. *Senseny P. E.*, *Hansen F. D.*, *Russell J. E.*, *Carter N. L.*, *Handin J. W.* Mechanical behaviour of rock salt: phenomenology and micromechanisms // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 1992, vol. 29, no. 4, pp. 363—378. DOI: 10.1016/0148-9062(92)90513-Y.

8. *Sriapai T., Walsri C., Fuenkajorn K.* True-triaxial compressive strength of Maha Sarakham salt // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2013, vol. 61, pp. 256—265. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2013.03.010.

9. *Cristescu N., Hunsche U.* Time effects in rock mechanics. New York, Wiley, 1998, 350 p.

10. *Alkan H., Cinar Y., Pusch G.* Rock salt dilatancy boundary from combined acoustic emission and triaxial compression tests // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2007, vol. 44, no. 1, pp. 108—119. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2006.05.003.

11. *Hunsche U. E.* True triaxial failure tests on cubic rock salt samples. experimental methods and results // Finite Inelastic Deformations—Theory and Applications. Springer, Berlin, Heidelberg, 1992, pp. 525—536.

12. *Van Sambeek L. L.*, *Ratigan J. L.*, *Hansen F. D.* Dilatancy of rock salt in laboratory tests // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 1993, vol. 30, no. 7, pp. 735—738. DOI: 10.1016/0148-9062(93)90015-6.

13. *DeVries K. L.*, *Mellegard K. D.*, *Callahan G. D.* Salt damage criterion proof-of-concept research technical progress report for the reporting priod from October 1, 2000, through September 30. Respec, Rapid City, South Dakota, US. 2002.

14. *Hunsche U., Hampel A.* Rock salt—the mechanical properties of the host rock material for a radioactive waste repository // Engineering Geology. 1999, vol. 52, no. 3-4, pp. 271—291. DOI: 10.1016/ S0013-7952(99)00011-3.

15. *Протосеня А. Г.*, *Катеров А. М.* Развитие напряженно-деформированного состояния комбинированной крепи вертикального ствола, пройденного в соляном массиве // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 6-1. — С. 100—113. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_61_0_100.

16. *Hunsche U., Schulze O.* Das Kriechverhalten von Steinsalz // Kali und Steinsalz. 1994, vol. 11, no. 8/9, pp. 238—255.

17. *Heusermann S., Rolfs O., Schmidt U.* Nonlinear finite-element analysis of solution mined storage caverns in rock salt using the LUBBY2 constitutive model // Computers & Structures. 2003, vol. 81, no. 8—11, pp. 629—638. DOI: 10.1016/ S0045-7949(02)00415-7.

18. *Weidinger P., Hampel A., Blum W., Hunsche U.* Creep behaviour of natural rock salt and its description with the composite model // Materials Science and Engineering: A. 1997, vol. 234—236, pp. 646—648. DOI: 10.1016/ S0921-5093(97)00316-X.

19. *Sedláček R., Blum W.* Microstructure-based constitutive law of plastic deformation // Computational Materials Science. 2002, vol. 25, no. 1—2, pp. 200—206. DOI: 10.1016/ S0927-0256(02)00264-1.

20. *Munson D. E.* Constitutive model of creep in rock salt applied to underground room closure // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 1997, vol. 34, no. 2, pp. 233—247. DOI: 10.1016/ S0148-9062(96)00047-2.

21. *Aubertin M., Gill D. E., Ladanyi B.* An internal variable model for the creep of rocksalt // Rock Mechanics and Rock Engineering. 1991, vol. 24, no. 2, pp. 81—97. DOI: 10.1007/ BF01032500.

22. *Aubertin M., Julien M. R., Servant S., Gill D. E.* A rate-dependent model for the ductile behavior of salt rocks // Canadian Geotechnical Journal. 1999, vol. 36, no. 4, pp. 660—674. DOI: 10.1139/t99-033.

23. *Yahya O. M. L., Aubertin M., Julien M. R.* A unified representation of the plasticity, creep and relaxation behavior of rocksalt // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2000, vol. 37, no. 5, pp. 787—800. DOI: 10.1016/ S1365-1609(00)00016-2.

24. *Sun F., Meade E. D., O'Dowd N. P.* Microscale modelling of the deformation of a martensitic steel using the Voronoi tessellation method // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2018, vol. 113, pp. 35—55. DOI: 10.1016/j.jmps.2018.01.009.

25. *Sun F., Meade E. D., O'Dowd N. P.* Strain gradient crystal plasticity modelling of size effects in a hierarchical martensitic steel using the Voronoi tessellation method // International Journal of Plasticity. 2019, vol. 119, pp. 215—229. DOI: 10.1016/j.ijplas.2019.03.009.

26. *Brückner-Foit A., Huang X.* Numerical simulation of micro-crack initiation of martensitic steel under fatigue loading // International Journal of Fatigue. 2006, vol. 28, no. 9, pp. 963—971. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2005.08.011.

27. *Müller C., Frühwirt T., Haase D., Schlegel R., Konietzky H.* Modeling deformation and damage of rock salt using the discrete element method // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2018, vol. 103, pp. 230—241. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2018.01.022.

28. *Li H., Yang C., Ma H., Shi X., Zhang H., Dong Z.* A 3D grain-based creep model (3D-GBCM) for simulating long-term mechanical characteristic of rock salt // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2020, vol. 185, article 106672. DOI: 10.1016/j.petrol.2019.106672.

29. *Liang K., Xie L., He B., Zhao P., Zhang Y.* Effects of grain size distributions on the macro-mechanical behavior of rock salt using micro-based multiscale methods // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2021, vol. 138, article 104592. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104592.

30. *Protosenya A., Vilner M.* Assessment of excavation intersections' stability in jointed rock masses using the discontinuum approach // Rudarsko-Geološko-Naftni Zbornik. 2022, vol. 37, no. 2, pp. 137—147. DOI: 10.17794/rgn.2022.2.12.

31. *Синегубов В. Ю., Попов М. Г., Вильнер М. А., Сотников Р. О.* Оценка влияния очистных работ на формирование нарушенных зон в массиве на контурах выработок большого сечения при освоении месторождений апатит-нефелиновых руд // Горный журнал. — 2021. — № 8. — С. 26—30. DOI: 10.17580/gzh.2021.08.04.

32. *Cristescu N. D.* Viscoplasticity of Geomaterials / Visco-Plastic Behaviour of Geomaterials. International Centre for Mechanical Sciences, 1994, vol. 350. Springer, Vienna. DOI: 10.1007/978-3-7091-2710-0_3.

33. *Günther R.-M., Salzer K., Popp T., Lüdeling C.* Steady-state creep of rock salt: Improved approaches for lab determination and modelling // Rock Mechanics and Rock Engineering. 2015, vol. 48, no. 6, pp. 2603—2613. DOI: 10.1007/s00603-015-0839-2.

34. *Minkley W., Mühlbauer J.* Constitutive models to describe the mechanical behavior of salt rocks and the imbedded weakness planes // The Mechanical Behavior of Salt — Understanding of THMC Processes in Salt. CRC Press, 2017, pp. 119 — 127.

35. *Беляков Н. А.*, *Беликов А. А.* Прогноз целостности водозащитной толщи на Верхнекамском месторождении калийных руд // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 6-2. — С. 33 — 46. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_62_0_33.

36. *Desai C. S.*, *Varadarajan A.* A constitutive model for quasi-static behavior of rock salt // Journal of Geophysical Research. 1987, vol. 92, no. B11, pp. 11445 — 11456. DOI: 10.1029/JB092iB11p11445.

37. *Desai C. S.*, *Zhang D.* Viscoplastic model for geologic materials with generalized flow rule // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 1987, vol. 11, no. 6, pp. 603 — 620. DOI: 10.1002/nag.1610110606.

38. *Desai C. S.*, *Salami M. R.* A constitutive model and associated testing for soft rock // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 1987, vol. 24, no. 5, pp. 299 — 307. DOI: 10.1016/0148-9062(87)90866-7.

39. *Константинова С. А.*, *Аптуков В. Н.* Некоторые задачи механики деформирования и разрушения соляных пород. — Новосибирск: Наука, 2013. — 191 с.

40. *Belyakov N., Smirnova O., Alekseev A., Tan H.* Numerical simulation of the mechanical behavior of fiber-reinforced cement composites subjected dynamic loading // Applied Sciences. 2021, vol. 11, no. 3, article 1112. DOI: 10.3390/app11031112.

41. *Urai J. L.*, *Spiers C. J.* The effect of grain boundary water on deformation mechanisms and rheology of rocksalt during long-term deformation / The Mechanical Behavior of Salt — Understanding of THMC Processes in Salt. CRC Press, 2017, pp. 149 — 158. DOI: 10.1201/9781315106502-17.

42. *Quey R., Dawson P. R., Barbe F.* Large-scale 3D random polycrystals for the finite element method: Generation, meshing and remeshing // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2011, vol. 200, no. 17 — 20, pp. 1729 — 1745. DOI: 10.1016/j.cma.2011.01.002.

43. *Кашников Ю. А.*, *Ермашов А. О.*, *Ефимов А. А.* Геолого-геомеханическая модель участка Верхнекамского калийного месторождения // Записки Горного института. — 2019. — Т. 237. — С. 259 — 267. DOI: 10.31897/pmi.2019.3.259.

44. *Карасев М. А.*, *Буслова М. А.*, *Вильнер М. А.*, *Нгуен Т. Т.* Методика прогноза напряженно-деформированного состояния крепи вертикального ствола на участке сопряжения с горизонтальной выработкой в соляных породах // Записки Горного института. — 2019. — Т. 240. — С. 628 — 637. DOI: 10.31897/pmi.2019.6.628.

45. *Komolov V., Belikov A., Demenkov P.* Research on load-bearing constructions behavior during pit excavation under «Slurry Wall» protection // Technological Advancements in Construction. 2022, vol. 180, pp. 313 — 323. DOI: 10.1007/978-3-030-83917-8_29. ГИАБ

REFERENCES

1. Liu W., Zhang Z., Chen J., Fan J., Jiang D., Jjk D., Li Y. Physical simulation of construction and control of two butted-well horizontal cavern energy storage using large molded rock salt specimens. *Energy*. 2019, vol. 185, pp. 682 — 694. DOI: 10.1016/j.energy.2019.07.014.

2. Gasumov R., Gasumov E., Minchenko Y. Features of the underground storages construction in depleted oil and gas condensate fields. *Journal of Mining Institute*. 2020, vol. 244, pp. 418 — 427. [In Russ]. DOI: 10.31897/pmi.2020.4.4.

3. Bérest P., Brouard B., Djakeun-Djizanne H., Hévin G. Thermomechanical effects of a rapid depressurization in a gas cavern. *Acta Geotechnica*. 2014, vol. 9, no. 1, pp. 181 — 186. DOI: 10.1007/s11440-013-0233-8.

4. Kuranov A. D., Bagautdinov I. I., Kotikov D. A., Zuev B. Yu. Integrated approach to safety pillar stability in slice mining in the Yakovlevo deposit. *Gornyi Zhurnal*. 2020, no. 1, pp. 115. [In Russ]. DOI: 10.17580/gzh.2020.01.23.

5. Yang C., Wang T., Li J., Ma H., Shi X., Daemen J. J. K. Feasibility analysis of using closely spaced caverns in bedded rock salt for underground gas storage: a case study. *Environmental Earth Sciences*. 2016, vol. 75, no. 15, pp. 1 — 15. DOI: 10.1007/s12665-016-5944-3.

6. Rybak Ya., Khayrutdinov M. M., Kuziev D. A., Kongar-Syuryun Ch. B., Babyr' N. V.Prediction of the geomechanical state of the rock mass when mining salt deposits with stowing. *Journal of Mining Institute*. 2022, vol. 253, pp. 61 — 70. [In Russ]. DOI: 10.31897/ PMI.2022.2.

7. Senseny P. E., Hansen F. D., Russell J. E., Carter N. L., Handin J. W. Mechanical behaviour of rock salt: phenomenology and micromechanisms. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. 1992, vol. 29, no. 4, pp. 363 — 378. DOI: 10.1016/0148-9062(92)90513-Y.

8. Sriapai T., Walsri C., Fuenkajorn K. True-triaxial compressive strength of Maha Sarakham salt. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2013, vol. 61, pp. 256 — 265. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2013.03.010.

9. Cristescu N., Hunsche U. *Time effects in rock mechanics*. New York, Wiley, 1998, 350 p.

10. Alkan H., Cinar Y., Pusch G. Rock salt dilatancy boundary from combined acoustic emission and triaxial compression tests. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2007, vol. 44, no. 1, pp. 108 — 119. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2006.05.003.

11. Hunsche U. E. True triaxial failure tests on cubic rock salt samples. experimental methods and results. *Finite Inelastic Deformations — Theory and Applications*. Springer, Berlin, Heidelberg, 1992, pp. 525 — 536.

12. Van Sambeek L. L., Ratigan J. L., Hansen F. D. Dilatancy of rock salt in laboratory tests. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. 1993, vol. 30, no. 7, pp. 735 — 738. DOI: 10.1016/0148-9062(93)90015-6.

13. DeVries K. L., Mellegard K. D., Callahan G. D. S*alt damage criterion proof-of-concept research technical progress report for the reporting priod from October 1, 2000, through September 30*. Respec, Rapid City, South Dakota, US. 2002.

14. Hunsche U., Hampel A. Rock salt — the mechanical properties of the host rock material for a radioactive waste repository. *Engineering Geology*. 1999, vol. 52, no. 3-4, pp. 271 — 291. DOI: 10.1016/ S0013-7952(99)00011-3.

15. Protosenya A. G., Katerov A. M. Development of stress and strain state of combined support for a vertical shaft driven in salt massif. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 6-1, pp. 100 — 113. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_61_0_100.

16. Hunsche U., Schulze O. Das Kriechverhalten von Steinsalz. *Kali und Steinsalz*. 1994, vol. 11, no. 8/9, pp. 238 — 255.

17. Heusermann S., Rolfs O., Schmidt U. Nonlinear finite-element analysis of solution mined storage caverns in rock salt using the LUBBY2 constitutive model. *Computers & Structures*. 2003, vol. 81, no. 8 — 11, pp. 629 — 638. DOI: 10.1016/ S0045-7949(02)00415-7.

18. Weidinger P., Hampel A., Blum W., Hunsche U. Creep behaviour of natural rock salt and its description with the composite model. *Materials Science and Engineering: A*. 1997, vol. 234 — 236, pp. 646 — 648. DOI: 10.1016/ S0921-5093(97)00316-X.

19. Sedláček R., Blum W. Microstructure-based constitutive law of plastic deformation. *Computational Materials Science*. 2002, vol. 25, no. 1 — 2, pp. 200 — 206. DOI: 10.1016/ S0927-0256(02)00264-1.

20. Munson D. E. Constitutive model of creep in rock salt applied to underground room closure. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 1997, vol. 34, no. 2, pp. 233 — 247. DOI: 10.1016/ S0148-9062(96)00047-2.

21. Aubertin M., Gill D. E., Ladanyi B. An internal variable model for the creep of rocksalt. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 1991, vol. 24, no. 2, pp. 81 — 97. DOI: 10.1007/ BF01032500.

22. Aubertin M., Julien M. R., Servant S., Gill D. E. A rate-dependent model for the ductile behavior of salt rocks. *Canadian Geotechnical Journal*. 1999, vol. 36, no. 4, pp. 660 — 674. DOI: 10.1139/t99-033.

23. Yahya O. M. L., Aubertin M., Julien M. R. A unified representation of the plasticity, creep and relaxation behavior of rocksalt. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2000, vol. 37, no. 5, pp. 787 — 800. DOI: 10.1016/ S1365-1609(00)00016-2.

24. Sun F., Meade E. D., O'Dowd N. P. Microscale modelling of the deformation of a martensitic steel using the Voronoi tessellation method. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2018, vol. 113, pp. 35 — 55. DOI: 10.1016/j.jmps.2018.01.009.

25. Sun F., Meade E. D., O'Dowd N. P. Strain gradient crystal plasticity modelling of size effects in a hierarchical martensitic steel using the Voronoi tessellation method. *International Journal of Plasticity*. 2019, vol. 119, pp. 215 — 229. DOI: 10.1016/j.ijplas.2019.03.009.

26. Brückner-Foit A., Huang X. Numerical simulation of micro-crack initiation of martensitic steel under fatigue loading. *International Journal of Fatigue*. 2006, vol. 28, no. 9, pp. 963 — 971. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2005.08.011.

27. Müller C., Frühwirt T., Haase D., Schlegel R., Konietzky H. Modeling deformation and damage of rock salt using the discrete element method. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2018, vol. 103, pp. 230 — 241. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2018.01.022.

28. Li H., Yang C., Ma H., Shi X., Zhang H., Dong Z. A 3D grain-based creep model (3D-GBCM) for simulating long-term mechanical characteristic of rock salt. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2020, vol. 185, article 106672. DOI: 10.1016/j.petrol.2019.106672.

29. Liang K., Xie L., He B., Zhao P., Zhang Y. Effects of grain size distributions on the macro-mechanical behavior of rock salt using micro-based multiscale methods. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2021, vol. 138, article 104592. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104592.

30. Protosenya A., Vilner M. Assessment of excavation intersections' stability in jointed rock masses using the discontinuum approach. *Rudarsko-Geološko-Naftni Zbornik*. 2022, vol. 37, no. 2, pp. 137 — 147. DOI: 10.17794/rgn.2022.2.12.

31. Sinegubov V. Yu., Popov M. G., Vil'ner M. A., Sotnikov R. O. Influence of stoping on formation of damaged rock zones at boundaries of large cross-section excavations in apatite–nepheline mining. *Gornyi Zhurnal*. 2021, no. 8, pp. 26 — 30. [In Russ]. DOI: 10.17580/gzh.2021.08.04.

32. Cristescu N. D. Viscoplasticity of geomaterials. *Visco-Plastic Behaviour of Geomaterials*. International Centre for Mechanical Sciences, 1994, vol. 350. Springer, Vienna. DOI: 10.1007/978-3-7091-2710-0_3.

33. Günther R.-M., Salzer K., Popp T., Lüdeling C. Steady-state creep of rock salt: Improved approaches for lab determination and modelling. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2015, vol. 48, no. 6, pp. 2603 — 2613. DOI: 10.1007/s00603-015-0839-2.

34. Minkley W., Mühlbauer J. Constitutive models to describe the mechanical behavior of salt rocks and the imbedded weakness planes. *The Mechanical Behavior of Salt — Understanding of THMC Processes in Salt*. CRC Press, 2017, pp. 119 — 127.

35. Belyakov N. A., Belikov A. A. Prediction of the integrity of the water-protective stratum at the Verkhnekamskoye potash ore deposit. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 6-2, pp. 33 — 46. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_62_0_33.

36. Desai C. S., Varadarajan A. A constitutive model for quasi-static behavior of rock salt. *Journal of Geophysical Research*. 1987, vol. 92, no. B11, pp. 11445 — 11456. DOI: 10.1029/JB092iB11p11445.

37. Desai C. S., Zhang D. Viscoplastic model for geologic materials with generalized flow rule. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 1987, vol. 11, no. 6, pp. 603 — 620. DOI: 10.1002/nag.1610110606.

38. Desai C. S., Salami M. R. A constitutive model and associated testing for soft rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. 1987, vol. 24, no. 5, pp. 299 — 307. DOI: 10.1016/0148-9062(87)90866-7.

39. Konstantinova S. A., Aptukov V. N. *Nekotorye zadachi mekhaniki deformirovaniya i razrusheniya solyanykh porod* [Some problems of deformation and fracture mechanics of salt rocks], Novosibirsk, Nauka, 2013, 191 p.

40. Belyakov N., Smirnova O., Alekseev A., Tan H. Numerical simulation of the mechanical behavior of fiber-reinforced cement composites subjected dynamic loading. *Applied Sciences*. 2021, vol. 11, no. 3, article 1112. DOI: 10.3390/app11031112.

41. Urai J. L., Spiers C. J. The effect of grain boundary water on deformation mechanisms and rheology of rocksalt during long-term deformation. *The Mechanical Behavior of Salt — Understanding of THMC Processes in Salt*. CRC Press, 2017, pp. 149—158. DOI: 10.1201/9781315106502-17.

42. Quey R., Dawson P. R., Barbe F. Large-scale 3D random polycrystals for the finite element method: Generation, meshing and remeshing. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2011, vol. 200, no. 17—20, pp. 1729—1745. DOI: 10.1016/j.cma.2011.01.002.

43. Kashnikov Yu. A., Ermashov A. O., Efimov A. A. Geological and geomechanical model of the Verkhnekamsk potash deposit site. *Journal of Mining Institute*. 2019, vol. 237, pp. 259—267. [In Russ]. DOI: 10.31897/pmi.2019.3.259.

44. Karasev M. A., Buslova M. A., Vil'ner M. A., Nguen T. T. Method for predicting the stress-strain state of the vertical shaft lining at the drift landing section in saliferous rocks. *Journal of Mining Institute*. 2019, vol. 240, pp. 628—637. [In Russ]. DOI: 10.31897/pmi.2019.6.628.

45. Komolov V., Belikov A., Demenkov P. Research on load-bearing constructions behavior during pit excavation under «Slurry Wall» protection. *Technological Advancements in Construction*. 2022, vol. 180, pp. 313—323. DOI: 10.1007/978-3-030-83917-8_29.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Карасев Максим Анатольевич[1] — д-р техн. наук,
доцент, e-mail: karasevma@gmail.com,
ORCID ID: 0000-0001-8939-0807,
Петрушин Владислав Владимирович[1] — аспирант,
e-mail: vlad.petrushin.93@mail.ru,
ORCID ID: 0000-0001-7743-864X,
Рысин Александр Игоревич — зав. лабораторией,
ООО «ЕвроХим-Проект»,
e-mail: aleksandr.rysin@ptlab.eurochem.ru,
[1] Санкт-Петербургский горный университет.
Для контактов: Петрушин В.В., e-mail: vlad.petrushin.93@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

M.A. Karasev[1], Dr. Sci. (Eng.),
Assistant Professor,
e-mail: karasevma@gmail.com,
ORCID ID: 0000-0001-8939-0807,
V.V. Petrushin[1], Graduate Student,
e-mail: vlad.petrushin.93@mail.ru,
ORCID ID: 0000-0001-7743-864X,
A.I. Rysin, Head of Laboratory,
«EuroChem-Project» Ltd,
Saint-Petersburg, 199106, Russia,
[1] Saint-Petersburg Mining University,
199106, Saint-Petersburg, Russia.
Corresponding author: V.V. Petrushin, e-mail: vlad.petrushin.93@mail.ru.

Получена редакцией 13.11.2022; получена после рецензии 18.01.2023; принята к печати 10.03.2023.
Received by the editors 13.11.2022; received after the review 18.01.2023; accepted for printing 10.03.2023.