УДК 622.253.3

DOI: 10.25018/0236\_1493\_2021\_9\_0\_79

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕОДНОРОДНОСТИ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР НА ПРОЧНОСТЬ ЛЕДОПОРОДНЫХ ОГРАЖДЕНИЙ СТВОЛОВ ШАХТ

М.А. Семин<sup>1</sup>, Г.П. Бровка<sup>2</sup>, А.В. Пугин<sup>1</sup>, С.А. Бублик<sup>1</sup>, М.С. Желнин<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Горный институт УрО РАН, Пермь, Россия, e-mail: seminma@inbox.ru
<sup>2</sup> Институт природопользования НАН, Минск, Республика Беларусь
<sup>3</sup> Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

Аннотация: Проведен количественный анализ влияния пространственной неоднородности распределения прочностных свойств ледопородного ограждения на его результирующую толщину, определяемую по критерию прочности Кулона-Мора. Неоднородность распределения прочностных свойств вызвана неоднородностью поля температур ледопородного ограждения. В расчетах использованы предельно-длительные значения структурного сцепления и угла внутреннего трения, полученные в ходе экспериментальных испытаний образцов керна семи типов горных пород. Образцы керна взяты с промплощадки строящегося калийного рудника в республике Беларусь. В результате проведенных расчетов на одномерной модели получено, что неоднородность поля температур ледопородного ограждения, создающая неоднородность его прочностных свойств, приводит к более высокому значению минимально допустимой (требуемой) толщины ледопородного ограждения, чем в случае однородного поля температур с одинаковым средним значением температуры. Увеличение требуемой толщины ледопородного ограждения по фактору неоднородной температуры в объеме замораживаемых пород (при максимальной вариации температуры 10-12 °C) для семи рассмотренных типов пород лежит в диапазоне от 24 до 50%. Определена функциональная зависимость требуемой толщины ледопородного ограждения от максимальной вариации температур в объеме замораживаемых пород. Для всех рассмотренных типов горных пород получено, что зависимость является степенной с показателем, равным 0.5.

*Ключевые слова:* ледопородное ограждение, искусственное замораживание пород, статический расчет, прочность, критерий Кулона-Мора, неоднородное поле температур.

*Благодарность:* Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 17-11-01204.

Для цитирования: Семин М. А., Бровка Г. П., Пугин А. В., Бублик С. А., Желнин М. С. Исследование влияния неоднородности поля температур на прочность ледопородных ограждений стволов шахт // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2021. – № 9. – С. 79–93. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2021\_9\_0\_79.

# Effects of temperature field nonuniformity on strength of frozen wall in mine shafts

### M.A. Semin<sup>1</sup>, G.P. Brovka<sup>2</sup>, A.V. Pugin<sup>1</sup>, S.A. Bublik<sup>1</sup>, M.S. Zhelnin<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Mining Institute, Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Perm, Russia, e-mail: seminma@inbox.ru <sup>2</sup> Institute of Nature Management of National Academy of Sciences, Minsk, Republic of Belarus <sup>3</sup> Institute of Continuous Media Mechanics, Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Perm, Russia *Abstract:* This article presents the quantitative analysis of spatial nonuniformity of frozen wall strength versus resultant thickness based on the Mohr–Coulomb failure criterion. The strength nonuniformity is caused by the nonuniformity of temperature field of the frozen wall. The calculation uses the limit values of long-term cohesion and internal friction angle obtained in experimental core tests of seven rock types. The core sampling was carried out at the industrial infrastructure of a potassium mine under construction in the Republic of Belarus. The one-dimensional model computation shows that the temperature field nonuniformity of the frozen wall leads to the nonuniformity of its strength characteristics and results in the excessive minimum allowable thickness (required thickness) of the frozen wall as against the uniform field of temperature in frozen rocks (at the maximum temperature variation of 10-12 °C) for seven test types of rocks lies in the range from 24 to 50%. The functional dependence of the required frozen wall thickness on the maximum temperature variation in frozen rocks is determined: this is a power law with an exponent of 0.5 for all test types of rocks.

*Key words:* frozen wall, artificial ground freezing, static analysis, strength, Mohr-Coulomb criterion, nonuniform temperature field.

*Acknowledgements:* The study was supported by the Russian Science Foundation, Project No. 17-11-01204.

*For citation:* Semin M. A., Brovka G. P., Pugin A. V., Bublik S. A., Zhelnin M. S. Effects of temperature field nonuniformity on strength of frozen wall in mine shafts. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2021;(9):79-93. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2021\_9\_0\_79.

#### Введение

Строительство подземных сооружений в обводненных грунтах и горных породах осуществляется с использованием специальных способов, среди которых наиболее распространен способ искусственного замораживания пород [1-3]. Суть данного способа заключается в формировании вокруг строящейся горной выработки (например, ствола шахты) защитного ледопородного ограждения (ЛПО), препятствующего попаданию подземных вод в ствол, а также способствующего упрочнению незакрепленных стенок ствола до возведения постоянной бетонной крепи.

Основная характеристика ЛПО его толщина — определяется в результате проведения статического расчета ЛПО под действием внешней нагрузки от горного давления и гидростатического давления подземных вод. Согласно [4], статический расчет ЛПО должен производиться по двум предельным состояниям — по предельному напряженному состоянию (расчет на прочность) и по предельным деформациям (расчет на ползучесть). В настоящей статье рассматривается только статический расчет на прочность.

Существующие методы расчета ЛПО на прочность основаны на использовании аналитических формул для определения минимально допустимых толщин ЛПО по известным прочностным свойствам замороженной породы (предельно-длительные значения прочности на одноосное сжатие, структурного сцепления и угла внутреннего трения), геометрическим параметрам строящегося шахтного ствола и расчетным нагрузкам на внешнюю стенку ЛПО [4–10]. При выводе всех существующих аналитических формул делаются довольно существенные упрощения, необходимые для получения простых зависимостей между исследуемыми параметрами. Среди таких упрощений следующие:

1. ЛПО представляет собой толстостенный цилиндр неограниченной высоты.

2. Напряженно-деформированное состояние (НДС) ЛПО близко к плоскодеформированному.

3. Изменение НДС в незамороженных породах вблизи формирующегося ЛПО несущественно, а горное давление на внешнюю стенку ЛПО может быть принято исходя из естественного поля напряжений в массиве пород.

4. Влияние фактора времени и температуры учитывается в параметрической форме.

5. Огибающая кругов Мора, построенная по результатам испытаний образцов пород на трехосное сжатие, близка к линейной.

6. ЛПО считается изотропным материалом с однородным распределением температуры и однородно распределенными прочностными характеристиками.

Первая часть упрощений (1-3) может быть устранена путем численного решения задачи о НДС в искусственнозамораживаемом породном массиве в полной трехмерной (или двумерной осесимметричной) постановке с учетом деформирования незамороженной области породного массива [11, 12]. Вторая часть упрощений (4-6) связана с ограниченностью исходных данных о свойствах замораживаемых пород, и ее устранение потребовало бы проведения существенно более масштабных инженерно-геологических изысканий перед началом строительства шахтных стволов, что зачастую является невозможным.

По данной причине анализ значимости упрощений 4-6 чаще всего делается на качественном уровне исходя из общих представлений о поведении замороженных грунтов и пород [4, 13]. А при расчете ЛПО по упрощенным формулам делается некоторый запас или рассматривается наиболее неблагоприятный случай.

В настоящей статье речь пойдет о допущении № 6, связанном с принимаемой однородностью распределения прочностных свойств пород в объеме ЛПО. На практике расчет ЛПО на прочность производится по некоторой средней температуре ЛПО, которая существенно ниже температуры фазового перехода [14]. Чаще всего данная средняя температура ЛПО лежит в диапазоне от –4 до –10 °С. При этом в центральной области кольца из замороженных пород температура будет ниже средней, а по краям — выше. Обоснованность такого подхода в литературе не исследовалась. Дополнительным усложняющим фактором здесь является то, что поле температур в сформированном ЛПО, а также его границы могут сильно изменяться на различных стадиях его существования при изменении режима работы замораживающей станции. Как правило, после завершения стадии активного замораживания, когда увеличивается толщина ЛПО до расчетных значений, происходит переход на стадию пассивного замораживания, на которой мощность замораживающей станции одномоментно или постепенно уменьшается [1], что приводит к увеличению температуры в объеме ЛПО. При этом толщина ЛПО на этой стадии может как оставаться постоянной, так и изменяться [15].

Из вышесказанного следует актуальность задачи о количественном анализе влияния пространственной неоднородности прочностных свойств замороженного породного массива, вызванной неоднородностью поля температур, на результирующую минимально допустимую толщину ЛПО. Решению этой задачи посвящена настоящая статья. Возможность проведения такого количественного анализа обусловлена наличием экспериментальных данных о температурных зависимостях прочностных свойств семи различных типов пород в интервале замораживания для условий строящихся стволов калийного рудника в Республике Беларусь. А также — рассмотрением идеализированной стадии пассивного замораживания, на которой толщина ЛПО сохраняется, а распределение температур в замороженной зоне считается установившимся (что нельзя сказать о распределении температур в зоне охлаждения). Это соответствует случаю наиболее поздней стадии существования ЛПО с наименьшей мощностью замораживающей станции в конце проходки ствола перед началом процедуры оттаивания.

### Анализ литературы

Исследования прочности грунтов и горных пород при различных температурах описаны в классических отечественных монографиях [4, 13], а также в зарубежных работах [16 – 19]. В [13] предложена эмпирическая формула для анализа изменения предельно-длительной прочности от в зависимости от температуры *T*:

$$\sigma_{na} = a + b |T|^n, \qquad (1)$$

где *a*, *b*, *n* – параметры модели.

В работе [4] предложена эмпирическая формула вида:

 $\sigma_{na} = a + b |T|^{1/2},$  (2)

которая содержит на один неизвестный параметр меньше.

В отдельных диапазонах температуры зависимость длительной прочности от температуры может быть линеаризована, что позволяет уменьшить количество параметров модели, а также упростить теоретический анализ прочности ЛПО. Так, в [4] описан случай введения линейных зависимостей прочности от температуры для двух замороженных грунтов в условиях рудника Яковлевского месторождения Курской магнитной аномалии (келловейская супесь и глина Бат-Байосса) при времени действия нагрузки 24 ч в диапазоне температур от –5 до –20°. В монографии [4] также исследованы температурные зависимости сцепления и угла внутреннего трения для случая келловейской супеси. Получено, что с понижением температуры от -5 до -20° сцепление замороженной спеси значительно возрастает, а угол внутреннего трения практически остается постоянным. При этом, по мнению автора монографии, данные выводы не следует распространять на другие условия испытаний супеси и иные типы грунтов и горных пород.

# Экспериментальные исследования температурных зависимостей прочностных свойств пород

В настоящей работе исследованы предельно-длительные значения предела прочности на одноосное сжатие, структурного сцепления и угла внутреннего трения для семи слоев горных пород при семи различных значениях отрицательной температуры (-2, -4, -6, -10, -15, -20 и -25 °C). Все испытания горных пород на одноосное сжатие проводились в Институте Природопользования НАН в специальной морозильной камере при участии авторов статьи. Перечень исследованных горных пород с указанием глубин залегания соответствующих образцов керна приведен ниже:

- песок (27,9-32,6 м);
- алеврит (39,7-50,1 м);
- мергель (56,6-64,2 м);
- супесь (83,0-90,8 м);
- мел (90,7-111,8 м);
- глина (145,8-152,0 м);

глина аргиллитоподобная (181,6 — 195,5 м).

Отобранные для испытания образцы керна горных пород взяты с промплошадки строяшегося калийного рудника в республике Беларусь. Образцы, испытываемые на одноосное сжатие, представляли собой цилиндры диаметром 71 мм и высотой 140-145 мм. Образцы для испытания на сдвиг представляли цилиндры диаметром 51 и высотой 100 мм. Перед испытанием каждый образец взвешивался, и проводилось измерение его высоты, а после испытания отбиралась проба на влагосодержание, что обеспечивало дополнительный контроль плотности и влажности.

Для испытаний на одноосное сжатие использовался автоматизированный испытательный комплекс приборов «АСИС» ООО НПП «Геотек». В комплекс входит устройство осевого нагружения (см. рис. 1, *a*), приспособление одноосного сжатия, камера для испытаний образцов грунта методом трехосного сжатия при заданном боковом давлении, нагнетатель для создания бокового давления в камере трехосного сжатия. Комплекс включает оригинальное программное обеспечение для проведения автоматизированного испытания грунтов.

Предел прочности на одноосное сжатие рассчитывался как отношение приложенной к образцу вертикальной нагрузки, при которой происходит разрушение образца, к площади его первоначального поперечного сечения. Во всех опытах по выявлению предельно-длительных значений предела прочности нагрузка прикладывалась равными ступенями, величина которых составляла  $0,1T_{max}$ . Здесь  $T_{max}$  — нагрузка, при которой соответствующий образец разрушился при определении условно-мгновенного предела прочности.

Для экспериментального определения сопротивления мерзлых грунтов сдвигу использован уникальный прибор АНБ-760А, разработанный в Институте природопользования НАН (см. рис. 1, *б*). Использовался метод испытания на сдвиг



Рис. 1. Устройство осевого нагружения комплекса приборов «АСИС» (а) и устройство для испытания на сдвиг мерзлых грунтов (б)

Fig. 1. Axial loading facility in equipment set ASIS (a) and shear testing facility for frozen rocks (b)

при одновременном воздействии нормального напряжения, причем нормальная и сдвигающая нагрузки прикладываются независимо. Во всех опытах по определению предельно-длительных сопротивлений сдвигу сдвигающее усилие при испытании образцов прикладывалось равными ступенями, величина которых составляла 0,1-0,27 мах. Каждая ступень нагрузки выдерживалась в течение времени, достаточного для достижения стабилизации деформации образца, которая считалась достигнутой, если ее приращение не превышает 0,02 мм за 24 ч. Сдвигающую нагрузку, соответствующую последней ступени, при которой деформация образца еще стабилизируется, делилась на удвоенную площадь поперечного сечения образца таким образом определялось предельно-длительное сопротивление сдвигу.

Испытания проводились при трехчетырех значениях нормального напряжения. Определение предельно-длительного сопротивления сдвигу производилось с трехкратной повторностью. По результатам испытаний идентичных образцов пород известной влажности при одной и той же температуре строилась диаграмма сдвига в осях «нормальное напряжение — сдвиговое напряжение». Предельно-длительные значения структурного сцепления и тангенса угла внутреннего трения определялись путем расчета способом наименьших квадратов по формулам:

$$C_{ng} = \frac{\sum \tau_{ng} \left\{ \sum \sigma \left[ \sum (\tau_{ng} \sigma) \right] \right\}}{n \sum \sigma^2 - \left( \sum \sigma \right)^2} , \quad (3)$$

$$tg\phi_{ng} = \frac{n\sum(\tau_{ng}\sigma) - \sum\sigma\sum\tau_{ng}}{n\sum\sigma^2 - (\sum\sigma)^2}, \quad (4)$$

где n — число определений сопротивления сдвигу (не менее 3);  $\sigma$  и  $\tau_{n_d}$  соответственно значения нормального напряжения и предельно-длительного касательного напряжения. Индексы, обозначающие номер измерения, для простоты опущены.

Результаты проведенных экспериментальных исследований температурных



Рис. 2. Температурные зависимости предельно-длительных структурного сцепления и тангенса угла внутреннего трения для различных типов пород

Fig. 2. Temperature dependences of limiting long-term cohesion and tangent of internal friction angle for different types of rocks зависимостей предельно-длительных значений прочностных свойств пород представлены на рис. 2 – 3.

В целом они находятся в хорошем соответствии с теоретическими представлениями о температурной динамике прочности мерзлых грунтов, описанными в работах [4, 13, 16]. Для всех слоев пород получены зависимости, близкие к линейным. Если для предела прочности на одноосное сжатие и структурного сцепления для всех слоев пород характерна сильная вариация значений в диапазоне температур от −25 до −2 °C (иногда более чем в 5 раз), то изменение тангенса угла внутреннего трения в рассматриваемом диапазоне температур для некоторых типов пород (песок, супесь) менее выражено (не превышает 35%). При этом для некоторых типов пород (мел, глины) из-за относительно малого тангенса угла внутреннего трения изменение последнего также существенно (до 300%).

По данным экспериментальных исследований определены приближенные (аппроксимирующие) линейные функции предельно-длительных значений прочностных свойств пород от температуры (см. табл. 1). Данные зависимости используются далее для теоретического



Рис. 3. Температурные зависимости предельнодлительных прочностей на одноосное сжатие для различных типов пород

Fig. 3. Temperature dependences of limiting long-term uniaxial compression strength for different types of rocks

анализа влияния переменной температуры ЛПО на его толщину, получаемую из расчета на прочность. Дальнейший анализ проводится только для значений структурного сцепления и тангенса угла внутреннего трения, в то время как

#### Таблица 1

Линейные аппроксимации температурных функций предельно-длительных значений прочностных свойств пород

	Linear app	proximations	for temperat	ure functio	ons of limiting	j long-term s	trength of	rocks
_								

Номер слоя	Название слоя	Структурное сцепление, МПа	Тангенс угла внутреннего трения	
1	Песок	0,814–0,121 T	0,436-0,0047 T	
2	Алеврит	0,358–0,131 T	0,156-0,0052 T	
3	Мергель	0,381-0,103 T	0,082-0,0061 T	
4	Супесь	0,729–0,117 T	0,304–0,0046 T	
5	Мел	0,750–0,087 T	0,092–0,0083 T	
6	Глина	0,447–0,119 T	0,080–0,0072 T	
7	Глина аргиллитоподобная	0,421–0,108 T	0,058–0,0065 T	



Рис. 4. Геометрия расчетной области, штриховой кривой обозначен контур замораживающих колонок

*Fig. 4. Geometry of computational domain; dashes outline freezing pipes* 

прочности на одноосное сжатие, а также деформационные характеристики данных слоев пород не исследуются. Это связано с особенностью используемой для статического расчета модели, о которой будет сказано далее.

# Теоретический анализ влияния переменной температуры на расчетную толщину ледопородного ограждения

Рассматривалась упрощенная задача о напряженно-деформированном состоянии ЛПО, исследованная ранее в ряде работ [4, 6]. Принималось, что высота неподкрепленного участка ЛПО на границе со стволом (высота заходки) достаточно велика, в результате чего ЛПО в данной локальной зоне можно рассматривать как толстостенную трубу неограниченной высоты. Горное давление, передаваемое окружающими породами на ЛПО, считалось постоянным и распределенным равномерно по внешней стенке ЛПО (см. рис. 4). В результате задача об определении минимально допустимой толщины ЛПО по условию прочности сводится к задаче о предельном равновесии элемента цилиндра единичной высоты с некоторым внутренним радиусом *a* (радиус ствола вчерне) и внешним радиусом *b* (радиус внешней границы ЛПО). Соответствующее дифференциальное уравнение равновесия, записанное в полярной системе координат, имеет вид:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\theta}}{r} = 0, \qquad (5)$$

где  $\sigma_r$  и  $\sigma_{\theta}$  — нормальные компоненты тензора напряжений, Па; r — радиальная координата, м.

Условие предельного напряженного состояния, принимаемое в соответствии с гипотезой Кулона-Мора, имеет вид:

$$\tau_n = \mathbf{C} + \sigma_n t g \phi \tag{6}$$

или в терминах главных напряжений  $\sigma_1$ и  $\sigma_2$ :

$$\sigma_1 - \Lambda \sigma_2 = \overline{\Lambda}$$
, (7)

$$\Lambda = tg^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right), \qquad (8)$$

$$\overline{\Lambda} = 2C tg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right), \qquad (9)$$

где *С* — сцепление замороженного грунта, Па;  $\phi$  — угол внутреннего трения замороженного грунта, рад.

Поскольку из классического решения задачи Ляме известно, что в случае сжатия толстостенного цилиндра внешним давлением  $\sigma_{\theta} > \sigma_{r}$ , то очевидно, что для главных напряжений справедливо  $\sigma_{1} = \sigma_{\theta}$  и  $\sigma_{2} = \sigma_{r}$ . Здесь в соответствии с теорией Кулона-Мора [4] принято, что напряжения сжатия имеют положительный знак.

Задача дополняется граничными условиями:

$$\sigma_{r}(a) = 0,$$
 (10)

$$\sigma_r(b) = P. \tag{11}$$

В отличие от постановки С.С. Вялова [4], рассматриваемая в настоящей работе постановка предполагает зависимость коэффициентов C,  $\phi$ ,  $\Lambda$  и  $\overline{\Lambda}$  от температуры. Данная зависимость принимается линейной на основании данных экспериментальных исследований, описанных выше. В свою очередь, температура является функцией радиальной координаты г. В наиболее простом случае квазистационарного поля температуры в замороженном породном массиве на главной плоскости ЛПО имеет место профиль температур [20], близкий к логарифмическому по радиальной координате *г* и минимумом в сечении r = d, соответствующем контуру замораживающих колонок:

$$a \le r < d:$$

$$T = T_{d} + (T_{a} - T_{d}) \frac{\ln\left[1 + (d - r) / a\right]}{\ln(d / a)}, (12)$$

$$b \ge r \ge d:$$

$$T = T_{a} + (T_{d} - T_{a}) \frac{\ln(r / b)}{\ln(d / b)}, \quad (13)$$

где  $T_a$  — температура на внутренней и внешней границах ЛПО, °C;  $T_d$  — температура на границе с замораживающими колонками, °C. Под главной плоскостью понимается вертикальная плоскость, проходящая через ось замораживающей колонки и ось шахтного ствола [1].

Следует отметить, что выбранное распределение температуры (12) - (13) не совсем соответствует фактическому распределению температуры в замковой плоскости ЛПО — в этом случае вблизи контура замораживающих колонок профиль температуры будет меняться плавно по зависимости, близкой к куполообразной гауссовской функции, без скачка производной при r = d, как это имеет место в (12) - (13). Толщина ЛПО в замковой плоскости, как правило, ниже, чем в главной, и именно она исследуется

при теплофизическом расчете ЛПО [14]. Под замковой плоскостью здесь понимается вертикальная плоскость, перпендикулярная линии расположения замораживающих колонок и проведенная на половинном расстоянии между замораживающими колонками [1]. Использование логарифмического профиля (12) — (13) мотивируется тем, что задача рассматривается в упрощенной одномерной постановке, и способ задания неравномерности температуры (но не сама разница температур в объеме замороженных пород) слабо влияет на решение в условиях толщины ЛПО, много меньшей радиуса контура замораживания.

Предельное состояние толстостенной трубы наступает, когда область пластических деформаций распространяется по всей ее толщине. В предположении об идеальной пластичности это означает, что в предельном состоянии во всем объеме ЛПО выполнится условие (7).

Если подставить выражение для  $\sigma_{_{\! heta}}$  из (7) в (5), то получится:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{(1-\Lambda)\sigma_r - \overline{\Lambda}}{r} = 0.$$
 (14)

В работе [4] данное уравнение решается аналитически в предположении о постоянстве коэффициентов  $\Lambda$  и  $\overline{\Lambda}$ , однако здесь нет возможности поступить так же, поскольку коэффициенты  $\Lambda$  и  $\overline{\Lambda}$  зависят от радиальной координаты по логарифмическому закону. По данной причине уравнение (14) может быть решено только численно.

Уравнение (14) совместно с двумя граничными условиями (10) — (11) может быть рассмотрено как система дифференциально-алгебраических уравнений относительно двух неизвестных — распределения радиальных напряжений о и положения внешней границы ЛПО *b*, на которой задана нагрузка *P*. Численное решение данной системы осуществлялось методом Рунге-Кутты 4 порядка в пакете компьютерной алгебры Wolfram Mathematica. Для определения минимальной толщины ЛПО, достаточной для того, чтобы выдержать давление P, использовался следующий вычислительный прием. Численное решение строилось в области  $r \in [a;+\infty)$ , начиная с границы r = a до тех пор, пока величина  $\sigma_r$  не становилась равной P, после чего процедура расчета останавливалась, а достигнутое значение координаты r принималось за внешнюю стенку ЛПО (т.е. b). Требуемая толщина ЛПО по прочности рассчитывалась как b - a.

Исходные параметры для численного решения задачи принимались на основании проекта по замораживанию для условий строящегося рудника. Радиус внутренней стенки ЛПО равен радиусу ствола вчерне (5,1 м). Контур замораживающих колонок разбивает ЛПО на две равные по толщине части, т.е. d = 0,5(a + b). Это немного не соответствует классическим представлениями о том, что внешняя часть ЛПО обычно тоньше внутренней (в [1] их отношение равно 2/3). Такой выбор обусловлен тем, что при малых толщинах ЛПО разница между внутренней и внешней частями ЛПО минимальна, а также тем, что наиболее неблагоприятным является случай, когда область минимальной температуры находится дальше от внешней границы ЛПО, — далее в статье это будет ясно.

Допущение о том, что исходный параметр *d* рассчитывается исходя из искомого параметра *b*, который определяет толщину ЛПО, следует рассматривать как чисто математический прием при решении задачи (10) – (11), (14). Данный прием позволяет задаться распределением температуры, физически соответствующим форме ледопородного цилиндра, и проанализировать влияние неоднородности поля температур ЛПО на его толщину.

Средняя температура ЛПО предполагалась фиксированной и равной –8 °С, при этом величины  $T_a$  и  $T_d$  в (12) – (13) рассчитывались исходя из средней температуры ЛПО и варьируемой максимальной разницы температур в объеме ЛПО  $\Delta T_{max} = T_a - T_d$ . Горное давление, действующее по нормали к внешней стенке ЛПО, принимается для каждого слоя исходя из его глубины залегания по данным натурных исследований (см. табл. 2).

Исследовалось влияние максимальной разницы температур  $\Delta T_{max}$  в объеме ЛПО на результирующее значение толщины ЛПО E = b - a, определенное из решения задачи (8) – (14). Рассчитанное

### Таблица 2

Номер слоя	Название слоя	Боковое давление, МПа	Расчетная толщина ЛПО по средней температуре, м
1 Песок		0,36	0,32
2	Алеврит	0,56	0,88
3	Мергель	0,42	0,83
4	Супесь	1,32	1,46
5	Мел	1,64	2,87
6	Глина	0,54	0,91
7	Глина аргиллитоподобная	2,12	4,95

Боковое давления на ЛПО и расчетная толщина ЛПО по средней температуре Side pressure on frozen wall and estimated frozen wall thickness versus average temperature

значение толщины ЛПО по заданному профилю температур (12) — (13) сравнивалось с толщиной ЛПО, рассчитанной для однородной средней температуры с использованием известной аналитической формулы [2]:

$$E_{quen} = a \left[ \left( 1 + \frac{P(\Lambda - 1)}{\overline{\Lambda}} \right)^{\frac{1}{\Lambda - 1}} - 1 \right].$$
(15)

Рассчитанные по формуле (15) значения толщин ЛПО приведены в табл. 2.

На рис. 5 приведены результаты расчета относительного увеличения требуемой для обеспечения прочности толщины ЛПО  $\delta E$  как функции максимальной разницы температур  $\Delta T_{max}$  в объеме ЛПО:

$$\delta E = \frac{E_{\text{числ}} \left( \Delta T_{\text{max}} \right)}{E_{a\mu}} .$$
 (16)

При нулевой разнице температур (изотермический случай) требуемая толщина ЛПО равна  $E_{\rm av}$ . При этом с ростом максимальной разницы температур в объеме ЛПО происходит увеличение требуемой толщины ЛПО по данным численных расчетов –  $E_{\rm числ}$ . Для ха-





рактерных пассивному режиму замораживания [16] вариаций температуры в объеме ЛПО в диапазоне 10–12 °С



Рис. 6. Распределения радиальной (а) и угловой (б) компонент тензора напряжений вдоль координаты r для песка

Fig. 6. Patterns of radial (a) and angular (b) components of stress tensor along coordinate r in sand

относительный прирост требуемой толщины ЛПО для всех рассмотренных слоев колеблется в диапазоне от 24 до 50%. Это указывает на то, что принятый в расчетах тип неоднородности температуры (12) — (13) (с минимумом в середине ЛПО и максимумом по его краям) оказывает отрицательное влияние на расчетную несущую способность ЛПО.

Причины такого отрицательного влияния ясны из анализа графиков изменения радиальной и угловой компонент тензора напряжений вдоль координаты *г* для песка (см. рис. 6). Угловая компонента рассчитывается по формуле:

$$\sigma_{\omega} = \Lambda \sigma_{r} + \overline{\Lambda} . \tag{17}$$

Кривая 1 соответствует аналитическому решению (15) для однородного поля температуры -8 °С, кривая 2 численному решению для неоднородного поля температуры, характеризующегося средней температурой -8 °C, и максимальной вариацией температур 8 °С (т. е. на границах ЛПО температура приблизительно равна -4 °C, в то время как в его центре — приблизительно -12°C). По сути, кривые на рис. 6 характеризуют собой те максимальные сжимающие напряжения, возникающие в различных сечениях ЛПО в ответ на действие внешней нагрузки Р, при которых ЛПО еще не разрушается. Во внешней части кольца из замороженных пород (r = 5,4-5,5 м) напряжения максимальны, а следовательно, именно эта зона со сниженной прочностью пород принимает на себя основную часть внешней нагрузки, а на зону более прочных пород в середине кольца ЛПО приходятся относительно меньшие нагрузки. Вследствие такой неравномерности восприятия ледопородным кольцом внешней нагрузки необходима бо́льшая толщина ЛПО. В случае если мы увеличим параметр d и тем самым сместим зону температурного минимума к внешней границе ЛПО

(для достижения пропорции внешней и внутренней полутолщин 2/3), несущая способность ЛПО немного увеличится. В этом смысле рассмотренный в статье случай d = 0.5(a + b) является наиболее неблагоприятным.

Следует отметить, что минимально допустимая толщина ЛПО в неизотермическом случае остается существенно меньше, чем толщина ЛПО в изотермическом случае, рассчитанная не по средней, а по наиболее высокой температуре ЛПО. Так, для неоднородного поля температур в объеме ЛПО, варьирующегося от –2 °С до –14 °С, минимально допустимые толщины ЛПО для различных типов пород ниже на 27 – 50%, чем соответствующие значения толщины ЛПО для однородной температуры –2 °С.

Количественно зависимость требуемой толщины ЛПО  $E_{_{\rm числ}}$  от неоднородности поля температур  $\Delta T_{_{\rm max}}$  в объеме ЛПО хорошо описывается степенным законом:

$$\boldsymbol{E}_{_{4UCP}} = \boldsymbol{E}_{_{aH}} \left( 1 + \lambda \Delta T_{_{\text{max}}}^{^{1/2}} \right), \qquad \textbf{(18)}$$

где  $E_{_{aH}}$  — проектная толщина для однородной температуры, м;  $\lambda$  — параметр влияния неоднородности температуры, который зависит от нагрузки на боковую стенку ЛПО. По данным расчетов  $\lambda$  принимает минимальное значение (0,075) для песка, а максимальное (0,154) — для глины аргиллитоподобной.

### Заключение

В статье представлены результаты экспериментальных исследований предельно-длительных значений прочностных свойств для семи типов горных пород для условий промплощадки строящегося калийного рудника в Республике Беларусь. Эти данные использованы для численного решения задачи о предельном напряженном состоянии в неизотермическом ЛПО в плоско-деформированном случае. Анализ результатов расчета показал, что неоднородное распределение прочностных свойств ЛПО, вызванное неоднородным распределением температуры в нем, сильно влияет на результирующее значение минимально допустимой толщины ЛПО. С увеличением максимальной разницы температур в объеме ЛПО значение минимально допустимой толщины ЛПО также увеличивается. Для характерных пассивному режиму замораживания вариаций температуры в объеме ЛПО 10–12 °С относительный прирост требуемой толщины ЛПО для семи рассмотренных пород колеблется в диапазоне от 24 до 50%.

Это указывает на несовершенство существующей методологии прочностного расчета ЛПО по средней его температуре.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трупак Н. Г. Замораживание грунтов в подземном строительстве. — М.: Недра, 1974.

2. Вакуленко И. С., Николаев П. В. Анализ и перспективы развития способа искусственного замораживания горных пород в подземном строительстве // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2015. — № 3. — С. 338—346.

3. Шуплик М. Н. Специальные способы строительства подземных сооружений // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2013. — № 1. — С. 595—625.

4. Вялов С. С. Прочность и ползучесть мерзлых грунтов и расчеты ледогрунтовых ограждений. — М.: Изд-во Академии наук СССР, 1962. — 253 с.

5. Левин Л. Ю., Семин М. А., Плехов О. А. Сравнительный анализ существующих методов расчета толщины ледопородного ограждения строящихся шахтных стволов // Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. — 2018. — Т. 9. — № 4. — С. 93—103. DOI: 10.15593/2224-9826/2018.4.09

6. *Kim Y. S., Kang J.-M., Lee J., Hong S.-S., Kim K.-J.* Finite element modeling and analysis for artificial ground freezing in egress shafts // KSCE Journal of Civil Engineering. 2012, vol. 16, no. 6, pp. 925–932.

7. Yang W.-H., Du Z.-B., Yang Z.-J., Bo D.-L. Plastic design theory of frozen soil wall based on interaction between frozen soil wall and surrounding rock // Chinese Journal of Geotechnical Engineering. 2013, vol. 35, no. 10. Pp. 1857–1862.

8. Zhang B., Yang W., Wang B. Plastic design theory of frozen wall thickness in an ultradeep soil layer considering large deformation characteristics // Mathematical Problems in Engineering. 2018, vol. 2018, article 8513413.

9. Wang Y. S., Yang Z., Yang W. Viscoelastic analysis of interaction between freezing wall and outer shaft wall in freeze sinking / The 6th International Conference on Mining Science & Technology. 2009, pp. 612 – 620.

10. Sanger F. J., Sayles F. H. Thermal and rheological computations for artificially frozen ground construction // Engineering Geology. 1979, vol. 13, pp. 311 – 337. DOI: 10.1016/0013-7952(79)90040-1.

11. Kostina A., Zhelnin M., Plekhov O., Panteleev I., Levin L., Semin M. An applicability of Vyalov's equations to ice wall strength estimation // Frattura ed Integrità Strutturale. 2020, vol. 14, no. 53, pp. 394 – 405.

12. Zhelnin M., Kostina A., Plekhov O., Panteleev I., Levin L. Numerical analysis of application limits of Vyalov's formula for an ice-soil thickness // Frattura ed Integrità Strutturale. 2019, vol. 13, no. 49, pp. 156 – 166.

13. *Цытович Н. А.* Механика мерзлых грунтов: учебное пособие. — М.: Высшая школа, 1973. — 448 с.

14. Семин М. А., Богомягков А. В., Левин Л. Ю. Теоретический анализ динамики ледопородного ограждения при переходе на пассивный режим замораживания // Записки Горного института. — 2020. — Т. 243. — С. 319—328. 15. Levin L., Golovatyi I., Zaitsev A., Pugin A., Semin M. Thermal monitoring of frozen wall thawing after artificial ground freezing: Case study of Petrikov Potash Mine // Tunnelling and Underground Space Technology. 2021, vol. 107, article 103685.

16. *Mellor M.* Mechanical properties of rocks at low temperatures / 2nd International Conference on Permafrost. Yakutsk, International Permafrost Association. 1973, pp. 334 – 344.

17. *Goughnour R. R., Andersland O. B.* Mechanical properties of a sand-ice system // Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. 1968, vol. 94, no. 4, pp. 923 – 950.

18. Sayles F. H., Carbee D. L. Strength of frozen silt as a function of ice content and dry unit weight // Engineering Geology. 1981, vol. 18, no. 1 - 4, pp. 55 - 66.

19. *Ting J. M., Torrence M. R., Ladd C. C.* Mechanisms of strength for frozen sand // Journal of Geotechnical Engineering. 1983, vol. 109, no. 10, pp. 1286 – 1302.

20. Хакимов Х. Р. Вопросы теории и практики искусственного замораживания грунтов. — М.: Изд-во Академии наук СССР, 1957. — 191 с. 🖽

#### REFERENCES

1. Trupak N. G. Zamorazhivanie gruntov v podzemnom stroitel'stve [Ground freezing in underground construction], Moscow, Nedra, 1974.

2. Vakulenko I. S., Nikolaev P. V. Artificial ground freezing in underground construction: Analysis and development prospects. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2015, no. 3, pp. 338-346. [In Russ].

3. Shuplik M. N. Special methods in underground construction. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2013, no. 1, pp. 595 – 625. [In Russ].

4. Vyalov S. S. *Prochnost' i polzuchest' merzlyh gruntov i raschety ledogruntovyh ograzhdeniy* [Frozen soil strength and creep, and frozen wall design], Moscow, Izd-vo Akademii nauk SSSR, 1962, 253 p.

5. Levin L.Yu., Semin M. A., Plekhov O. A. Comparative analysis of existing calculation methods for frozen wall thickness in mine shafts under construction. *PNRPU Construction and Architecture Bulletin.* 2018, vol. 9, no. 4, pp. 93–103. [In Russ]. DOI: 10.15593/2224-9826/2018.4.09

6. Kim Y. S., Kang J.-M., Lee J., Hong S.-S., Kim K.-J. Finite element modeling and analysis for artificial ground freezing in egress shafts. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 2012, vol. 16, no. 6, pp. 925–932.

7. Yang W.-H., Du Z.-B., Yang Z.-J., Bo D.-L. Plastic design theory of frozen soil wall based on interaction between frozen soil wall and surrounding rock. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*. 2013, vol. 35, no. 10. Pp. 1857–1862.

8. Zhang B., Yang W., Wang B. Plastic design theory of frozen wall thickness in an ultradeep soil layer considering large deformation characteristics. *Mathematical Problems in Engineering*. 2018, vol. 2018, article 8513413.

9. Wang Y. S., Yang Z., Yang W. Viscoelastic analysis of interaction between freezing wall and outer shaft wall in freeze sinking. *The 6th International Conference on Mining Science & Technology*. 2009, pp. 612–620.

10. Sanger F. J., Sayles F. H. Thermal and rheological computations for artificially frozen ground construction. *Engineering Geology*. 1979, vol. 13, pp. 311 – 337. DOI: 10.1016/0013-7952(79)90040-1.

11. Kostina A., Zhelnin M., Plekhov O., Panteleev I., Levin L., Semin M. An applicability of Vyalov's equations to ice wall strength estimation. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2020, vol. 14, no. 53, pp. 394 – 405.

12. Zhelnin M., Kostina A., Plekhov O., Panteleev I., Levin L. Numerical analysis of application limits of Vyalov's formula for an ice-soil thickness. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2019, vol. 13, no. 49, pp. 156 – 166.

13. Tsytovich N. A. *Mekhanika merzlyh gruntov*: uchebnoe posobie [Frozen soil mechanics: Educational aid], Moscow, Vysshaya shkola, 1973, 448 p.

14. Semin M. A., Bogomyagkov A. V., Levin L. Y. Theoretical analysis of frozen wall dynamics in transition to passive freezing regime. *Journal of Mining Institute*. 2020, vol. 243, pp. 319–328. [In Russ].

15. Levin L., Golovatyi I., Zaitsev A., Pugin A., Semin M. Thermal monitoring of frozen wall thawing after artificial ground freezing: Case study of Petrikov Potash Mine. *Tunnelling and Underground Space Technology*. 2021, vol. 107, article 103685.

16. Mellor M. Mechanical properties of rocks at low temperatures. 2nd International Conference on Permafrost. Yakutsk, International Permafrost Association. 1973, pp. 334 – 344.

17. Goughnour R. R., Andersland O. B. Mechanical properties of a sand-ice system. *Journal* of the Soil Mechanics and Foundations Division. 1968, vol. 94, no. 4, pp. 923 – 950.

18. Sayles F. H., Carbee D. L. Strength of frozen silt as a function of ice content and dry unit weight. *Engineering Geology*. 1981, vol. 18, no. 1 - 4, pp. 55 - 66.

19. Ting J. M., Torrence M. R., Ladd C. C. Mechanisms of strength for frozen sand. *Journal of Geotechnical Engineering*. 1983, vol. 109, no. 10, pp. 1286–1302.

20. Khakimov H. R. *Voprosy teorii i praktiki iskusstvennogo zamorazhivaniya gruntov* [Artificial ground freezing: Theory and practice], Moscow, Izd-vo Akademii nauk SSSR, 1957, 191 p.

# ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Семин Михаил Александрович<sup>1</sup> — канд. техн. наук, научный сотрудник, e-mail: seminma@inbox.ru, Бровка Геннадий Петрович — д-р техн. наук, доцент, зав. лабораторией, Институт природопользования НАН, Республика Беларусь, Пугин Алексей Витальевич<sup>1</sup> — канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник, e-mail: lyosha.p@gmail.com, Бублик Сергей Анатольевич<sup>1</sup> — аспирант, инженер, e-mail: serega-bublik@mail.ru, Желнин Максим Сергеевич — аспирант, младший научный сотрудник, e-mail: zhelninmax@gmail.com, Институт механики сплошных сред УрО РАН, <sup>1</sup> Горный институт УрО РАН. **Для контактов**: Семин М.А., e-mail: seminma@inbox.ru.

### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

M.A. Semin<sup>1</sup>, Cand. Sci. (Eng.), Researcher, e-mail: seminma@inbox.ru,
G.P. Brovka, Dr. Sci. (Eng.), Assistant Professor,
Head of the Laboratory, Institute of Nature Management
of National Academy of Sciences, 220114, Minsk, Republic of Belarus,
A.V. Pugin<sup>1</sup>, Cand. Sci. (Phys. Mathem.), Researcher,
e-mail: lyosha.p@gmail.com,
S.A. Bublik<sup>1</sup>, Graduate Student, Engineer, e-mail: serega-bublik@mail.ru,
M.S. Zhelnin, Graduate Student, Junior Researcher,
Institute of Continuous Media Mechanics, Ural Branch of Russian Academy of Sciences,
614013, Perm, Russia, e-mail: zhelninmax@gmail.com,
<sup>1</sup> Mining Institute, Ural Branch of Russian Academy of Sciences, 614007, Perm, Russia.
Corresponding author: M.A. Semin, e-mail: seminma@inbox.ru.

Получена редакцией 02.04.2021; получена после рецензии 02.07.2021; принята к печати 10.08.2021. Received by the editors 02.04.2021; received after the review 02.07.2021; accepted for printing 10.08.2021.