ГИАБ. Горный информационно-аналитический бюллетень /
MIAB. Mining Informational and Analytical Bulletin, 2022;(11-2):63-72
ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ / ORIGINAL PAPER

УДК 550.8.01:550.371:550.372 DOI: 10.25018/0236_1493_2022_112_0_63

УНИФИЦИРОВАННАЯ ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ СОПРЯЖЕННЫХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ ЛОКАЛИЗОВАННЫМ ОБЪЕКТОМ

В.Б. Сурнев

Уральский государственный горный университет, Екатеринбург, Россия, e-mail: sournev@mail.ru

Аннотация: Теория рассеяния является основой методов теоретического изучения взаимодействия излучения различной физической природы (акустические, электромагнитные, упругие волны) и вещества. Раздел теории рассеяния, посвященный разработке методов решения прямой задачи рассеяния (ПЗР) – задачи взаимодействия волнового поля с неоднородностями гетерогенной среды, является основой методов математического моделирования в самых различных областях знаний: распространение акустических волн в океане и атмосфере (рассеяние на распределении солености, на скоплении разряженных и конденсированных облаках капель воды); распространение сейсмических волн в твердой земле (рассеяние на флуктуациях и дискретных включениях вещества); дефектоскопии инженерных конструкций (рассеяние волн на дефектах в твердых материалах); изучение отклика композиционных материалов на внешние воздействия. Раздел теории рассеяния, изучающий решение обратной задачи рассеяния (ОЗР) – задачи восстановления строения изучаемого объекта по рассеянному им волновому полю, является основой методов дистанционного изучения объектов, непосредственное изучение которых невозможно: медицинская и техническая томография; разведка и доразведка месторождений полезных ископаемых; неразрушающий контроль структуры строительных и иных конструкций и многое, многое другое. Большие приложения находит теория рассеяния в оптике и конечно в квантовой физике, где она впервые и появилась. В самом общем случае процесс рассеяния волнового поля изучаемым объектом, характерные размеры которого сравнимы или меньше длины падающего поля, может быть охарактеризован с энергетической точки зрения как процесс экстинкции: экстинкция = рассеяние + поглощение. Таким образом, часть энергии падающего на препятствие поля при взаимодействии с объектом рассеивается в пространстве, а часть поглощается материалом объекта. Поглощение энергии поля существенно в случае, когда длина волны первичного поля существенно меньше характерных размеров изучаемого объекта, то есть в случае высокочастотного поля. В случае, когда длина падающего поля сравнима или значительно больше характерного размера исследуемого объекта, процессы поглощения несущественны экстинкция сводится к чистому рассеянию. В данной статье математический формализм теории рассеяния для случая чистого рассеяния распространен на случай рассеяния сопряженного волнового поля уединенным рассеивающим объектом в полярной среде.

Ключевые слова: рассеяние, упругие волны, электромагнитные волны, пьезоэлектрические волны, магнитострикционные волны.

Для цитирования: *Сурнев В. Б.* Унифицированная теория рассеяния сопряженных волновых полей локализованным объектом // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2022. – № 11-2. – С. 63–72. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_112_0_63.

© В.Б. Сурнев. 2022.

Unified theory of scattering of congugate wave fields by a localized object

V.B. Surnev

Ural State Mining University, Ekaterinburg, Russia, e-mail: sournev@mail.ru

Abstract: Scattering theory is the basis of methods for the theoretical study of the interaction of radiation of various physical nature (acoustic, electromagnetic, elastic waves) and matter. The section of scattering theory devoted to the development of methods for solving the solution of the direct scattering problem — the problem of the interaction of a wave field with heterogeneities of a heterogeneous medium, is the basis of mathematical modeling methods in various fields of knowledge: propagation of acoustic waves in the ocean and atmosphere (scattering on the distribution of salinity, on the accumulation of discharged and condensed clouds of water droplets); propagation of seismic waves in solid earth (scattering by fluctuations and discrete inclusions of matter); flaw detection of engineering structures (scattering of waves by defects in solid materials); study of the response of composite materials to external influences. The section of scattering theory that studies the solution of the inverse scattering problem (ORR) — the problem of restoring the structure of the object under study by the wave field scattered by it, is the basis of methods for remote study of objects whose direct study is impossible: medical and technical tomography; exploration and additional exploration of mineral deposits; nondestructive testing of the structure of building and other structures, and much, much more. Scattering theory finds great applications in optics and, of course, in quantum physics, where it first appeared. In the most general case, the process of scattering of the wave field by the object under study, the characteristic dimensions of which are comparable to or less than the length of the incident field, can be characterized from an energy point of view as an extinction process: extinction = scattering + absorption. Thus, part of the energy of the field incident on the obstacle when interacting with the object is dissipated in space, and part is absorbed by the material of the object. The absorption of field energy is significant in the case when the wavelength of the primary field is significantly less than the characteristic size of the object under study, that is, in the case of a high-frequency field. In the case when the length of the incident field is comparable or significantly larger than the characteristic size of the object under study, the absorption processes are insignificant extinction is reduced to pure scattering. In this article, the mathematical formalism of the scattering theory for the case of pure scattering is extended to the case of scattering of a conjugate wave field by a solitary scattering object in a polar medium.

Key words: scattering, elastic waves, electromagnetic waves, piezoelectric waves, magnetostrictive waves.

For citation: Surnev V. B. Unified theory of scattering of congugate wave fields by a localized object. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022;(11-2):63-72. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_112_0_63.

Введение

Теория рассеяния имеет обширные приложения в самых различных областях физико-математических исследований как теоретических, так и прикладных. Появившись в 20-х годах XX в. в трудах знаменитого М. Борна [1] по квантовой механике, а именно, по теории рассеяния электрона на ядре атома водорода, тео-

рия рассеяния стала основой многочисленных приложений в области распространения упругих и электромагнитных волн в природных гетерогенных средах [2–5], а также в технических приложениях [6]. Дальнейшее развитие теории привело к разработке алгоритмов решения обратных задач рассеяния [7, 8] и становлению теории многократного рассеяния с обширными приложениями в физике атмосферы и океана [7–11].

На протяжении ряда лет автор занимался разработкой теории и реализацией прикладных алгоритмов численного решения как прямых, так и обратных задач рассеяния скалярных и векторных классических волновых полей разной физической природы (акустических, упругих и электромагнитных) в гетерогенных геологических средах в интересах динамической сейсморазведки и индукционной электроразведки рудных МПИ, а также в композиционных материалах. По мнению автора, трудности, возникающие при математическом моделировании, часто являются следствием неудачных формулировок определяющих понятий, а также неудачно выбранного математического формализма. В работе [12] автор предложил отойти от общепринятой в то время формулировки задачи рассеяния векторных классических волновых полей (сейсмических, сейсмоакустических и электромагнитных), на основе уравнений с частными производными второго порядка и перейти к формулировке задачи рассеяния векторного волнового поля, взяв в качестве основы системы уравнений с частными производными первого порядка, записанные в универсальной матричной форме. Этот подход привел автора к формулировке теории рассеяния, в которой интегральные уравнения имеют вид, формально аналогичный скалярному уравнению Липмана-Швингера в квантовой теории рассеяния, что в свою очередь позволило развить математический формализм теории рассеяния классических векторных волновых полей в полной аналогии более простому скалярному варианту теории, широко применяемому в физике океана и физике атмосферы, в основном благодаря известной монографии член-корреспондента В.И. Татарского [9]. Впоследствии развитая автором данной статьи теория получила независимое название «функционально-матричного формализма» [13, 14].

Однако за рамками предложенной формулировки теории рассеяния в последние примерно 25 — 30 лет оставались задачи рассеяния сопряженных волновых полей, которые впервые были поставлены в 80-х годах прошлого века в связи с нуждами метода геологической разведки пьезоэлектрических материалов. Уравнения, описывающие рассеяния упругого (сейсмического) волнового поля объектами, обладающими пьезоэлектрическими и магнитострикционными свойствами, были получены в ранних работах автора, опубликованных в журнале «Физика Земли» [15, 16]. В основу теории, развитой в этих работах, были положены уравнения с частными производными второго порядка. Развитием этих работ является недавно опубликованная статья [17], в которой был рассмотрен двухканальный вариант общей теории рассеяния сопряженных полей, одно из которых является векторным полем, а второе — стационарным скалярным полем в приложении к задаче доразведки в процессе разработки месторождения высоковязкой нефти. В работе [17] предполагалось, что связь каналов рассеяния была в определенном смысле слова слабой.

Цель предлагаемой работы — предложить вариант общей теории рассеяния, описывающий рассеяние физически сопряженных волновых полей, в данной статье — пьезоэлектрических и магнитострикционных классических вектор-

ных волновых полей. Как следует из излагаемого ниже формализма, теория без особого труда распространяется на другие пары сопряженных полей, например, скалярно-векторные волновые поля.

Развитый в статье формализм может быть применен для описания процессов рассеяния пьезоэлектрических или магнитострикционных волн, как в естественных (геология) пьезоэлектрических и магнитострикционных средах, так и в средах, созданных искусственно (композиционные материалы в электрофизике). Отметим, что ради краткости в статье рассматриваются только монокристаллические среды, то есть такие среды, в которых материальные параметры меняются без нарушения анизотропии. Теория многократного рассеяния, описанная в монографии автора [18] для случая акустических и упругих волн, осталась за рамками данной работы. Тем не менее, теория излагается в максимальной общности.

Подчеркнем, что в статье используется развитый автором ранее формализм рассеяния волновых полей, базирующийся на классической теории поля, сформулированной в терминах теории уравнений с частными производными первого порядка в унифицированной матричной форме по Ф.И. Федорову [19—21].

Основные уравнения теории распространения пьезоэлектрических и магнитострикционных волн

Начнем изложение теории с феноменологических уравнений состояния пьезоэлектрических и магнитострикционных сред. Как известно [22], для монокристалла пьезоэлектрика имеют место четыре феноменологических материальных уравнения, описывающие пьезоэлектрический эффект, из которых нам потребуются только следующие уравнения

$$t_{ij} = c_{ijkl}\frac{\partial u_l}{\partial x_k} - d_{kij}^{(e)}E_k\,, \qquad (1)$$

$$D_j = d_{jkl}^{(e)}\frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \varepsilon_{jk}E_k\,. \qquad (2)$$

Здесь все символы пробегают независимо друг от друга значения 1, 2, 3 и действует соглашение о суммировании по дважды повторяющемуся индексу. В формулах (1) и (2) t_{ij} — компоненты тензора напряжений; E_k и D_j — соответственно компоненты напряженности и индукции электрического поля; ε_{jk} — компоненты тензора диэлектрической проницаемости, а $d_{kij}^{(e)}$ — компоненты тензора пьезоэлектрических модулей.

Несмотря на отличную в корне физическую природу магнитострикционного эффекта, материальные уравнения имеют вид, аналогичный виду материальных уравнений для пьезоэлектрического эффекта, а именно

$$t_{ij} = c_{ijkl}\frac{\partial u_l}{\partial x_k} - d_{kij}^{(m)}H_k\,, \qquad (3)$$

$$B_j = d_{jkl}^{(m)}\frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \mu_{jk}H_k\,, \qquad (4)$$

где, как и выше, t_{ij} — компоненты тензора напряжений; H_k и B_j — соответственно компоненты напряженности и индукции магнитного поля; μ_{jk} — компоненты тензора магнитной проницаемости, а $d_{kij}^{(m)}$ — компоненты тензора магнитострикционных модулей.

Система уравнений, описывающая распространение сопряженного волнового поля в пьезоэлектрической или магнитострикционной среде, содержит уравнения распространения упругих волн, уравнения Максвелла, закон Ома и материальные уравнения (1), (2), или (3), (4) в зависимости от физической природы материальной среды.

Следовательно, например, для пьезоэлектрической среды в квазистационарном случае имеем полную систему уравнений следующего вида:

$$\frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} + \rho\omega^2 u_i = 0; \quad e_{ijk}\frac{\partial E_k}{\partial x_j} - i\omega B_i = 0;$$

$$e_{ijk}\frac{\partial H_k}{\partial x_j} + i\omega D_i = J_i; t_{ij} = c_{ijkl}\frac{\partial u_l}{\partial x_k} - d_{kij}^{(e)} E_k;$$

$$D_i = d_{ijk}^{(e)}\frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \varepsilon_{ij}E_j; J_i = \sigma_{ij}E_j; B_i = \mu_0 H_i. \quad (5)$$

Здесь ω — круговая частота; J_i — компоненты вектора тока во внешнем источнике, создающем падающее поле; μ_0 — магнитная проницаемость вакуума (среда немагнитная); а e_{ijk} — компоненты тензора Леви-Чивиты.

Аналогично записываются и уравнения распространения магнитострикционных волн:

$$\frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} + \rho\omega^2 u_i = 0; \quad e_{ijk}\frac{\partial H_k}{\partial x_j} + i\omega D_i = 0;$$

$$e_{ijk}\frac{\partial E_k}{\partial x_j} - i\omega B_i = 0; t_{ij} = c_{ijkl}\frac{\partial u_l}{\partial x_k} - d_{kij}^{(m)} H_k;$$

$$B_i = d_{ijk}^{(m)}\frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \mu_{ij}H_j; J_i = \sigma_{ij}E_j; D_i = \varepsilon_{ik}E_k. \quad (6)$$

В случае магнитострикционной среды в систему уравнений (6) следует в общем случае добавить уравнение движения (прецессии) вектора намагниченности. Однако для низкочастотных полей, применяемых в геологической разведке, прецессия вектора намагниченности не вносит существенного вклада в общее решение системы уравнений (6) и, следовательно, можно считать, что ферромагнетик описывается постоянным тензором магнитной проницаемости. Далее рассматривается только этот случай.

Интегральные уравнения теории рассеяния пьезоэлектрических и магнитострикционных волн локализованным объектом

Интегральные уравнения теории рассеяния на основе систем уравнений (5) и (6), преобразованных в уравнения распространения с частными производными второго порядка, были представлены автором еще в 1986, 1987 гг. [4, 5].

В данной статье предлагается провести построение теории рассеяния на основе формализма систем дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка в унифицированной матричной форме по Ф.И. Федорову [9]. Такое построение теории рассеяния для акустических и упругих волн было приведено в работе [1]. За последние 25 лет были развиты различные нестандартные приложения теории рассеяния на основе указанного формализма, которые можно найти, например, в библиографическом списке к книге [18]. Приложение формализма теории рассеяния, основанного на матричной форме записи дифференциальных уравнений первого порядка, в случае пьезоэлектрических и магнитострикционных волн в силу структурной простоты записи уравнений имеет не только теоретическое, но и практическое значение. Опуская вывод интегральных уравнений теории рассеяния на основе дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка, описанный в упомянутых выше работах, перейдем сразу к построению унифицированной теории рассеяния сопряженных волновых полей.

Универсальная матричная форма уравнений распространения сопряженных волновых полей

Запишем уравнения распространения, например, магнитострикционных волн в универсальной матричной форме. Для этого воспользуемся следующей парой обращенных материальных уравнений [22]:

$$e_{ij}^{(m)} = d_{kij}^{(m)} H_k + S_{ijkl} t_{kl},$$

$$B_i = \mu_{ij}^{(t)} H_j + d_{ijk}^{(m)} t_{jk},$$

где $e_{ij}^{(m)}$ — величины, обратные модулям упругости $t_{ij}^{(m)}$ в магнитострикци-

онном материале, называемые упругими податливостями и определяемые в упругом материале соотношениями обращенного закона Гука

$$e_{ij} = S_{ijkl} t_{kl} .$$

Дополняя систему уравнений (6) первым из пары предыдущих уравнений, которое будем считать самостоятельным уравнением системы, приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} + \rho\omega^2 u_i = 0, \\ e_{ij}^{(m)} = d_{kij}^{(m)} H_k + S_{ijkl} t_{kl}, \\ e_{ijk} \dfrac{\partial H_k}{\partial x_j} + i\omega\varepsilon_{ij} E_j = 0, \\ e_{ijk} \dfrac{\partial E_k}{\partial x_j} - i\omega\left(d_{ijk}^{(m)} t_{jk} + \mu_{ij} H_j \right) = 0. \end{cases} \qquad (7)$$

Учитывая соотношения симметрии для магнитострикционных модулей

$$d_{kij}^{(m)} = d_{kji}^{(m)} ,$$

матричные обозначения по типу

$$d_{14}^{(m)} = 2 d_{123}^{(m)} ,$$

... [22] и вводя следующие из соотношений симметрии обозначения

$$\begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_1 & \frac{1}{2} e_6 & \frac{1}{2} e_5 \\ \frac{1}{2} e_6 & e_2 & \frac{1}{2} e_4 \\ \frac{1}{2} e_5 & \frac{1}{2} e_4 & e_3 \end{pmatrix},$$

перепишем систему уравнений (7) так, как это сделано в работе [12] для случая чисто упругих волн, в универсальном матричном виде:

$$\left[\hat{\Gamma}_k \frac{\partial}{\partial x_k} + \hat{\mathrm{H}} \right] \hat{\psi} = \hat{f} , \qquad (8)$$

где $\hat{\Gamma}_k, \hat{\mathrm{H}}$ — матрицы коэффициентов и так называемая массовая матрица, соответственно, а полевой вектор-столбец

$$\hat{\Psi} = \left(\psi_1 \ \psi_2 \ldots \psi_{15} \right)^T = \\ = \left(u_1 \ u_2 \ u_3 \ t_1 \ldots t_6 \ H_1 \ H_2 \ H_3 \ E_1 \ E_2 \ E_3 \right)^T .$$

В матричном виде система уравнений (8) записывается так:

$$\left[\gamma_{\alpha\beta}^k \frac{\partial}{\partial x_k} + \eta_{\alpha\beta} \right] \psi_\beta = f_\alpha ,$$

где латинские индексы пробегают значения 1, 2, 3, а греческие индексы пробегают значения 1, 2, ... , 15.

Подобные преобразования приводят к аналогичной системе уравнений распространения пьезоэлектрических волн.

Следует отметить, что ѕсистема уравнений (8) — это система уравнений с частными производными первого порядка, записанная в универсальной матричной форме, впервые предложенной академиком Ф.И. Федоровым в конце 40-х годов прошлого века. Полная теория таких систем уравнений для случая симметрических *t*-гиперболических систем изложена в работах [20, 21, 23, 24].

Векторное интегральное уравнение для рассеяния сопряженных волновых полей

Пусть евклидово пространство R^3 заполнено полярной (пьзо-электрической или магнитострикционной) средой, причем в пространстве выделена область с эффективным объемом V_{eff}, в котором элементы массовой матрицы являются функциями от координат в V_{eff}, то есть

$$\eta_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta}\left(\vec{r} \right).$$

Положим, что во внешности V_{eff}, то есть в $R^3 \setminus V_{\text{eff}}$ элементы массовой матрицы имеют вполне определенные, известные постоянные значения $\eta^0_{\alpha\beta}$ — внешняя по отношению к эффективному объему среда гомогенная. Тогда в соответствие с формализмом теории рас-

сеяния модель среды представляется в виде

$$\eta_{\alpha\beta}\left(\vec{r}\right)=\eta^{0}_{\alpha\beta}+\Delta\eta_{\alpha\beta}\left(\vec{r}\right),$$

где $\Delta\eta_{\alpha\beta}\left(\vec{r}\right)$ — флуктуации элементов массовой матрицы, то есть материальных параметров среды, которые являются функциями с ограниченным носителем.

Подстановка последних соотношений в уравнение (8) приводит его к виду

$$\left[\gamma^{k}_{\alpha\beta}\frac{\partial}{\partial x_k}+\eta^{0}_{\alpha\beta}\right]\psi^{s}_{\beta}= \\ =-\Delta\eta_{\alpha\beta}\left(\vec{r}\right)\psi_{\beta}\left(\vec{r}\right)+f_{\alpha}\left(\vec{r}\right) \qquad (9)$$

Формальное решение уравнения (9) в силу его линейности можно записать в следующем виде

$$\varphi_{\beta}\left(\vec{r}\right)=\psi^{in}_{\beta}\left(\vec{r}\right)+ \\ +\iiint\limits_{V_{eff}}G_{\beta\mu}\left(\vec{r},\vec{r}_1\right)\tau_{\mu\rho}\left(\vec{r}_1\right)\varphi_{\rho}\left(\vec{r}_1\right)d\vec{r}_1 \quad .(10)$$

Здесь $G_{\beta\mu}\left(\vec{r},\vec{r}_1\right)$ — матричная функция Грина для фоновой среды; $\psi^{in}_{\beta}\left(\vec{r}\right)$ — падающее поле, которое генерируется во внешности V_{eff}. Все поля в соотношении (10) перенормированы при помощи так называемой регуляризующей, в смысле обобщенных функций, матрицы R [14], а интеграл понимается в смысле главного значения по Коши. Преобразование регуляризации проводится так:

$$\varphi_{\alpha}\left(\vec{x}\right)=\Lambda_{\alpha\nu}\left(\vec{x}\right)\Psi_{\nu}\left(\vec{x}\right);$$

$$\Lambda_{\alpha\nu}\left(\vec{x}\right)=\delta_{\alpha\nu}-R_{\alpha\mu}\Delta\eta_{\mu\nu}\left(\vec{x}\right);$$

$$\tau_{\mu\nu}\left(\vec{x}\right)=\Delta\eta_{\mu\beta}\left(\vec{x}\right)\Lambda^{-1}_{\beta\nu}\left(\vec{x}\right)$$

Если точки наблюдения с радиусвектором $\vec{r}$ лежат во внешности эффективного объема, то есть в области $R^3 \setminus V_{\text{eff}}$, то выражение (10) — это формула для вычисления полного поля

$$\hat{\varphi}^{out}\left(\vec{r}\right)=\hat{\varphi}^{in}\left(\vec{r}\right)+\hat{\varphi}^{scat}\left(\vec{r}\right) \qquad (11)$$

во внешности эффективного объема.

В формуле (11)

$\hat{\varphi}^{out}\left(\vec{r}\right)$ — вектор-столбец из компонентов полного волнового поля во внешности неоднородного включения;

$\hat{\varphi}^{in}\left(\vec{r}\right)$ — вектор-столбец из компонентов падающего волнового поля от внешнего по отношению к объекту источника;

$\hat{\varphi}^{scat}\left(\vec{r}\right)$ — вектор-столбец из компонентов волнового поля, рассеянного объектом.

Если же $\vec{r}\in V_{eff}$, то выражение (10) превращается в векторное интегральное уравнение относительно полного волнового поля в точках эффективного объема неоднородной среды.

Дальнейшее построение теории рассеяния осуществляется стандартным образом для так называемой Борновской теории путем построения для интегрального уравнения (10) борновского ряда методом последовательных подстановок [17]. Построенный таким образом борновский ряд теории рассеяния для уравнения (10) может быть записан в следующем виде

$$\hat{\varphi}\left(\vec{x}_0,\vec{x}\right)=\hat{\varphi}_0\left(\vec{x}_0,\vec{x}\right)+ \\ +\sum_{\mu=1}^{\infty}\int\ldots\int\left\{\Pi^{\mu}_{\nu=1}d\vec{x}_{\nu}\hat{G}\left(\vec{x}_{\nu-1},\vec{x}_{\nu}\right)\cdot\hat{\tau}\left(\hat{x}_{\nu}\right)\right\}\cdot\cdot \\ \cdot\hat{\varphi}_0\left(\vec{x}_{\mu},\vec{x}\right)$$

Таким образом, решение уравнения (10) принимает вид

$$\hat{\varphi}\left(\vec{x}_0, \vec{x}\right) = \left(\hat{I} + \hat{T}\right)\hat{\varphi}_0\left(\vec{x}_0, \vec{x}\right),$$

где оператор (матрица) взаимодействия $\hat{T}$ является оператором с интегростепенной нелинейностью типа Ляпунова-Шмидта

$$\hat{T} \overset{def}{=} \sum_{\mu=1}^{\infty} \int \ldots \int \left\{ \Pi_{\nu=1}^{\mu} d\vec{x}_\nu \hat{G}\left(\vec{x}_{\nu-1}, \vec{x}_\nu\right) \cdot \hat{\tau}\left(\hat{x}_\nu\right) \right\} \cdot$$

$$\cdot \hat{\varphi}_0\left(\vec{x}_\mu, \vec{x}\right)$$

Оператор $\hat{S} \overset{def}{=} \hat{I} + \hat{T}$ в теории рассеяния называется матрицей рассеяния, или просто $\hat{S}$-матрицей.

Заключение

В статье кратко изложен унифицированный вариант теории рассеяния, позволяющий распространить теорию на описание рассеяния волн локализованными геологическими объектами, обладающими кроме упругих свойств таже электромагнитными свойствами, например, пьезоэлектрическими или магнитострикционными, обусловленными полярной структурой материала объекта исследования в средах, в общем случае, также с полярной структурой. Предлагаемая теория может быть принята в качестве основы для разработки алгоритмов решения задач геологической разведки рудных и нерудных МПИ, в которых вторичные электромагнитные эффекты могут иметь существенное значение для детальности определения структуры объекта исследования. Предлагаемый формализм может быть использован также для решения задач дефектоскопии композиционных материалов в технических приложениях.

С общетеоретической точки зрения описанная теория позволяет построить также формальную схему многократного рассеяния по типу теории рассеяния акустического и электромагнитного волновых полей в физике атмосферы и океана, что позволит моделировать распространение упругого и электромагнитного волновых полей в сложно построенных геологических средах, а также в технической электрофизике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тейлор Дж.* Теория рассеяния. Квантовая теория нерелятивистских столкновений. — М.: Мир, 1975. — 565 с.
2. *Hudson J. A.* The scattering of elastic waves by granular media // Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. 1968, vol. 21, no. 4, pp. 487—502.
3. *Pao Y. H., Varatharajuly V.* Huygens principle, radiation conditions, and integral formulas for the scattering of elastic waves // Journal of the Acoustical Society of America. 1976, vol. 59, no. 6, pp. 1361—1371.
4. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн. Т. 1. — М.: Мир, 1978. — 547 с.
5. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн. Т. 2. — М.: Мир, 1978. — 555 с.
6. *Марков Г. Т., Чаплин А. Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. — М.: Радио и связь, 1983. — 296 с.
7. *Prosser R. T.* Formal solution of inverse scattering problems. Part II // Journal of Mathematical Physics. 1976, vol. 17, no. 10, pp. 1775—1779.
8. *Prosser R. T.* Formal Solution of Inverse Scattering Problems. Part III // Journal of Mathematical Physics. 1980, vol. 21, no. 11, pp. 1819—1822.
9. *Татарский В. И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967. — 548 с.
10. *Исимару А.* Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 1. — М.: Мир, 1981. — 280 с.
11. *Исимару А.* Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2. — М.: Мир, 1981. — 317 с.

12. *Сурнев В. Б.* О рассеянии упругих волн локализованной неоднородностью // Известия АН СССР. Физика Земли. — 1988. — № 2. — С. 9–19.

13. *Горюнов А. А.*, *Сасковец А. В.* Обратные задачи рассеяния в акустике. — М.: Изд-во Московского университета, 1989. — 152 с.

14. *Горюнов А. А., Румянцева О. Д.* Функционально-матричный формализм в обратных задачах рассеяния скалярной линейной акустики. — М.: Изд-во Института океанологии АН СССР, 1991. — 68 с.

15. *Сурнев В. Б.* Интегро-дифференциальные уравнения задачи рассеяния упругих волн локальным пьезоэлектрическим телом // Известия АН СССР. Физика Земли. — 1986. — № 7. — С. 57—65.

16. *Сурнев В. Б.* Интегро-дифференциальные уравнения задачи рассеяния упругих волн ограниченным телом с учетом эффектов магнитострикции // Известия АН СССР. Физика Земли. — 1987. — № 2. — С. 43—52.

17. *Сурнев В. Б.*, *Пяткова В. Б.*, *Исламгалиев Д. И.* Метод связи каналов в теории экзогенных геофизических систем // Известия Уральского государственного горного университета. — 2019. — № 3(55). — С. 79—88.

18. *Сурнев В. Б.* Математическое моделирование. Непрерывные детерминированные модели. — Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. — 689 с.

19. *Федоров Ф. И.* Обобщенные релятивистские уравнения // Доклады АН СССР. — 1952. — Т. 82. — С. 37—40.

20. *Федоров Ф. И.* Группа Лоренца. — М.: Наука, 1979. — 384 с.

21. *Богуш А. А.*, *Мороз Л. Г.* Введение в теорию классических полей. — М.: УРСС, 2004. — 384 с.

22. Дьелесан Э., *Руайе Д.* Упругие волны в твердых телах. — М.: Наука, 1982. — 424 с.

23. *Годунов С. К.* Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1971. — 416 с.

24. *Мизохата С.* Теория уравнений с частными производными. — М.: Мир, 1977. — 504 с.

25. *Гельфанд И. М.*, *Шилов Г. Е.* Обобщенные функции и действия над ними. — М.: ГИФМЛ, 1958. — 440 с. ГИАБ

REFERENCES

1. Teylor J. *Teoriya rasseyaniya. Kvantovaya teoriya nerelyativistskikh stolknoveniy* [Scattering theory. Quantum theory of non-relativistic collisions], Moscow, Mir, 1975, 565 p.

2. Hudson J. A. The scattering of elastic waves by granular media. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*. 1968, vol. 21, no. 4, pp. 487—502.

3. Pao Y. H., Varatharajuly V. Huygens principle, radiation conditions, and integral formulas for the scattering of elastic waves. *Journal of the Acoustical Society of America*. 1976, vol. 59, no. 6, pp. 1361—1371.

4. Felsen L., Markuvits N. *Izluchenie i rasseyanie voln*. T. 1 [Radiation and scattering of waves, vol. 1], Moscow, Mir, 1978, 547 p.

5. Felsen L., Markuvits N. *Izluchenie i rasseyanie voln*. T. 2 [Radiation and scattering of waves, vol. 2], Moscow, Mir, 1978, 555 p.

6. Markov G. T., Chaplin A. F. *Vozbuzhdenie elektromagnitnykh voln* [Excitation of electromagnetic waves], Moscow, Radio i svyaz', 1983, 296 p.

7. Prosser R. T. Formal solution of inverse scattering problems. Part II. *Journal of Mathematical Physics*. 1976, vol. 17, no. 10, pp. 1775—1779.

8. Prosser R. T. Formal Solution of Inverse Scattering Problems. Part III. *Journal of Mathematical Physics*. 1980, vol. 21, no. 11, pp. 1819—1822.

9. Tatarskiy V. I. *Rasprostranenie voln v turbulentnoy atmosfere* [Propagation of waves in a turbulent atmosphere], Moscow, Nauka, 1967, 548 p.

10. Isimaru A. *Rasprostranenie i rasseyanie voln v sluchayno-neodnorodnykh sredakh*. T. 1 [Propagation and scattering of waves in randomly inhomogeneous media. Vol. 1], Moscow, Mir, 1981, 280 p.

11. Isimaru A. *Rasprostranenie i rasseyanie voln v sluchayno-neodnorodnykh sredakh*. T. 2 [Propagation and scattering of waves in randomly inhomogeneous media. Vol. 2], Moscow, Mir, 1981, 317 p.

12. On the scattering of elastic waves by localized inhomogeneity. *Izvestiya* Akademii nauk *SSSR. Fizika Zemli*. 1988, no. 2, pp. 9–19. [In Russ].

13. Goryunov A. A., Saskovets A. V. *Obratnye zadachi rasseyaniya v akustike* [Inverse scattering problems in acoustics], Moscow, 1989, 152 p.

14. Goryunov A. A., Rumyantseva O. D. *Funktsional'no-matrichnyy formalizm v obratnykh zadachakh rasseyaniya skalyarnoy lineynoy akustiki* [Functional-matrix formalism in inverse scattering problems of scalar acoustics], Moscow, 1991, 68 p.

15. Surnev V. B. Integro-differential equations of the problem of elastic wave scattering by a local piezoelectric body. *Izvestiya* Akademii nauk *SSSR. Fizika Zemli*. 1986, no. 7, pp. 57 — 65. [In Russ].

16. Surnev V. B. Integro-differential equations of the problem of elastic wave scattering by a limited body taking into account the effects of magnetostriction. *Izvestiya* Akademii nauk *SSSR. Fizika Zemli*. 1987, no. 2, pp. 43 — 52. [In Russ].

17. Surnev V. B. Method of channel communication in the theory of exogenous geo-physical systems. *News of the Ural State Mining University* 2019, no. 3(55), pp. 79 — 88. [In Russ].

18. Surnev V. B. *Matematicheskoe modelirovanie. Nepreryvnye determinirovannye modeli* [Mathematical modeling. Continuous deterministic models], Ekaterinburg, Izd-vo UGGU, 2013, 689 p.

19. Fedorov F. I. Generalized relativistic equations. *Doklady Akademii nauk SSSR*. 1952, vol. 82, pp. 37 — 40. [In Russ].

20. Fedorov F. I. *Gruppa Lorentsa* [Lorentz Group], Moscow, Nauka, 1979, 384 p.

21. Bogush A. A., Moroz L. G. *Vvedenie v teoriyu klassicheskikh poley* [Introduction to the theory of classical fields], Moscow, URSS, 2004, 384 p.

22. D'elesan E., Ruaye D. *Uprugie volny v tverdykh telakh* [Elastic waves in solids], Moscow, Nauka, 1982, 424 p.

23. Godunov S. K. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics], Moscow, Nauka, 1971, 416 p.

24. Mizokhata S. *Teoriya uravneniy s chastnymi proizvodnymi* [Theory of equations of partial differential equationd], Moscow, Mir, 1977, 504 p.

25. Gel'fand I. M., Shilov G. E. *Obobshchennye funktsii i deystviya nad nimi* [Generalized functions and actions over them], Moscow, GIFML, 1958, 440 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Сурнев Виктор Борисович — д-р физ.-мат. наук,
зав. кафедрой, e-mail: sournev@mail.ru, sournev@yandex.ru,
Уральский государственный горный университет,
ORCID ID: 0000-0001-6534-6668.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

V.B. Surnev, Dr. Sci. (Phys. Mathem.), Head of Chair,
Ural State Mining University, 620144, Ekaterinburg, Russia,
e-mail: sournev@mail.ru, sournev@yandex.ru,
ORCID ID: 0000-0001-6534-6668.

Получена редакцией 16.06.2022; получена после рецензии 01.10.2022; принята к печати 10.10.2022.
Received by the editors 16.06.2022; received after the review 01.10.2022; accepted for printing 10.10.2022.