УДК 622.5:621.928.46

DOI: 10.25018/0236_1493_2023_121_0_5

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЕЧНЫХ СКОРОСТЕЙ ОСАЖДЕНИЯ В ЖИДКОСТЯХ ЧАСТИЦ ГОРНОЙ ПОРОДЫ УДЛИНЕННОЙ ФОРМЫ

А.И. Афанасьев¹, В.Я. Потапов¹, С.А. Упоров¹, В.В. Потапов¹

¹ Уральский государственный горный университет, г. Екатеринбург, Россия

Аннотация: Мокрые гравитационные процессы разделения руд характеризуются большей, по сравнению с сухими способами обогащения, экологичностью. Они позволяют разделять горные породы с учетом крупности, плотности и формы зерен. Практика обогащения показала, что зерна большинства руд после дробления и измельчения существенно отличаются по форме друг от друга. Практически все теоретические основы гравитационного разделения разработаны для частиц шарообразной формы и в приложении к цилиндрическим формам требуют уточнения и соответствующих поправок. В статье приводится анализ существующих методов определения скорости падения частиц в жидкости. Представлена методика определения установившейся скорости движения цилиндрических частиц удлиненной формы, учитывающая положение частицы. В результате исследований установлено, что для частиц цилиндрической формы площадь Миделева сечения изменяется в зависимости от её положения при падении случайным образом от площади круга до прямоугольника. Изложены результаты экспериментов по определению установившейся скорости движения цилиндрических частиц удлиненной формы в воде в зависимости от отношения длины частицы к диаметру. Приведены графики зависимости скорости падения в воде частиц плотностью 1,27 г/см3 от отношения их длины к диаметру. Найдена статистическая зависимость скорости падения частиц в воде от отношения их длины к диаметру. Обоснована необходимость разработки имитационной модели процесса, учитывающей случайный характер размеров частиц: длины, диаметра, а также угла между продольной осью симметрии частицы и вектором скорости частицы «а». При разработке модели учитывался вид законов распределения случайных величин: длины и диаметра частиц (закон Вейбулла), а также угла «α» (нормальный закон распределения).

Ключевые слова: скорость падения частиц в жидкости, число Рейнольдса, диаметр и длина частицы, Миделево сечение, коэффициент сопротивления среды.

Для цитирования: Афанасьев А.И., Потапов В.Я., Упоров С.А., Потапов В.В. Исследование конечных скоростей осаждения в жидкостях частиц горной породы удлиненной формы // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2023. — № 12-1. — С. 5—16. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_121_0_5.

Features of calculation arch support with a splitting investigation of the final deposition rates in liquids of elongated rock particles

> A.I. Afanas'ev, V. Ya. Potapov, S.A. Uporov, V.V. Potapov ¹ Ural State Mining University, Yekaterinburg, Russia

Abstract: Wet gravity processes of ore separation are characterized by greater environmental friendliness compared to dry methods of enrichment. They allow you to separate rocks taking into account the size, density and shape of the grains. The practice of enrichment has shown that the grains of most ores after crushing and grinding differ significantly in shape from each other. Practically all the theoretical foundations of gravitational separation have been developed for spherical particles and, when applied to cylindrical forms, require clarification and appropriate corrections. The article provides an analysis of existing methods for determining the velocity of falling particles in a liquid. A method for determining the steady-state velocity of cylindrical particles of elongated shape taking into account the position of the particle is given. As a result of the research, it was found that for cylindrical particles, the area of the Mid-section varies depending on its position when falling randomly from the area of a circle to a rectangle. The results of experiments to determine the steady-state velocity of cylindrical particles of elongated shape in water, depending on the ratio of particle length to diameter, are presented. Graphs of the dependence of the velocity of falling particles with a density of 1.27 g/cm³ in water on the ratio of their length to diameter are given. The statistical dependence of the velocity of falling particles in water on the ratio of their length to diameter is found. The necessity of developing a simulation model of the process taking into account the random nature of particle sizes: length, diameter, as well as the angle between the longitudinal axis of symmetry of the particle and the velocity vector of the particle " α " is substantiated. Moreover, when developing a model, it is necessary to take into account the type of laws of distribution of random variables.

Key words: the velocity of falling particles in a liquid, the Reynolds number, the diameter and length of the particle, the mid-section, the coefficient of resistance of the medium.

For citation: Afanas'ev A. I., Potapov V. Ya., Uporov S. A., Potapov V. V. Features of calculation arch support with a splitting investigation of the final deposition rates in liquids of elongated rock particles. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2023;(12-1):5–16. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_121_0_5.

Введение

Объектом исследования является процесс падения частиц горной породы удлиненной формы в воде.

Цель исследования — определить закономерности движения частиц удлиненной формы в воде.

Методы исследований

В работе используются методы физического и математического моделирования, экспериментальные исследования, регрессионный анализ. Скорость падения частиц в воде определялась путем фиксирования при помощи скоростной камеры (1000 кадров/с) процесса, т.е. времени и перемещения.

Методология исследований. Общелогические методы (анализ и обобщение научно-технической и патентной информации, индукция, синтез и т. д.).

За последние годы всё шире применяются мокрые гравитационные процессы разделения руд. Эти процессы характеризуются большей, по сравнению с сухими способами обогащения, экологичностью. Они позволяют разделять горные породы с учетом крупности, плотности и формы зерен. Практика обогащения показала, что зерна большинства руд после дробления и измельчения (дезинтеграции) существенно отличаются по форме друг от друга. Однако практически все теоретические основы гравитационного разделения разработаны для частиц шарообразной формы и в приложении к цилиндрическим формам требуют уточнения и соответствующих поправок.

Основой теоретических и экспериментальных исследований мокрого гравитационного разделения в данной работе является изучение конечных скоростей свободного падения цилиндрических тел в жидкости. Знание закономерностей процесса падения этих частиц позволит обосновывать рациональные параметры машин, обеспечивающие повышение эффективности их работы за счет увеличения извлечения полезных компонентов и снижения потерь в хвостах.

Результаты исследований и их обсуждение

В жидкой среде в состоянии свободного падения цилиндрические частицы могут располагаться горизонтально, вертикально и наклонно к направлению падения, т. е. к образующим цилиндров.

Известны две формулы для определения конечных скоростей падения цилиндрических частиц — Лэмба и Антонычева — Нагирняка [1, 2]:

$$v_{0} = \frac{r^{2} \left(\delta - \rho_{M}\right) g}{8\mu} \left[1 - 2 \ln \left(\frac{1}{2} y k r\right) \right]; \quad (1)$$

$$v_0 = \frac{k(\delta - \rho_{se})g}{\mu} \left[rl - l^2 \ln \frac{l+r}{l} \right],$$
(2)

где v_0 — конечная скорость падения, м/ сек; k — коэффициент, определяемый опытным путём; $\rho_{\rm ж}$ — плотность воды, г/см³; $\rho_{\rm M}$ — плотность частицы, г/см³; μ — динамическая вязкость среды, Па·с; r — радиус цилиндра, м; l длина образующей цилиндра; м; y постоянная Маскерони, равная 1,78 см⁻¹.

Эти формулы предназначены для расчёта конечных скоростей падения частиц при числах Рейнольдса, не превышающих единицу, т. е. для ламинарного режима. Т. Г. Фоменко вывел общую формулу для определения конечных скоростей падения шарообразных частиц в воде:

$$v_o = 610, 8k \frac{d\delta\lambda}{\mu}; \qquad (3)$$

где *k* — коэффициент формы; λ толщина пограничного слоя, *см*.

Для использования этой формулы необходимо экспериментально определить величины k и λ . Эти переменные определены по конечным скоростям падения в воде частиц кварца в зависимости от их диаметра [1–3]. Для цилиндрических тел метод Т. Г. Фоменко применять затруднительно, так как экспериментальных данных по конечным скоростям падения цилиндрических тел в жидкости в известной литературе не найдено.

Формулы (1) и (2), как и формула Стокса для шарообразных частиц, учитывают только вязкостное сопротивление среды, и поэтому они могут быть использованы для расчёта скоростей падения частиц диаметром 100 мкм и меньше.

Для турбулентного режима движения частиц (R_e > 2000) скорость падения определяется по закону Ньютона — Рихмана:

$$V_{0} = 1,63\sqrt{\frac{d(\rho_{\rm M} - \rho_{\rm m})g}{\rho_{\rm m}}}$$
, (4)

где *d* — эквивалентный диаметр частицы, м.

П.В. Лященко [4–7] предложил определять установившуюся скорость падения частиц с использованием диа-граммы Релея [$Re^2\psi = f(Re)$]. Для этого необходимо предварительно определить коэффициент сопротивления движению, зависящий от формы, размеров и плотности зёрен:

$$Re^{2}\psi = \frac{\pi d^{3}}{6}(\rho_{\rm M} - \rho_{\rm m})g\frac{\rho_{\rm m}}{\mu^{2}},$$
 (5)

где ψ — коэффициент сопротивления, зависящий от формы зёрен.

На основе экспериментальных данных П.В. Лященко построена диаграмма (Релея), устанавливающая зависимость между *Re* и *Re*² ψ .

Коэффициент сопротивления среды для шара находился из уравнения [8–10]

$$\Psi = \frac{P}{d^2 v^2 \Delta},\tag{6}$$

где Р — сила тяжести частицы, Н.

При замене площади Миделевого

сечения шара $\frac{\pi d^2}{4}$ в формуле (6)

на площадь миделевого сечения цилиндра *d l* можно получить коэффициент сопротивления среды для цилиндрических тел:

$$\psi_u = \frac{P}{dlv^2\Delta}.$$
 (7)

Однако площадь Миделева сечения удлиненной частицы зависит от её ориентации при падении. Поэтому формула (7) не может быть использована для построения диаграммы

$$[Re^2\psi = f(Re)].$$

Этот коэффициент можно определить из равенства движущих сил и сил сопротивлений при равномерном движении частицы в жидкости [11 — 14]:

$$V(\rho_{\scriptscriptstyle \rm M} - \rho_{\scriptscriptstyle \rm B})g = F_{\scriptscriptstyle \rm M} \cdot V_0^2 \cdot \rho_{\scriptscriptstyle \rm B} \cdot \Psi$$
, (8)

где V — объем частицы, м³; *F*_м — площадь Миделева сечения частицы, м².

После определения $R_e{}^2\psi$ скорость падения находится по формуле

$$V_0 = \frac{\mu \cdot Re}{d \cdot \rho_{\pi}} \,. \tag{9}$$

Однако формулы (3)—(9) справедливы для частиц шаровидной формы.

В результате наших исследований установлено, что для частиц цилиндрической формы площадь Миделева сечения изменяется в зависимости от её положения при падении случайным образом от круга ($\pi d^2/4$) до прямоугольника (dl). На рис. 1 изображено положение цилиндрической частицы при падении [15—18].

Поэтому уравнение равновесия при движении цилиндрической частицы, согласно закону Ньютона, имеет вид

$$\frac{\pi d^2}{4} \cdot l(\rho_{\scriptscriptstyle M} - \rho_{\scriptscriptstyle B})g = F_{\scriptscriptstyle M} \cdot V_0^2 \cdot \rho_{\scriptscriptstyle B} \cdot \Psi . \quad (10)$$

Учитывая, что l/d n, уравнение 10 можно записать в виде

$$F_{0} \cdot d \cdot n \left(\rho_{\scriptscriptstyle \mathrm{M}} - \rho_{\scriptscriptstyle \mathrm{B}} \right) g = F_{\scriptscriptstyle \mathrm{M}} \cdot V_{0}^{2} \cdot \rho_{\scriptscriptstyle \mathrm{B}} \cdot \Psi \,. \tag{11}$$



Рис. 1. Положение цилиндрической частицы при падении от угла наклона Fig. 1. The position of the cylindrical particle in the fall from angle of inclination

Учитывая, что $\frac{l}{d} = n$, из уравнения

(11) можно получить скорость падения частицы

$$V_{0} = \sqrt{\frac{\rho_{\rm m} - \rho_{\rm m}}{\rho_{\rm m}} \cdot \frac{g}{\Psi} \cdot d \cdot n \cdot \frac{F_{0}}{F_{\rm m}}}, \quad (12)$$

где *d* — диаметр частицы, м; р_м — плотность материала, кг/м³; р_ж — плотность жидкости, кг/м³.

Зависимость отношения площадей Миделевых сечений от отношения l/d = n, изменяющихся в диапазоне от n = 1 до n = 10, имеет следующий вид [19-22]:

$$\frac{F_0}{F_{M}} = \frac{\pi}{\pi \cos \alpha + 4n \sin \alpha}, \qquad (13)$$

где $F_{0}=rac{\pi d^{2}}{4};$ $F_{_{\mathrm{M}}}=d^{2}\cdot n\;;\; lpha$ — угол

между горизонтальной осью X и продольной осью симметрии частицы (см. рис. 1)

Уравнения (10) и (11) показывают, что скорости падения цилиндрической частицы зависят от нескольких частных величин: диаметра частиц -d; длины частицы $-l=d\cdot n$; площади Миделева сечения $-F_{\rm M}$.

Максимальной скорость падения частицы будет тогда, когда площадь Миделева сечения будет равна площади круга $F_{\rm M} = F_0$. В этом случае частица падает вертикально вниз, а образующая цилиндра параллельна вертикали. При этом длина частицы будет максимальной.

Минимальной скорость падения частицы будет если образующая цилиндра перпендикулярна векторной скорости, при этом $F_{\rm M} = d^2 \cdot n$. При расчетах « α » — угол между горизонтальной осью X и продольной осью симметрии частицы принимался равным 0 и $\pi/2$.

Для проверки адекватности уравнения (10) реальному процессу нами были проведены эксперименты по определению скорости падения в жидкости цилиндрических тел с различной плотностью. Плотность материала изменялась в пределах $\rho_{\rm M} = 1, 2...4 \ {\rm r/cm}^3$, что соответствовало плотности абсолютного большинства горных пород. Жидкость — вода с динамической вязкостью $\mu = 0,001$ Па·с. Размеры частиц: диаметр d = 2, 0...4, 5 мм, отношение длины

частицы к диаметру $n = \frac{l}{d} = 1...10$.

Эксперименты проводились при температуре жидкости +20°С. Опыты повторялись не менее 10 раз. Одновременно осаждались 10...20 частиц.

В табл. 1 приведены результаты экспериментов по определению скорости осаждения частиц в воде, а также расчетные по формулам (4) и (12). Расчет скорости падения частиц (формула (4)) производится по эквивалентному диаметру [5], который находился из формулы

$$d_{\mathfrak{H}} = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} = d\sqrt[3]{1,5n}$$
. (14)

В восьмом столбце табл. 1 приведены диапазоны расчетных скоростей падения частиц: максимальная скорость при $\alpha = 0$, минимальная при $\alpha = \pi/2$.

В знаменателе относительное расхождение в %.

На рис. 2 приведены графики зависимости скорости падения частиц плотностью 2,7 г/см³ в воде от отношения их длины к диаметру.

Для измерения скорости падения частиц в воде использовалась прозрачная (стеклянная) труба диаметром 70 мм и длиной 600 мм (на трубу была нанесена разметка через 10 мм),

Таблица 1 Скорость падения в воде частиц различной формы The rate of falling of particles of various shapes in water

Nº	Размеры частицы, мм		Сред- няя ско- рость	Коэф- фициент вариа- ции, %	Эквива- лентный диаметр, мм	Расчетные скорос- ти, см/с, по фор- мулам		Мате- риал	Плотно- сть части- цы
	d	l/d	паде- ния, см/с		d₃	4	12		ρ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4,5	1	13,8	6,4	5,15	19,0/38	10,9/21	Резина	1,27
		2,1	14,8	10,6	6,6	21,6/46	15,5–10,5		
		5	15,5	17	8,8	25/61	24,5–15,7		
		10	16,7	22	11,1	28,0/67	34,3–20,1		
2	2,5	1	25	14,6	3,0	36/44	20,2/44	Алюми-	2,7
		2	29	16	3,6	40/38	28–19,1	ний	
		5	30	17	4,9	46,5/55	45,3–25,2		
		10	37,5	23	6,2	52,2/39	64,2–37,5		
3	4,5	1	32	13	5,1	47/40	27,5/14		
		2,5	44	12	7,0	54/24	43,4–24,4		
		5	52	20	12,3	63/21	61,3-46,9		
		10	67	15	17,4	72/8	86,5-24,5		
4	+2	1–1,5	40,5	15,6	3,8	52,5/30	52,4–35,7	Халько-	3,8
	-3					*		пирит	



Отношение длины частицы к диаметру

Рис. 2. Зависимости скорости падения частиц в воде от отношения l/d: 1 — d = 2,5 мм; 2 — d = 4,5 мм

Fig. 2. Dependences of the velocity of falling particles in water on the l/d ratio: 1 - d = 2,5 mm; 2 - d = 4,5 mm

а также камера SAMSUNG с частотой кадров 30, 240, 480 и 1000 в секунду и фиксацией времени через 0,01 с.

С целью уменьшения времени разгона до постоянной скорости движения в воде частицы сбрасывались с определенной высоты. Эта высота обеспечивала разгон частицы и, после входа её в воду, на относительно небольшом участке, разгон (или торможение) до установившейся скорости. Видеосъемка осуществлялась со скоростью 480 кадров в секунду, а расшифровка записи — при 30 кадрах в секунду. Таким образом, было обеспечено точное фиксирование момента прохождения частиц отметок на стеклянной трубе.

Скорость падения частиц в воде определялась в следующем порядке:

1) по формуле (12) рассчитывалась возможная установившаяся скорость (V_в, см/с) падения частицы в воде;

2) по данной скорости ($V_{\rm B}$) определялась высота (H, см) сбрасывания частиц, т.е. расстояние до зеркала воды ($H = (V_{\rm B}^2/2g), g -$ ускорение свободного падения, см/с, $V_{\rm B}$, см/с);

 3) одновременно со сбросом частиц включалась камера SAMSUNG и производилась видеосъемка нижней части (S = 20 см) прозрачной трубы, а также при помощи камеры фиксировалось время (*t_o,c*) прохождения частицей (или серединой «облака» частиц) этого расстояния;

4) средняя скорость (V_i) установившегося движения частиц в единичном опыте определялась по известной формуле ($V_i = S/t_o$), а затем определялась средняя по нескольким (n) опытам скорость ($V_{cp} = \Sigma V_i / n$);

5) после определения средней скорости падения частиц в воде (по общеизвестной формуле) находился коэффициент вариации скорости.

Статистическая зависимость скорости падения частиц в воде от отношения их длины к диаметру имеет вид:

Ряд 1: V₀ = 1,25(*l/d*) + 24,7; (15)

Ряд 2: V₀ = 3,23(*l/d*) + 35,2. (16)

Корреляционные отношения, равные, соответственно, $R^2 = 0,94$ и $R^2 = 0,98$ [7], свидетельствуют о наличии существенной зависимости скорости падения частиц в воде от отношения их длины к диаметру.

На рис. 3 приведены графики зависимости скорости падения в воде частиц плотностью 1,27 г/см³ от отношения их длины к диаметру.

Статистическая зависимость скорости падения частиц в воде от отношения их длины к диаметру имеет вид

$$V_0 = 0,29(l/d) + 13,9.$$
 (17)



Рис. 3. Зависимости скорости падения частиц в воде от отношения l/d: d = 4,5 мм Fig. 3. Dependences of the velocity of falling particles in water on the ratio l/d: d = 4.5 mm

Корреляционное отношение $R^2 = 0,94$ также свидетельствует о наличии существенной линейной связи скорости падения частиц в воде и отношения их длины к диаметру.

Рис. 2 и 3 подтверждают адекватность формулы (9) реальному процессу. Увеличение разности плотностей частиц практически в 6 раз приводит к увеличению скорости падения в (6)^{0,5} раз.

Выводы

1. Для частиц, у которых отношение размеров по трем осям близко к 1 (шар, куб, цилиндр) расхождение экспериментальных значений скорости их падения в воде и расчетных по формуле (4) составляет 30-44%. Это можно объяснить тем, что объем

цилиндра высотой $d\left(V\!=\!rac{\pi d^2}{4}\!\cdot\!d
ight)$

больше объема шара $\left(V = \frac{\pi d^3}{6}\right)$

в 6/4 раз, а отношение площади Миделевого сечения шара и цилиндра при различных положениях частицы (α = = 0...π/2) находится в пределах (1...0,8).

2. Для относительно длинных зерен ($\frac{l}{J} = 10$ и более) экспериментально

определенные скорости падения частиц в воде отличаются от расчетных по формуле (3) на 31–67%. Это свидетельствует о том, что формула (3) имеет ограниченную применимость.

3. Расчеты показывают, что для относительно длинных зёрен l/d ($\frac{l}{d} = 10$ и более) диапазон скоростей

падения, определенный по формуле (12), включает скорости, определенные экспериментально. Это свидетельствует о том, что данная формула может обеспечить необходимую точность расчета скоростей движения частиц, при условии использования имитационной модели процесса, учитывающей случайный характер их длины, диаметра и угла α. Причем при разработке модели необходимо учитывать вид законов распределения случайных величин.

4. Коэффициент вариации скорости падения частиц в воде увеличивается с увеличением отношения длины к диаметру. Это можно объяснить тем, что увеличение *l/d* приводит к большему влиянию положения частицы относительно вертикали, т.е. на процесс падения все большее влияние оказывает угол α.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Меринов Н.Ф.* Закономерности движения минеральных зерен в гравитационном поле // Обогащение руд. — 2006. — № 4. — С. 24–29.

2. Пеньков П. М., Морозов Ю. П., Прокопьев С. А. Влияние вязкостного сопротивления на конечные скорости стесненного движения частиц // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 11–1. — С. 119—126. DOI: 10.25018/0236149320221110119.

3. Филиппов В. Е., Лебедев И. Ф., Еремеева Н. Г., Гаврильев Д. М. Экспериментальные исследования характера поведения минеральных частиц в гидроаэродинамической среде // Отв. ред. А. И. Матвеев. — Новосибирск: Академическое изд-во "Гео", 2013. — 85 с. 4. *Тарасов В. К., Волгина Л. В.* Определение гидравлической крупности частиц, форма которых отличается от шарообразной // Вестник МГСУ. — 2011. — № 8. — С. 111–115.

5. Матвеев И. А., Матвеев А. И., Григорьев Ю. М., Еремеева Н. Г. Экспериментальное и теоретическое изучение движения частиц в водном потоке // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2018. — № 11. — С. 171–177. DOI: 10.25018/02 361493–2018–11–0–171–177.

6. Леонов Р. Е., Сосновская Д. В. S-модель осветления руды в сгустителе // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 11–1. — С. 190—198. DOI: 10.25018/0236149320221110190.

7. Леонов Р. Е., Сосновская Д. В. Осаждение частиц руды в пульпе // Уральская горная школа — регионам: Материалы Междунар. науч.-практ. конф. (Екатеринбург, 4 — 13 апреля 2022 г.). — Екатеринбург: УГГУ. — 2022. — С. 445–446.

8. Старостин А. Г., Федотова О. А., Кобелева А. Р. Очистка сточных вод от мелкодисперсных частиц на гидроциклоне // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Химическая технология и биотехнология. — 2020. — № 1. — С. 99–112. DOI: 10.15593/2224–9400/2020.1.08.

9. *Ozan Kökkılıç, Ray Langlois, Kristian E. Waters*. A design of experiments investigation into dry separation using a Knelson Concentrator // Minerals Engineering. 2015, vol. 72, pp. 73–86. DOI: 10.1016/j.mineng.2014.09.025.

10. *Meng Zhou*, *Ozan Kökkılıç*, *Raymond Langlois*, *Kristian E. Waters*. Size-by-size analysis of dry gravity separation using a 3-in. Knelson Concentrator // Minerals Engineering. 2016, vol. 91, pp. 42–54. DOI: 10.1016/j.mineng.2015.10.022.

11. *Ghaffari A., Farzanegan A.* An investigation on laboratory Knelson Concentrator separation performance: Part 1: Retained mass modelling // Minerals Engineering. 2017, vol. 112, pp. 57–67. DOI: 10.1016/j.mineng.2017.07.006.

12. *Fatahi M. R., Farzanegan A.* DEM simulation of laboratory Knelson concentrator to study the effects of feed properties and operating parameters // Advanced Powder Technology. 2017, vol. 28, pp. 1443–1458. DOI: 10.1016/j.apt.2017.03.011.

13. *Divyamaan W., Prashant G., VedPrakash M.* Chapter 7 Liquid–Solid Processes. In: Multiphase Flows for Process Industries // Fundamentals and Applications. 2022, vol. 2, pp. 359–475. DOI: 10.1002/9783527812066.

14. Потапов В. Я., Макаров В. Н., Анохин П. М., Потапов В. В., Костюк П. А. Степаненков Д. Д. Изучение аэродинамических характеристик частиц, обладающих парусностью, с целью создания пневмотранспортных систем // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). — 2017. — № 5. — С. 139–144.

15. *Морозов Ю. П., Пеньков П. М., Дмитриев В. Т.* Исследование способа повышения технологических показателей центробежной сепарации с пневматической турбулизацией // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. — 2020. — № 4. — С. 62–69. DOI: 10.21440/0536–1028–2020–4-62–69.

16. Интогарова Т. И., Валиева О. С., Морозов Ю. П., Тропников Д. Л. Совершенствование процесса флотации на основе обогащения пенных продуктов в сужающихся желобах // Горный журнал. — 2019. — № 2. — С. 48–51. DOI: 10.17580/gzh.2019.02.09.

17. Прокопьев С.А, Пелевин А.Е., Морозов Ю.П. Особенности массопереноса на винтовых аппаратах // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. – 2018. – № 7. – С. 67–74. [In English]. DOI: 10.21440/0536–1028–2018–7-67–74.

18. Косарев Н. П., Макаров В. Н., Угольников А. В., Макаров Н. В., Дылдин Г. П. Шахтная аэрология пылевых аэрозолей в условиях гидровихревой коагуляции // Изве-

стия Уральского государственного горного университета. — 2020. — № 4 (60). — С. 155–165. DOI: 10.21440/2307–2091–2020–4-155–165.

19. Ji Li, Kuang Shibo, Yu Aibing. Numerical investigation of hydrocyclone feed inlet configurations for mitigating particle misplacement // Industrial and Engineering Chemistry Research. 2019, vol. 58, no. 36, pp. 16823–16833. DOI: 10.1021/ACS.IECR.9B01203.

20. Anjos R. P., Andrade Medrono R. D., Suiden Klein T. Evaluation of turbulence models for single-phase cfd calculations of a liquid-liquid hydrocyclone using openfoam // Turbulence log. 2021, vol. 22, no. 2, pp. 79–113. DOI: 10.1080/14685248.2020.1846050.

21. Geldenhuys S., Thiago Souza T., Filho L. L., Deglon D. Process evaluation of an iron ore operation using the floatability component model // Minerals. 2021, vol. 11, no. 6, p. 589. DOI: 10.3390/min11060589.

22. Yang Y., Ge L., He Y., Xie W., Ge Z. Mechanism and fine coal beneficiation of a pulsating airflow classifier // Int J Coal Prep Util. 2019, vol. 39(1), pp. 20–32. https://doi. org/10.10 80/19392699.2017.1288622.7.

REFERENCES

1. Merinov N. F. Patterns of movement of mineral grains in a gravitational field. *Enrichment of ores*. 2006, no. 4, pp. 24–29. [In Russ].

2. Penkov P. M., Morozov Yu. P., Prokopyev S. A. Influence of viscosity resistance on the final velocles of stressed motion of particles. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 11–1, pp. 119– 126. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236149320221110119.

3. Filippov V. E., Lebedev I. F., Eremeeva N. G., Gavriliev D. M. Experimental studies of the behavior of mineral particles in hydroaerodynamic environment. Ed. A. I. Matveev, Novosibirsk, Academic Publishing House "Geo", 2013, 85 p.

4. Tarasov V. K., Volgina L. V. Definition of hydraulic size solid particle non spherical form. *Bulletin MSUCE*. 2011, no. 8. pp. 111–115. [In Russ].

5. Matveev I. A., Matveev A. I., Grigoriev Yu. M., Eremeeva N. G. Experimental and theoretical study of the movement of particles in a water stream. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2018, no. 11, pp. 171–177. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236-1493-2018-11-0-171-177.

6. Leonov R. E., Sosnovskaya D. V. S-model of ore purification in a thickener. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 11-1, pp. 190-198. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236-1493-2022-111-0-190.

7. Leonov R. E., Sosnovskaya D. V. Sedimentation of ore particles in the pulp. *Materials of the International Scientific and Practical Conference*, *Yekaterinburg, April, 4 – 13*, URSMU. 2022, pp. 445–446. [In Russ].

8. Starostin A. G., Fedotova O. A., Kobeleva A. R. Wastewater treatment from fine particles on a hydrocyclone. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatelskogo politekhnicheskogo universiteta*. 2020, no 1, pp. 99–112. [In Russ]. DOI: 10.15593/2224-9400/2020.1.08.

9. Ozan Kökkılıç, Ray Langlois, Kristian E. Waters. A design of experiments investigation into dry separation using a Knelson Concentrator. *Minerals Engineering*. 2015, vol. 72, pp. 73–86. DOI: 10.1016/j.mineng.2014.09.025.

10. Meng Zhou, Ozan Kökkılıç, Raymond Langlois, Kristian E. Waters. Size-by-size analysis of dry gravity separation using a 3-in. Knelson Concentrator. *Minerals Engineering*. 2016, vol. 91, pp. 42–54. DOI: 10.1016/j.mineng.2015.10.022.

11. Ghaffari A., Farzanegan A. An investigation on laboratory Knelson Concentrator separation performance: Part 1: Retained mass modelling. *Minerals Engineering*. 2017, vol. 112, pp. 57–67. DOI: 10.1016/j.mineng.2017.07.006.

12. Fatahi M. R., Farzanegan A. DEM simulation of laboratory Knelson concentrator to study the effects of feed properties and operating parameters. *Advanced Powder Technology*. 2017, vol. 28, pp. 1443–1458. DOI: 10.1016/j.apt.2017.03.011.

13. Divyamaan W., Prashant G., VedPrakash M. Chapter 7. Liquid–Solid Processes. *Multiphase Flows for Process Industries. Fundamentals and Applications.* 2022, vol. 2, pp. 359–475. DOI: 10.1002/9783527812066.

14. Potapov V. Ya., Makarov V. N., Anokhin P. M., Potapov V. V., Kostyuk P. A. Stepanenkov D. D. Study of aerodynamic characteristics of particles with windage in order to create pneumatic transport systems. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2017. no. 5, pp. 136–144. [In Russ].

15. Morozov Yu. P., Pen'kov P. M., Dmitriev V. T. Investigation of a method for increasing the technological parameters of centrifugal separation with pneumatic turbulence. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii*. *Gornyi zhurnal*. 2020, no. 4, pp. 62–69. [In Russ]. DOI: 10.21440/0536–1028–2020–4-62–69.

16. Intogarova T. I., Valieva O. S., Morozov Yu. P., Tropnikov D. L. Improvement of the flotation process based on the enrichment of foam products in narrowing troughs. *Gornyi zhurnal*. 2019, no. 2, pp. 48–51. [In Russ]. DOI: 10.17580/gzh.2019.02.09.

17. Prokop'ev S.A., Pelevin A. E., Morozov Iu. P. Some features of mass transfer at spiral devices. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii*. *Gornyi zhurnal*. 2018, no. 7, pp. 67–74. DOI: 10.21440/0536–1028–2018–7-67–74.

18. Kosarev N. P., Makarov V. N., Ugol'nikov A. V., Makarov N. V., Dyldin G. P. Mine aerology of dust aerosols in conditions of hydro vortex coagulation. *Izvestiya Ural'skogo gosudarstvennogo gornogo universiteta*. 2020, no. 4 (60), pp. 155–165. [In Russ]. DOI: 10.21440/2307–2091–2020–4-155–165.

19. Ji Li, Kuang Shibo, Yu Aibing. Numerical investigation of hydrocyclone feed inlet configurations for mitigating particle misplacement. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 2019, vol. 58, no. 36, pp. 16823–16833. DOI: 10.1021/acs.iecr.9B01203.

20. Anjos R. P., Andrade Medrono R. D., Suiden Klein T. Evaluation of turbulence models for single-phase cfd calculations of a liquid-liquid hydrocyclone using open foam. *Turbulence log.* 2021, vol. 22, no. 2, pp. 79–113. DOI: 10.1080/14685248.2020.1846050.

21. Geldenhuys S., Thiago Souza T., Filho L. L., Deglon D. Process evaluation of an iron ore operation using the floatability component model. *Minerals*. 2021, vol. 11, no. 6, p. 589. DOI: 10.3390/min11060589.

22. Yang Y., Ge L., He Y., Xie W., Ge Z. Mechanism and fine coal beneficiation of a pulsating airflow classifier. *Int J Coal Prep Util.* 2019, vol. 39(1), pp. 20–32. https://doi. org/10.10 80/19392699.2017.1288622.7.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Афанасьев Анатолий Ильич*¹ — д-р техн. наук, профессор кафедры технической механики, http://orcid.org/0000-0002-7869-9208,

e-mail: anatoly.afanasiev1948@yandex.ru (автор для контактов);

Потапов Валентин Яковлевич¹ — д-р техн. наук, профессор кафедры горной механики, http://orcid.org/0009-0003-0305-5349,

e-mail: 2c1@inbox.ru;

Упоров Сергей Александрович¹ — канд. техн. наук, проректор по учебно-методическому комплексу, http://orcid.org/0009-0008-8897-1480,

e-mail: UporovSA@m.ursmu.ru;

Потапов Владимир Валентинович¹ — канд. техн. наук, доцент кафедры горного дела, http://orcid.org/0000-0003-4862-523X,

e-mail: actusprimo@gmail.com;

¹ Уральский государственный горный университет, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, Россия.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*Afanas'ev A. I.*¹, Dr. Sci. (Eng.), professor of the department of technical mechanics, http:// orcid.org/0000-0002-7869-9208 E-mail: anatoly.afanasiev1948@yandex.ru *Potapov V. Ya.*¹, Dr. Sci. (Eng.), professor of the department of mining mechanics, http:// orcid.org/0009-0003-0305-5349, E-mail: 2c1@inbox.ru *Uporov S. A.*¹, Cand. Sci. (Eng.), vice-rector for educational and methodological complex, http://orcid.org/0009-0008-8897-1480, E-mail: UporovSA@m.ursmu.ru,

*Potapov V.V.*¹, Cand. Sci. (Eng.), associate professor of the department of mining, http://orcid.org/0000-0003-4862-523X E-mail: actusprimo@gmail.com

¹ Ural State Mining University, Russia, 620144, Yekaterinburg city, Kuibyshev st. 30.

Получена редакцией 15.05.2023; получена после рецензии 09.11.2023; принята к печати 10.11.2023. Received by the editors 15.05.2023; received after the review 09.11.2023; accepted for printing 10.11.2023.

