ГИАБ. Горный информационно-аналитический бюллетень /
MIAB. Mining Informational and Analytical Bulletin, 2019;(10):183-194

УДК 622.272:516.02 DOI: 10.25018/0236-1493-2019-10-0-183-194

СТРУКТУРА И ПАРАМЕТРЫ УДАРНОГО ФРОНТА В ВЯЗКОМ ТЕПЛОПРОВОДНОМ ГАЗОВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ

С.В. Черданцев[1], Ю.М. Филатов[1], П.А. Шлапаков[1]

[1] АО «НЦ ВостНИИ», Кемерово, Россия, e-mail: svch01@yandex.ru

Аннотация: Развитие горной техники, использование новых технологических схем очистных работ и их переход на более глубокие горизонты обуславливают интенсивное проявление газодинамических и теплофизических факторов. В первую очередь, это относится к внезапным выбросам угля и газа, суфлярным выделениям газа, ударным и детонационным волнам в атмосфере горных выработок. Не менее значимыми факторами являются пылегазовоздушные смеси, склонные к химическим реакциям окисления и образования очагов самонагревания, приводящих к изменению температурного поля в атмосфере горных выработок, что способствует возникновению дефлаграционных и детонационных процессов. В данной работе предпринята попытка построения и реализации математической модели течения газовоздушного потока, образующегося при внезапном выбросе газа из подземного резервуара в горную выработку со сверхзвуковой скоростью. При построении математической модели предполагается, что газовоздушный поток наделен свойствами вязкости и теплопроводности, а его движение при переходе через ударный фронт происходит стационарно. В процессе реализации модели получено автономное уравнение, решение которого построено по малому параметру, в качестве которого использовалось число Прандтля. Построен фазовый портрет, позволивший выявить изотермический скачок нулевой толщины при отсутствии вязкости, а при ее наличии обнаружена толщина скачка, в силу чего скачок перестает быть изотермическим. В ходе дальнейшей реализации математической модели получены формулы, определяющие параметры газовоздушного потока на значительном расстоянии за ударным фронтом, построены их графики и выявлены некоторые закономерности изменения параметров газовоздушного потока за ударным фронтом в зависимости от числа Прандтля, начального числа Маха и показателя адиабаты Пуассона.

Ключевые слова: горные выработки, газовоздушные смеси, законы сохранения массы, импульсов и энергии, коэффициенты вязкости и температуропроводности, число Маха, число Прандтля, показатель адиабаты Пуассона, ударный фронт.

Для цитирования: *Черданцев С. В., Филатов Ю. М., Шлапаков П. А.* Структура и параметры ударного фронта в вязком теплопроводном газовоздушном потоке горной выработки // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2019. – № 10. – С. 183–194. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-10-0-183-194.

Structure and parameters of shock front in viscous thermoconductive gas–air flow in underground excavation

S.V. Cherdantsev[1], Yu.M. Filatov[1], P.A. Shlapakov[1]

[1] Join-stock company «Scientific Centre VOSTNII on Industrial and Ecological Safety in Mountain Industry» (JC «NC VOSTNII»), Kemerovo, Russia, e-mail: svch01@yandex.ru

© С.В. Черданцев, Ю.М. Филатов, П.А. Шлапаков. 2019.

Abstract: Development of mining machinery, use of new stoping flow sheets and transition to deeper level mining govern the high intensity of gas-dynamic and thermophysical factors. For the first turn, this relates to coal and gas outbursts, bleeding, shock as well as shock and detonation waves in mine air. Of no less importance are such factors as dust–air–gas mixtures capable of oxidation and initiation of spontaneous heating sources changing temperature conditions in mine air, which promotes deflagration and detonation processes. This article attempts to construct and implement a mathematical model of gas–air flow under supersonic gas outburst in an underground excavation. The mathematical modeling assumes that the gas–air flow possesses viscosity and thermal conductivity, and is stationary when passes the shock front. In the model implementation, an autonomous equation is obtained and solved using a small parameter of the Prandtl number. The phase pattern is constructed, which reveals an isothermal jump of zero thickness at the absence of viscosity, while at the presence of viscosity, the jump has thickness and, thus, is no more isothermal. Furthermore, the formulas are obtained to find gas–air flow parameters far behind the shock front, the graphs of these parameters are plotted and the regular patterns of change in the gas–air flow parameters behind the shock front depending on the Prandtl number, initial Mach number and Poisson's adiabatic exponent are revealed.

Key words: underground excavations, gas–air mixtures, laws of conservation of mass, momentum and energy, viscosity factor, thermal diffusivity, Mach number, Prandtl number, Poisson's adiabatic exponent, shock front.

For citation: Cherdantsev S. V., Filatov Yu. M., Shlapakov P. A. Structure and parameters of shock front in viscous thermoconductive gas–air flow in underground excavation. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2019;(10):183-194. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-10-0-183-194.

Введение

При разработке угольных месторождений, особенно на глубоких горизонтах, как правило, происходят газодинамические и теплофизические процессы, негативно влияющие на безопасность и производительность горных работ. Причиной газодинамических процессов являются выделения метана в горные выработки [1], которые могут происходить со сверхзвуковой скоростью [2]. Негативные теплофизические процессы обусловлены наличием пылегазовоздушных смесей, способных к реакциям окисления, сопровождающихся тепломассопереносом и образованием очагов самонагревания [3], которые приводят к изменению температурного поля горных пород, окружающих очистные выработки [4, 5]. Так, в работе [5] получена формула, определяющая температуру породоугольного скопления в окрестности очага самонагревания и на основе выполненных вычислительных экспериментов выявлены зависимости температуры в породоугольном скоплении от его теплофизических параметров и выявлены некоторые закономерности температурного поля в скоплении.

При наличии источников зажигания возникает дефлаграция пылегазовоздушных смесей в атмосфере горных выработок [6—8], переходящая, при определенных условиях, в детонацию [9—11]. В частности, в работе [9] построен алгоритм, позволяющий определить температуру пылегазовоздушной смеси в любом сечении зоны горения, а также вычислить длину зоны горения. Здесь же установлено, что существуют критические значения отношения скорости движения пылегазовоздушных смесей к температуропроводности атмосферы выработок, ниже которых процесс горения невозможен. Авторы работы [9] на базе экспериментальных данных установили склонность угольной пыли образовывать взрывчатую смесь в атмосфере горных выработок.

В ходе экспериментальных и теоретических исследований в работе обнаружено, что если в какой-то момент времени сложились условия воспламенения, то одновременно при наличии горючей среды и окислителя возникает источник зажигания, а возгорание смеси происходит в режиме дефлаграционного горения. Однако при строго определенных соотношениях угольная пыль — окислитель наблюдается двухстадийный характер взрыва.

В работе [10] постулировано, что причиной аварий на пологих угольных пластах является возгорание метановоздушной смеси в выработанном пространстве и последующие за этим взрывы, инициируемые очагами самонагревания угля. Горящий газ выносится взрывной волной в очистные выработки и может вызвать детонационные процессы в угольной пыли, носящие катастрофический характер. Наиболее крупные катастрофы с человеческими жертвами произошли на шахтах Ульяновской (г. Новокузнецк) и Распадской (г. Междуреченск) и унесли жизни более двухсот человек.

Из сказанного следует, что наиболее опасными явлениями на угледобывающих предприятиях являются ударно-волновые процессы, инициирующие детонационные волны, которые относятся к особо тяжким авариям.

Известно, что классическая теория ударно-волновых процессов в газах построена в предположении идеальности газов на базе фундаментальных законов сохранения массы, импульсов и энергии [12, 13]. Основная цель теории заключается в установлении взаимосвязей между газодинамическими и теплофизическими параметрами газа: скоростью, плотностью, давлением и температурой. К настоящему времени такие взаимосвязи выявлены для многих частных случаев.

Однако при исследовании структуры, эволюции и устойчивости ударных волн в газовоздушных смесях горных выработок, на наш взгляд, необходимо учитывать трение и теплообмен внутри газовоздушного потока за счет молекулярных и конвективных процессов переноса тепла и массы. В силу этого ударно-волновые процессы в горных выработках относятся к неклассическим моделям, исследование которых нам представляется актуальной задачей.

Постановка задачи

Пусть в непосредственной близости от горной выработки находится подземный резервуар, состоящий из трех характерных частей (рис. 1).

Допустим, что свободный метан по трещинам накапливается только в накопительной камере *1*, где постепенно соз-

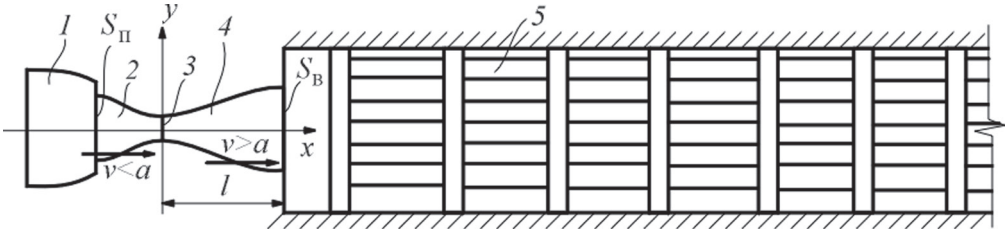

Рис. 1. Форма подземного резервуара: 1 — накопительная камера; 2 — сужающая полость (конфузор); 3 — горловина; 4 — расширяющая полость (диффузор); 5 — горная выработка; $S_п$ — площадь перегородки; $S_в$ — площадь поперечного сечения диффузора при его состыковке с выработкой; *l* — длина диффузора

Fig. 1. Form the underground tank: 1 — storage chamber; 2 — narrowing cavity (confusor); 3 — neck; 4 — expanding cavity (diffuser); 5 — mining; $S_п$ — the area of the partition; $S_в$ — space of the cross-section of the dif-fuser when it is docked with the production; *l* — is the length of the diffuser

дается достаточно высокое давление. Сужающая часть *2* (конфузор) и расширяющая часть *4* (диффузор длиной *l*) состыкованы между собой меньшими основаниями, образующими горловину *3*. Таким образом, в совокупности конфузор и диффузор образуют тело вращения, которое изолировано от накопительной камеры угольной перегородкой $S_п$ до тех пор, пока суфляр не будет вскрыт по сечению $S_в$ выработкой *5*, по отношению к которой он может быть расположен как угодно.

При ликвидации перегородки $S_п$ находящийся в накопительной камере газ через конфузор и диффузор устремится в выработку. В работе [2] установлено, что при определенных условиях истечение идеального газа может происходить со сверхзвуковой скоростью, обуславливая появление скачка уплотнения, который, перемещаясь по горной выработке, образует ударную волну. В частности, выявлено наличие спутного потока и показано, что при вычисленных значениях числа Маха M = 1,13 и скачка уплотнения величиной 1,31 спутный поток движется со скоростью 57,13 м/с и способен повредить крепь выработки, нанести травмы рабочим и поднять в выработке огромное количество частиц пыли, затрудняя дыхание рабочим и создавая им тем самым особую угрозу.

Здесь мы определим параметры газовоздушной смеси за фронтом ударной волны, полагая газовоздушную смесь вязким теплопроводным газом.

Для решения сформулированной задачи воспользуемся фундаментальными законами сохранения [12, 13], описываемыми соответственно уравнением неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho\vec{v}) = 0\,, \qquad (1)$$

уравнением импульсов

$$\frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} = -div(\rho\vec{v}\vec{v} + \Psi + \Phi) \qquad (2)$$

и уравнением переноса энергии

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho v^2}{2} + \rho\varepsilon\right) = -\mathrm{div}\left[\rho\vec{v}\left(\frac{v^2}{2} + i\right) - \Phi\vec{v} - \lambda\,\mathrm{grad}T\right]. \qquad (3)$$

Уравнения (1)—(3) образуют систему, в которой искомыми величинами являются: вектор скорости течения газовоздушной смеси $\vec{v}$, ее давление p, плотность ρ и температуры T по Кельвину. Остальные величины в системе (1)—(3) обозначены: t — время, ε и i — соответственно внутренняя энергия и энтальпия газовоздушной смеси, зависящие от температуры T; λ — коэффициент теплопроводности смеси; $\Psi = -pE$ — шаровой тензор, содержащей гидростатическое давление p и единичную матрицу E; Φ — тензор вязких напряжений. Входящая в уравнение (2) величина $\rho\vec{v}\,\vec{v}$ представляет собой диаду векторов $\rho\vec{v}$ и $\vec{v}$, являющейся тензором второго ранга с компонентами $(\rho v_i v_k)$. Компоненты тензора Φ определим по формуле [14]:

$$\Phi_{ij} = \eta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik}\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\right) + \zeta\delta_{ik}\frac{\partial v_i}{\partial x_i}, \quad i, k = 1, 2, 3 \qquad (4)$$

в которой учитывается правило суммирования по «немым» индексам, а постоянные величины η, ζ являются коэффициентами вязкости, причем второй из них называют «второй» вязкостью.

Ударно-волновые и детонационные процессы протекают, как правило, в стационарном режиме [12]. Поэтому производные по времени t в системе (1)—(3) равны нулю, в силу чего дивергенция во всех уравнениях (1)—(3) также равна нулю, и поэтому выражения, стоящие в скобках под знаком дивергенции, не зависят от координат x, y, z [14], в результате чего мы получаем первые интегралы уравнений (1)—(3)

$$\rho\vec{v} = C_1,\ \rho\vec{v}\vec{v} + \Psi + \Phi = C_2,$$

$$\rho\vec{v}\left(\frac{v^2}{2} + i\right) - \Phi\vec{v} - \lambda grad T = C_3. \quad (5)$$

Совместим ось *x* с осью выработки, вдоль которой составляющая скорости v_x, а составляющие скорости в плоскости поперечного сечения v_y и v_z, очевидно, $v_y = v_z = 0$. В силу сказанного, движение газа по горной выработке будет одномерным, при котором из девяти компонентов диады $\rho\vec{v}\,\vec{v}$, шарового тензора Ψ и тензора вязких напряжений Φ имеют место только по одной компоненте, соответственно

$$p,\quad \rho v_x^2,\quad \Phi_{xx} = \left(\zeta + \frac{4}{3}\eta\right)\frac{dv_x}{dx}$$

и поэтому равенства (5) приводятся к виду:

$$\rho v_x = C_1, \quad (6)$$

$$\rho v_x^2 + p - \left(\zeta + \frac{4}{3}\eta\right)\frac{dv_x}{dx} = C_2, \quad (7)$$

$$\rho v_x\left(\frac{v_x^2}{2} + \frac{k}{k-1}\frac{p}{\rho}\right) - \left(\zeta + \frac{4}{3}\eta\right)v_x\frac{dv_x}{dx} - \lambda\frac{dT}{dx} = C_3, \quad (8)$$

где мы учли, что энтальпия определяется по формуле [12]: $i = kp/[(k-1)\rho]$, в которой k является показателем адиабаты Пуассона в газовоздушной смеси. Значения постоянных C_1, C_2, C_3 в правых частях уравнений (6)—(8) определим из граничных условий

$$\left.\frac{dv_x}{dx}\right|_{x\to-\infty} = 0,\ \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x\to-\infty} = 0,\ \rho|_{x\to-\infty} = \rho_0,$$
$$v_x|_{x\to-\infty} = v_{x0},\ T|_{x\to-\infty} = T_0, \quad (9)$$

означающих, что на достаточно большом расстоянии от зоны формирования ударного фронта все производные по *x* обращаются в нуль, а величины v_x, ρ, p, T имеют начальные значения v_{x0}, ρ_0, p_0, T_0 в невозмущенном потоке газа.

Подставив граничные условия (9) в систему (6)—(8), найдем постоянные интегрирования

$$C_1 = \rho_0 v_{x0},\ C_2 = \rho_0 v_{x0}^2 + p_0,$$
$$C_3 = \rho_0 v_{x0}\left(\frac{v_{x0}^2}{2} + \frac{k}{k-1}\frac{p_0}{\rho_0}\right),$$

с учетом которых уравнения (6)—(8) приобретают вид

$$\rho v_x = \rho_0 v_{x0},$$
$$\rho v_x^2 + p - \left(\zeta + \frac{4}{3}\eta\right)\frac{dv_x}{dx} = \rho_0 v_{x0}^2 + p_0,$$
$$\rho v_x\left(\frac{v_x^2}{2} + \frac{k}{k-1}\frac{p}{\rho}\right) - \lambda\frac{dT}{dx} - \left(\zeta + \frac{4}{3}\eta\right)v_x\frac{dv_x}{dx} = \cdot$$
$$= \rho_0 v_{x0}\left(\frac{v_{x0}^2}{2} + \frac{k}{k-1}\frac{p_0}{\rho_0}\right)$$

Разделив первое из полученных уравнений на $\rho_0 v_{x0}$, второе — на $\rho_0 v_{x0}^2$, а третье — на $\rho_0 v_{x0}^3$, после несложных, но достаточно громоздких преобразований, получим следующую систему уравнений

$$\bar{\rho}u = 1, \quad (10)$$

$$u - 1 + \frac{1}{k\mathrm{M}_0^2}\left(\frac{\mathrm{T}}{u} - 1\right) - K_v\frac{du}{dx} = 0, \quad (11)$$

$$u^2 - 1 + \frac{2(\mathrm{T}-1)}{(k-1)\mathrm{M}_0^2} - 2K_v u\frac{du}{dx} - 2K_T\frac{d\mathrm{T}}{dx} = 0, \quad (12)$$

в которой: $u = v_x / v_{x0}$, $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$, $T = T/T_0$ — являются безразмерными скоростью, плотностью и температурой смеси соответственно.

Входящие в систему (10)—(12) величины K_v и K_T представляют собой параметры, характеризующие вязкость и теплопроводность газовоздушной смеси, а величина M_0 является числом Маха:

$$K_v = \frac{\zeta + 4/3\eta}{\rho_0 v_{x0}},\ K_T = \frac{\lambda T_0}{\rho_0 v_{x0}^3},$$

$$\mathrm{M}_0 = \frac{v_{x0}}{a_0}, \qquad (13)$$

где a_0 — скорость звука в невозмущенном газовоздушном потоке, определяемая по формуле [12, 13]: .

Построение решения задачи и анализ результатов

Приведем уравнения (11), (12) к автономному виду, исключив из них независимую переменную x. Для этого вначале из (11) выразим производную

$$K_v \frac{du}{dx} = G(u, \mathrm{T}), \qquad (14)$$

и, подставив ее в (12), найдем

$$2K_T \frac{d\mathrm{T}}{dx} = F(u, \mathrm{T}), \qquad (15)$$

где

$$G(u,\mathrm{T}) = u - 1 + \frac{1}{k\mathrm{M}_0^2}\left(\frac{\mathrm{T}}{u} - 1\right),$$

$$F(u,\mathrm{T}) = \frac{2(\mathrm{T}-1)}{k(k-1)\mathrm{M}_0^2} - (1-u)\left(1 + \frac{2}{k\mathrm{M}_0^2} - u\right), \qquad (16)$$

представляют собой функции скорости газовоздушной смеси и ее температуры.

Далее перепишем уравнение (15) следующим образом

$$2K_T \frac{d\mathrm{T}}{du}\frac{du}{dx} = F(u, \mathrm{T})$$

и, учитывая (14), получим уравнение

$$\frac{d\mathrm{T}}{du} = \frac{1}{2}\frac{K_v}{K_T}\Theta(u, \mathrm{T}), \qquad (17)$$

не содержащее независимую переменную x, а функция определяется по формуле

$$\Theta(u, \mathrm{T}) = \frac{F(u, \mathrm{T})}{G(u, \mathrm{T})}. \qquad (18)$$

В силу первых двух формул (13), найдем отношение

$$\frac{K_v}{K_T} = k(k-1)\mathrm{M}_0^2 \cdot \mathrm{Pr}, \qquad (19)$$

в котором величина

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \qquad (20)$$

является числом Прандтля, характеризующим вязкие и теплопроводные свойства смеси, поскольку содержит кинематическую вязкость ν и коэффициент температуропроводности α.

С учетом формулы (19) уравнение (17) приведем к виду

$$\frac{d\mathrm{T}}{du} = \frac{1}{2}k(k-1)\mathrm{M}_0^2\Theta(u, \mathrm{T}) \cdot \mathrm{Pr}, \qquad (21)$$

и выполним его анализ.

Так, если $\nu \to 0$, то из формулы (20) следует $\mathrm{Pr} \to 0$, что означает отсутствие вязких свойств в газовоздушной смеси. Тогда из формулы (19) вытекает $K_v \to 0$. Наоборот, если $\alpha \to 0_0$, а вязкость, хотя и малая, но конечная величина, то число Прандтля $\mathrm{Pr} \to \infty$, а величина $K_T \to 0$. В этом случае газовоздушную смесь можно полагать нетеплопроводным газом.

Здесь мы учли, что кинематическая вязкость ν связана с вязкостями ζ, η и плотностью ρ_0 соотношением

$$\nu = (\zeta + 4/3\eta)/\rho_0,$$

а коэффициент температуропроводности α связан с коэффициентом теплопроводности λ, удельной теплоемкостью при постоянном давлении c_p и плотностью формулой $\alpha = \lambda/(c_p\rho_0)$.

Построение зависимости $\mathrm{T}(u)$ начнем со случая, когда Pr = 0, т.е. мы полагаем газовоздушную смесь идеальным, теплопроводным газом. В этом случае из уравнения (14) и первой формулы (16) вытекает уравнение

$$u - 1 + \frac{1}{k\mathrm{M}_0^2}\left(\frac{\mathrm{T}}{u} - 1\right) = 0, \qquad (22)$$

из которого находим зависимость температуры газовоздушной смеси от ее скорости

$$\mathrm{T}^{(\mathrm{i})} = u(1 + k\mathrm{M}_0^2) - u^2 k\mathrm{M}_0^2, \qquad (23)$$

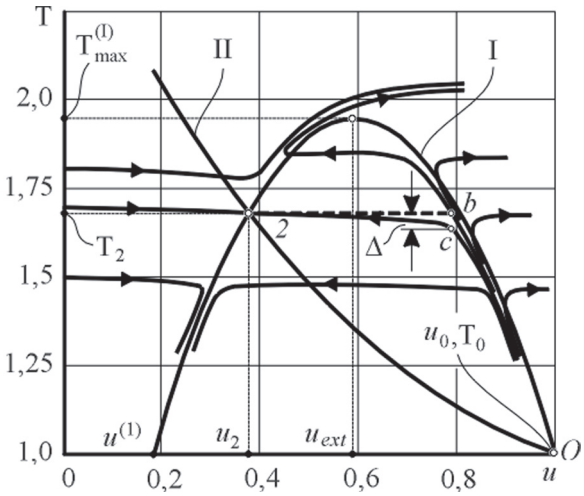

Рис. 2. Зависимости температуры газовоздушной смеси от ее скорости на ударной волне при числе Прандтля Pr = 0,1

Fig. 2. Depending on the temperature of the gas mixture from its velocity on the shock wave when the Prandtl number is Pr = 0,1

график которой на рис. 2 (линия I) представляет собой квадратную параболу, имеющую экстремальное значение T_{max} и дважды пересекающую ось абсцисс.

Исследовав функцию (23) на экстремум, найдем значение скорости u_{ext}, при котором температура смеси максимальна

$$u_{ext} = \frac{kM_0^2 + 1}{2kM_0^2},\ T^{(I)}_{max} = \frac{(kM_0^2 + 1)^2}{4kM_0^2}, \quad (24)$$

а из квадратного уравнения

$$u^2 - \frac{1 + kM_0^2}{kM_0^2}u + \frac{1}{kM_0^2} = 0,$$

вытекающего из формулы (23), при T = = 1 найдем точки пересечения u_0 = 1, графика функции (23).

Далее выявим связь между скоростью и температурой газовоздушной смеси при $K_T \to 0$, когда число Прандтля Pr $\to$ $\to \infty$. В этом случае уравнение (15) с учетом второй формулы (16) приобретает вид

$$\frac{2(T-1)}{k(k-1)M_0^2} - (1-u)\left(1 + \frac{2}{kM_0^2} - u\right) = 0, \quad (25)$$

откуда мы определяем функцию

$$T^{(II)} = 1 + \frac{1}{2}(1-u)\left[(1-u)kM_0^2 + 2\right](k-1), \quad (26)$$

график которой, показанный на рис. 2 цифрой II, также представляет квадратную параболу, но, в отличие от параболы I, не имеет локального экстремума на рассматриваемом отрезке.

Таким образом, функции (23), (26) и их графики на рис. 2 представляют собой два предельных случая: когда смесь является идеальным, теплопроводным газом и когда смесь является вязким нетеплопроводным газом.

Число Прандтля реального газа, обладающего и вязкостью, и теплопроводностью, всегда меньше единицы [15]. Далее мы будем полагать число Прандтля газовоздушной смеси равным 0,1.

Из анализа уравнения (21) вытекает, что $dT/du \to 0$ не только, когда Pr $\to$ 0, но также, если

$$\Theta(u, T) \to 0, \quad (27)$$

откуда, в силу формулы (18), вытекает два соотношения

$$F(u, T) \to 0,\ G(u, T) \neq 0, \quad (28)$$

последнее из которых означает, что в рассматриваемом случае все точки, принадлежащие параболе I, описываемой функцией (23) не принадлежат функции $T(u)$, определяемой из соотношений (28). Из формул (21) и (27) следует, что функция $T(u)$ постоянна, а ее графики на плоскости (u,T) представляют собой набор почти горизонтальных линий со стрелками (рис. 2).

Однако при приближении значений функции $T(u)$ к значениям параболы $T^{(I)}$ функция $G(u,T)$ уменьшается, а функция, $\Phi(u,T)$, наоборот, растет. Поэтому функцию $T(u)$ вблизи параболы $T^{(I)}$ следует определять из дифференциального уравнения (21), решение которого мы построили численно методом Гира при следующих исходных данных: $k = 1{,}4$; $M_0 = 2$; $Pr = 0{,}1$.

Анализируя построенные графики, замечаем, что основная часть изменения функции $T(u)$ происходит лишь вблизи параболы $T^{(I)}$, построенной по уравнению (23), при условии, что $Pr = 0$. В этом случае параметры пылегазовоздушной смеси u_0, T_0 из начального состояния, соответствующего точке 0, переходят в состояние 2 (рис. 2), параметры которого u_2, T_2 вдоль линии $0 \to b \to 2$. Особенность этого перехода состоит в том, что он содержит изотермический скачок $b \to 2$, толщина которого равно нулю. При $Pr = 0{,}1$ скачок $c \to 2$ уже не является изотермическим, поскольку в своем начале имеет толщину Δ, обусловленную, очевидно, наличием вязкости газовоздушной смеси.

Продолжая анализ графика на рис. 2, мы видим, что он иллюстрирует еще одно свойство решений системы уравнений ударного слоя, представляющих структуры фронта ударной волны. Как видно из рисунка, точка 2 на плоскости (u, T) является седловой точкой, и при в нее входит единственная интегральная кривая из тех, что проходит в окрестности точки O. Именно она и дает искомую структуру фронта. Если мы поставим своей задачей проинтегрировать систему уравнений (14), (15), (17) численно, то начать интегрирование непосредственно в точке O не удастся, поскольку она является особой, так как в ней правые части уравнений (14) и (15) равны нулю. Начав интегрировать в любой точке в окрестности точки O, при возрастании x мы не сможем попасть в точку 2, так как абсолютно исключено, что построенная численно интегральная кривая окажется той самой единственной кривой, входящей в точку 2 при $x \to \infty$. Близость начальной точки интегрирования к точк. 0 вовсе не гарантирует даже того, что интегральная кривая пройдет вблизи точки 2 прежде, чем начнет удаляться от нее.

Таким образом, несмотря на то, что стационарная структура фронта ударной волны описывается автономной системой обыкновенных дифференциальных уравнений, а численное интегрирование такой системы, независимо от числа уравнений, не представляет трудностей, решение задачи о структуре фронта путем непосредственного интегрирования системы уравнений ударного слоя оказывается, вообще говоря, невозможным. Поэтому далее мы рассмотрим только два предельных случая, характеризуемых параболами $T^{(I)}$ и $T^{(II)}$.

Оба этих случая имеют место и при условии, что

$$\frac{du}{dx} = 0\,, \quad \frac{dT}{dx} = 0\,, \qquad (29)$$

поскольку уравнения (14), (15) вновь приводятся к уравнениям (22), (25), которые в данном случае образуют систему уравнений.

Формулы (29) совпадают с двумя первыми граничными условиями (9). Полагая, что эти формулы справедливы и при $x \to +\infty$, придем к заключению, что параметры газовоздушной смеси u_2, T_2 в точке 2 (см. рис. 2), расположенной на

достаточно большом расстоянии за ударным фронтом, мы можем определить из системы

$$u_2 - 1 + \frac{1}{k\mathrm{M}_0^2}\left(\frac{\mathrm{T}_2}{u_2} - 1\right) = 0,$$

$$\frac{2(\mathrm{T}_2 - 1)}{k(k-1)\mathrm{M}_0^2} - (1 - u_2)\left(1 + \frac{2}{k\mathrm{M}_0^2} - u_2\right) = 0,$$

образованной из уравнений (22), (25). Корнями системы являются величины

$$u_{2(1)} = 1,\ \mathrm{T}_{2(1)} = 1,$$

$$u_{2(2)} = \frac{\mathrm{M}_0^2(k-1)+2}{\mathrm{M}_0^2(k+1)},$$

$$\mathrm{T}_{2(2)} = \frac{\left[\mathrm{M}_0^2(k-1)+2\right]\left[2k\mathrm{M}_0^2 - (k-1)\right]}{\mathrm{M}_0^2(k+1)^2}. \qquad (30)$$

Первые два корня соответствуют начальным параметрам смеси $u_0 = 1$, $\mathrm{T}_0 = 1$ при $x \to -\infty$. Два других корня, которые далее будем обозначать u_2, T_2, являются параметрами газовоздушной смеси за ударным фронтом при $x \to +\infty$, представляющие собой точки *O* и 2, в которых пересекаются графики функций $\mathrm{T}^{(\mathrm{I})}$ и $\mathrm{T}^{(\mathrm{II})}$ (см. рис. 2).

Зная скорость u_2, из уравнения (10) определяем относительную плотность газовоздушной смеси

$$\bar{\rho}_2 = \frac{1}{u_2} = \frac{\mathrm{M}_0^2(k+1)}{\mathrm{M}_0^2(k-1)+2} \qquad (31)$$

и далее обращаем внимание, что найденные параметры смеси u_2, T_2 и $\bar{\rho}_2$ не зависят от числа Прандтля, и поэтому газовоздушную смесь на достаточно большом удалении за ударным фронтом можно считать идеальным газом, в силу чего для определения давления смеси p_2 мы можем воспользоваться законом Менделеева — Клапейрона [12]

$$p_2 = \rho_2 R T_2,$$

где *R* является универсальной газовой постоянной. Тогда безразмерное давление $\bar{p}_2 = p_2 / p_0$ за ударным фронтом определяем по формуле

$$\bar{p}_2 = \frac{2k\mathrm{M}_0^2 - (k-1)}{k+1}. \qquad (32)$$

На рис. 3, 4 показаны графики зависимостей параметров смеси u_2, $\bar{\rho}_2$, T_2 и $\bar{p}_2$ от числа Маха M_0, для ряда значений показателя адиабаты Пуассона *k*.

Анализируя рисунки, замечаем, что скорость газовоздушной смеси резко

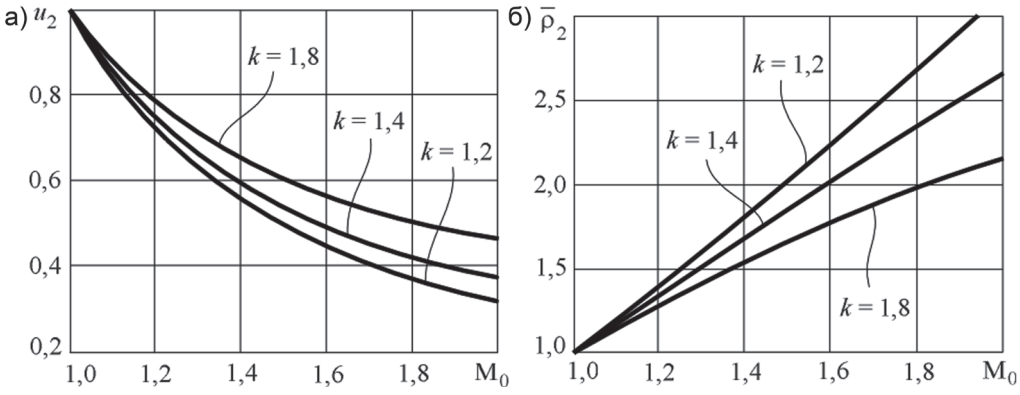

Рис. 3. Графики зависимостей скорости u_2 (а) и плотности $\bar{\rho}_2$ (б) смеси за ударным фронтом от числа Маха для ряда значений показателя адиабаты Пуассона

Fig. 3. Graphs of the dependence of the velocity u_2 (a) and density $\bar{\rho}_2$ (b) of the mixture behind the shock front on the Mach number for a number of values of the Poisson adiabatic index

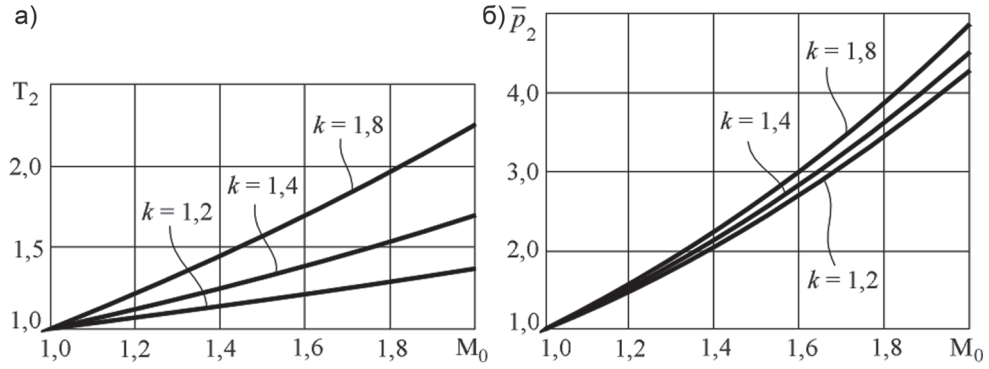

Рис. 4. Графики зависимостей температуры T_2 (а) и давления $\bar{p}_2$ (б) смеси за ударным фронтом от числа Маха для ряда значений показателя адиабаты Пуассона

Fig. 4. Graphs of temperature T_2 (a) and pressure $\bar{p}_2$ (b) of the mixture behind the shock front of the Mach number for a number of values of the Poisson's adiabatic index

падает, особенно при небольших значениях k. При этом функция $u_2(M_0)$ монотонно убывает, а ее графики для ряда значений k представляют собой вогнутые кривые (рис. 3, *а*). Наоборот, функция $\bar{p}_2(M_0)$ монотонно возрастает, причем тем существеннее, чем меньше показатель адиабаты Пуассона (рис. 3, *б*).

Другие параметры газовоздушного потока — давление и температура — также возрастают (рис. 4). Причем в большей степени это характерно для функции $\bar{p}_2(M_0)$, графики которой при различных значениях k представляют собой вогнутые кривые, монотонно возрастающие с увеличением числа Маха M_0.

По сравнению с давлением, температура увеличивается менее существенно, а графики функции мало отличаются от прямых линий. К сказанному добавим, что большие значения давления и температуры при фиксированном числе Маха имеют место при больших значениях показателя адиабаты Пуассона, влияние которого на давление в смеси менее существенно, чем на температуру.

Выводы

1. Составлена система уравнений, описывающая движение газовоздушных смесей в горных выработках, вязкость и теплопроводность которых оценивается числом Прандтля.

2. Построен график $T(u)$, представляющий собой фазовый портрет на плоскости (u, T), с помощью которого выполнен анализ структуры ударного фронта в вязкой, теплопроводной газовоздушной смеси. В результате анализа установлено:

а) если число Прандтля равно нулю, то вязкие свойства газовоздушной смеси вырождаются, а зависимость температуры смеси от ее скорости характеризуется квадратной параболой, в силу чего изменение параметров начального состояния смеси за ударным фронтом происходит в виде изотермического скачка;

б) если же число Прандтля не равно нулю, но значительно меньше единицы, то скачок в изменении параметров не является изотермическим, поскольку в своем начале он имеет толщину, обусловленную вязкостью газовоздушной смеси.

3. Найденные параметры газовоздушной смеси на значительном расстоянии за ударным фронтом не зависят от числа Прандтля, и поэтому газовоздушную смесь можно считать идеальным газом.

4. Анализ построенных графиков зависимостей безразмерных скорости, плотности, давления и температуры газо-

воздушной смеси от начального значения числа Маха для ряда значений показателя адиабаты Пуассона *k* показал:

а) скорость газовоздушной смеси резко падает, особенно при небольших значениях показателя адиабаты Пуассона *k*, а плотность, давление и температура увеличиваются;

б) чем меньше показатель адиабаты Пуассона, тем выше плотность газовоздушного потока, но ниже давление и температура при фиксированном числе Маха.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Большинский М.И., Лысиков Б.А., Каплюхин А.А.* Газодинамические явления в шахтах. — Севастополь: Вебер, 2003. — 284 с.

2. *Черданцев Н.В., Черданцев С.В.,* Ли Хи Ун, *Филатов Ю.М., Шлапаков П.А., Лебедев К.С.* Об одном подходе к описанию суфлярных выделений газа из резервуаров угольного массива в горные выработки // Безопасность труда в промышленности. — 2017. — № 3. — С. 45—52.

3. *Oparin V.N., Kiryaeva T.A.,* Gavrilov V.Yu., Tanashev Yu.Yu., *Bolotov V.A.* Initiation of underground fire sources // Journal of Mining Science, May 2016. Vol. 52, Issue 3, pp. 576—592.

4. *Чанышев А.И.* Об одном методе определения теплового состояния среды // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. — 2012. — № 4. — С. 83—93.

5. *Черданцев С.В., Шлапаков П.А., Ерастов А.Ю., Хаймин С.А., Лебедев К.С., Колыхалов В.В., Шлапаков Е.А.* Исследование температурного поля в породо-угольном скоплении в окрестности очага самонагревания // Наукоемкие технологии разработки и использования минеральных ресурсов. — 2018. — № 4. — С. 49—55.

6. *Васильев А.А., Васильев В.А.* Расчетные и экспериментальные параметры горения и детонации смесей на основе метана и угольной пыли // Вестник Научного центра по безопасности работ в угольной промышленности. — 2016. — № 2. — С. 8—39.

7. *Cherdantsev S.V., Li Hi Un, Filatov Yu.M., Botvenko D.V., Shlapakov P.A., Kolykhalov V.V.* Combustion of Fine Dispersed Dust-Gas-Air Mixtures in Underground Workings // Journal of Mining Science March 2018, vol. 54, Issue 2, pp. 339—346.

8. *Glushkov D.O., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A.* Initiation of Combustion of a Gel-Like Condensed Substance by a Local Source of Limited Power // Journal of Engineering Physics and Thermophysics, January 2017. Vol. 90, Issue 1, pp 206—216.

9. *Amelchugov S.P., Bykov V.I., Tsybenova S.B.* Spontaneous Combustion of Brown-Coal Dust. Experiment, Determination of Kinetic Parameters, and Numerical Modeling // Combustion, Explosion and Shock Waves, 2002, vol. 38, Issue 3, pp. 295—300.

10. *Kurlenya M.V., Skritsky V.A.* Methane Explosions and Causes of Their Origin in Highly Productive Sections of Coal Mines // Journal of Mining Science, 2017, vol. 53, no 5, pp 861—867.

11. *Федоров А.В., Фомин П.А., Тропин Д.А.* Простая кинетика и структура детонационной волны в метановоздушной смеси // Физика горения и взрыва. — 2014. — № 1. — С. 97—105.

12. *Овсянников Л.В.* Лекции по основам газовой динамики. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. — 336 с.

13. *Рахматуллин Х.А., Сагомонян А.Я., Бунимович А.И., Зверев Н.Н.* Газовая динамика. — М.: Высшая школа, 1965. — 723 с.

14. *Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М.* Уравнения в частных производных математической физики. — М.: Высшая школа, 1970. — 712 с.

15. *Кутателадзе С.С.* Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с. ГИАБ

REFERENCES

1. Bol'shinskiy M.I., Lysikov B.A., Kaplyukhin A.A. *Gazodinamicheskie yavleniya v shakhtakh* [Gas dynamic phenomena in mines], Sevastopol, Veber, 2003, 284 p.

2. Cherdantsev N.V., Cherdantsev S.V., Li Khi Un, Filatov Yu.M., Shlapakov P.A., Lebedev K.S. On one approach to the description of suflar gas emissions from the res-ervoirs of the coal massif into the mine workings. *Bezopasnost' truda v promyshlennosti*. 2017, no 3, pp. 45—52. [In Russ].

3. Oparin V.N., Kiryaeva T.A., Gavrilov V.Yu., Tanashev Yu.Yu., Bolotov V.A. Initiation of underground fire sources. *Journal of Mining Science*, May 2016. Vol. 52, Issue 3, pp. 576—592.

4. Chanyshev A.I. A method to determine a body's thermal state. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*. 2012, no 4, pp. 83—93. [In Russ].

5. Cherdantsev S.V., Shlapakov P.A., Erastov A.Yu., Khaymin S.A., Lebedev K.S., Kolykhalov V.V., Shlapakov E.A. Study of the temperature field in Portogallo congestion in the vicinity of the center of self-heating. *Naukoemkie tekhnologii razrabotki i ispol'zovaniya mineral'nykh resursov*. 2018, no 4, pp. 49—55. [In Russ].

6. Vasil'ev A.A., Vasil'ev V.A. Calculated and experimental parameters of com-bustion and detonation of mixtures based on methane and coal dust. *Vestnik Nauchnogo tsentra po bezopasnosti rabot v ugol'noy promyshlennosti*. 2016, no 2, pp. 8—39. [In Russ].

7. Cherdantsev S.V., Li Hi Un, Filatov Yu.M., Botvenko D.V., Shlapakov P.A., Kolykhalov V.V. Combustion of Fine Dispersed Dust-Gas-Air Mixtures in Underground Workings. *Journal of Mining Science.* March 2018, vol. 54, Issue 2, pp. 339—346.

8. Glushkov D.O., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A. Initiation of Combustion of a Gel-Like Condensed Substance by a Local Source of Limited Power. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, January 2017. Vol. 90, Issue 1, pp 206—216.

9. Amelchugov S.P., Bykov V.I., Tsybenova S.B. Spontaneous Combustion of Brown-Coal Dust. Experiment, Determination of Kinetic Parameters, and Numerical Modeling. Combustion, *Explosion and Shock Waves*, 2002, vol. 38, Issue 3, pp. 295—300.

10. Kurlenya M.V., Skritsky V.A. Methane Explosions and Causes of Their Origin in Highly Productive Sections of Coal Mines. *Journal of Mining Science*, 2017, vol. 53, no 5, pp 861—867.

11. Fedorov A.V., Fomin P.A., Tropin D.A. Simple kinetics and detonation wave structure in a methane-air mixture. *Fizika goreniya i vzryva*. 2014, no 1, pp. 97—105. [In Russ].

12. Ovsyannikov L.V. *Lektsii po osnovam gazovoy dinamiki* [Lectures on the basics of gas dynamics], Moskva-Izhevsk, Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2003, 336 p.

13. Rakhmatullin Kh.A., Sagomonyan A.Ya., Bunimovich A.I., Zverev N.N. *Gazovaya dinamika* [Gas dynamics], Moscow, Vysshaya shkola, 1965, 723 p.

14. Koshlyakov N.S., Gliner E.B., Smirnov M.M. *Uravneniya v chastnykh proizvodnykh matematicheskoy fiziki* [Partial differential equations of mathematical physics], Moscow, Vysshaya shkola, 1970, 712 p.

15. Kutateladze S.S. *Osnovy teorii teploobmena* [Fundamentals of heat transfer theory], Moscow, Atomizdat, 1979, 416 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Черданцев Сергей Васильевич[1] — д-р техн. наук,
главный научный сотрудник, e-mail: svch01@yandex.ru,
Филатов Юрий Михайлович[1] — канд. техн. наук,
генеральный директор, e-mail: belovo-f@mail.ru,
Шлапаков Павел Александрович[1] — канд. техн. наук,
зав. лабораторией, e–mail: shlapak1978@mail.ru,
[1] АО «Научный центр ВостНИИ по промышленной
и экологической безопасности в горной отрасли» (АО «НЦ ВостНИИ»).
Для контактов: *Черданцев С.В.*, e-mail: svch01@yandex.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

S.V. Cherdantsev[1], Dr. Sci. (Eng.), Chief Researcher,
e-mail: svch01@yandex.ru,
Yu.M. Filatov[1], Cand. Sci. (Eng.), General Director,
e-mail: belovo-f@mail.ru,
P.A. Shlapakov[1], Cand. Sci. (Eng.), Head of Laboratory,
e–mail: shlapak1978@mail.ru,
[1] Join-stock company «Scientific Centre VOSTNII on Industrial and Ecological Safety
in Mountain Industry» (JC «NC VOSTNII»), 650002, Kemerovo, Russia.
Corresponding author: S.V. Cherdantsev, e-mail: svch01@yandex.ru.