

Е.С. Слепцова, Б.В. Яковлев, А.И. Матвеев

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ФРАКЦИЙ В КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ СЫПУЧЕЙ СРЕДЕ

Аннотация. Одним из эффективных методов сепарации тяжелых зерен в сыпучей среде, например, золота, является гравитационная отсадка. В работах по моделированию процесса отсадки используется теория броуновской частицы, где решается уравнение типа Фоккера-Планка, но в них фактически не учитывается взаимодействие частиц полезной фракции между собой. Экспериментальным путем определены параметры, учитывающие взаимодействие этих частиц, полученные математическим моделированием процесса. В качестве исследуемого материала берется магнетик, содержащийся в природном песке. Этот материал (тяжелая фракция) имеет большую плотность, чем песок (приблизительно 1,2 раза). Тяжелая фракция разделяется из песка с помощью постоянного магнита. В результате исследований получены теоретические распределения концентрации магнетика по высоте объема устройства адаптированные с экспериментальными данными. Исследования проведены при различных условиях: сухая смесь, жидкая смесь, различные режимы работы вибратора. Полученные распределения позволяют при определенных заданных начальных условиях (например, при определенном процентном отношении тяжелой фракции от общего объема песка) вычислить вероятное время, за которое образуется некоторый заданный слой материала на дне емкости отсадочной постели с определенной концентрацией полезной фракции. Результаты исследования показали, что градиентная сила со временем увеличивается, а сила сопротивления среды наоборот убывает, если в начальный момент времени вся полезная (тяжелая) фракция находилась на верхней части массы песка.

Ключевые слова: полезная фракция, распределение, уравнение Фоккера-Планка, обогащение, отсадка, стохастический процесс.

DOI: 10.25018/0236-1493-2018-9-0-186-192

Введение

Одним из эффективных методов сепарации тяжелых зерен в сыпучей среде, например, золота, является гравитационная отсадка [1]. Метод обогащения полезных ископаемых, основанный на расслоении зернистых фракций породы по плотности, крупности и т.п., которое происходит под воздействием вибрирующей среды, в гравитационном поле Земли используется достаточно широко [2, 3]. В Институте горного дела севера СО РАН предложен способ переработки магнитных шлихов, заключающийся в отделении золота при отсадке в маг-

нитных полях [4]. Для конструирования и усовершенствования таких устройств необходимы математические модели, определяющие концентрации тяжелых фракций в объеме отсадочной машины при различных условиях. Известны несколько подходов для описания процесса отсадки, но в последние годы стал популярным статистический подход, основанный на теории стохастических процессов [5, 6].

В работе [7] предложена математическая модель процесса отсадки, в которой получено уравнение Фоккера-Планка и используется теория броуновской

частицы. Согласно модели распределение частиц полезной фракции зависит от параметров среды, а именно от частоты и амплитуды вибрирующей среды. В математической модели не учитывается взаимодействие частиц полезной фракции между собой. Параметры, учитывающие взаимодействие, должны входить в математическую модель как зависящее от времени коэффициент пропорциональности для сопротивления среды. Целью настоящей работы определение этих параметров методами натурального эксперимента. Для достижения данной цели был разработан экспериментальный стенд, содержащий вибрирующую с определенной частотой и амплитудой емкость с сухим песком (среда) и зернышками магнетика (с размерами песчинок).

Материалы и методы исследования

Исследования проводились методами математического моделирования и натурального эксперимента.

В математической модели [7] было получено аналитическое выражение для распределения вероятностей в зависимости от высоты:

$$n(t, x) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \cdot \left(\exp\left(-\frac{(x-h)^2}{4Dt}\right) + \exp\left(-\frac{(x+h)^2}{4Dt}\right) \right) \cdot \exp\left(-\frac{(mg)^2 t}{4k\alpha} - \frac{mg(x-h)}{2k}\right) + \frac{mg}{k} \exp\left(-\frac{mgx}{k}\right) \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \cdot \int_{-\infty}^{\frac{mgt}{\alpha} - x - h} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4Dt}\right) d\eta \quad (1)$$

Для данной задачи более тяжелые частицы в объеме отсадочной постели в

начальный момент времени находятся сверху, т.е. образуют некоторый слой. При моделировании этого распределения можно воспользоваться решением задачи для одной частицы (или одного слоя). Для невзаимодействующих частиц распределение приблизительно будет иметь вид, изображенный на рис. 1.

Таким образом, эволюцию функции распределения можно найти рассматривая суперпозицию функций (1).

$$n(t, x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i(t, x). \quad (2)$$

Полученные распределения позволяют при заданных значениях добываемых фракций (например, в процентах от общего объема) с неравномерным начальным распределением вычислить вероятное время, за которое образуется некоторый заданный слой материала на дне емкости отсадочной постели с определенной концентрацией полезной фракции.

В данной задаче зерна тяжелой фракции должны взаимодействовать между собой в начальные моменты времени, пока частицы в этом слое находятся в

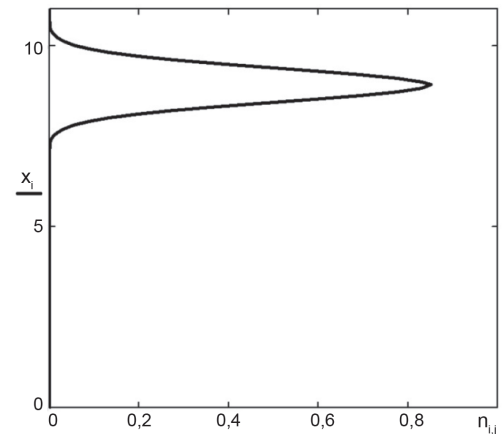


Рис. 1. Распределение концентрации $n(x)$ фракции тяжелых частиц в начальный момент времени в зависимости от высоты x

Fig. 1. Concentration (x) of heavy particles as function of height x at the initial time

более стесненных условиях. С течением времени происходит расхождение частиц тяжелой фракции, и процесс стремится к модели невзаимодействующих между собой частиц полезной фракции [7]. При этом взаимодействие частиц между собой должно зависеть от окружения. То есть от градиентной силы:

$$F_{gr} = -\frac{k(t)}{n(t, \vec{r})} \nabla n(t, \vec{r}) \quad (3)$$

Сопротивление среды также должно иметь временную зависимость при диффузии.

В выше указанной модели учитывающим окружение параметром является k в формуле градиентной силы, а параметром учитывающим сопротивление среды — α . Эти параметры должны зависеть от времени в процессе отсадки.

$$\alpha(t) = \frac{m\omega_0}{2\pi} + 6\pi\eta r_0$$

Поэтому формулу (1) переписываем в виде:

$$n(t, x) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D(t)t}} \cdot \left(\exp\left(-\frac{(x-h)^2}{4D(t)t}\right) + \exp\left(-\frac{(x+h)^2}{4D(t)t}\right) \right) \cdot \exp\left(-\frac{(mg)^2 t}{4k(t)\alpha(t)} - \frac{mg(x-h)}{2k(t)}\right) + \frac{mg}{k(t)} \exp\left(-\frac{mgx}{k(t)}\right) \frac{1}{\sqrt{4\pi D(t)t}} \cdot \int_{-\infty}^{\frac{mgt}{\alpha(t)} - x - h} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4D(t)t}\right) d\eta \quad (4)$$

где $D(t) = \frac{k(t)}{\alpha(t)}$.

Зависимости $k(t)$ и $\alpha(t)$ определяются из эксперимента.

В эксперименте в качестве исследуемого материала берется магнетик, со-

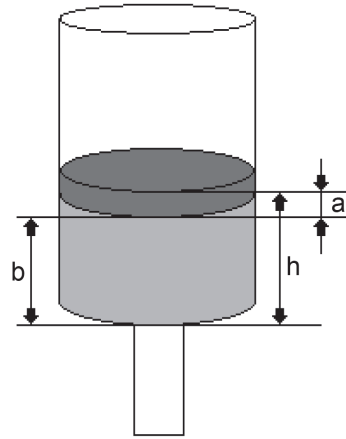


Рис. 2. Схема эксперимента: a — толщина слоя тяжелой фракции; b — толщина чистого песка
Fig. 2. Experimental scheme: a —heavy fraction layer; b —pure sand thickness

державшийся в природном песке. Обычно процентное составляющее этого материала составляет примерно 2,5%. Этот материал называем — тяжелой фракцией, так как она приблизительно 1,2 раза имеет большую плотность чем песок. Тяжелая фракция разделяется из песка с помощью постоянного магнита. Чистый песок без магнетика помещается в емкости устройства, на верхней свободной поверхности песка размещается тонким слоем состав из магнетика. При вибрации емкости тяжелая фракция под действием гравитационного поля земли диффундирует в нижнюю часть рабочей емкости устройства. За достаточно большой промежуток времени состав из тяжелой фракции почти полностью окажется на дне емкости, согласно теории в этом случае концентрация тяжелой фракции будет стремиться к распределению Больцмана. Промежуточные распределения определяются из математической модели [7].

На рис. 2 представлена схема эксперимента.

Емкость приводится в колебательное движение с помощью реноватора (при



Рис. 3. Экспериментальная установка

Fig. 3. Experimentation plant

горизонтальных колебаниях) или перфоратора (при вертикальных колебаниях) с определенной частотой. Рассматривались две фракции с различной плотностью $\rho_0 = 1,5$ г/мл, $\rho_0 = 1,8$ г/мл. В начальный момент времени более тяжелая фракция в количестве 20 мл находится в верхней части емкости цилиндрической формы с песком (120 мл). Емкость приводится в вертикальное колебательное

движение с помощью перфоратора с частотой $\omega_0 = 2\pi \cdot 150$, амплитудой 2 мм. Через определенный промежуток времени частицы более тяжелой фракции диффундируют вниз. За равные промежутки времени проводится измерение распределения тяжелых частиц (рис. 3). При этом разделение частиц каждый раз проводится с помощью постоянного магнита (рис. 4). Таким образом, получены

Результаты эксперимента для сухой среды

Результаты эксперимента для сухой среды

мл\сек	2	3	4	5	6	7	8
140–120	16,8	10,3	8,1	4,5	0	0	0
120–100	6,5	7,1	5,1	5,55	10	9	5,565
100–80	4,5	5,7	6,2	8	5,55	4,8	3,62
80–60	2,3	3,5	4,1	4,27	4,2	5	10,8
60–40	1,3	2,3	2,8	2	7,7	6,7	5,5
40–20	0,7	1,5	1,4	1,7	1,3	2,6	4,1
20–0	0,5	1,2	1,8	2,2	1,20	1,9	3,75

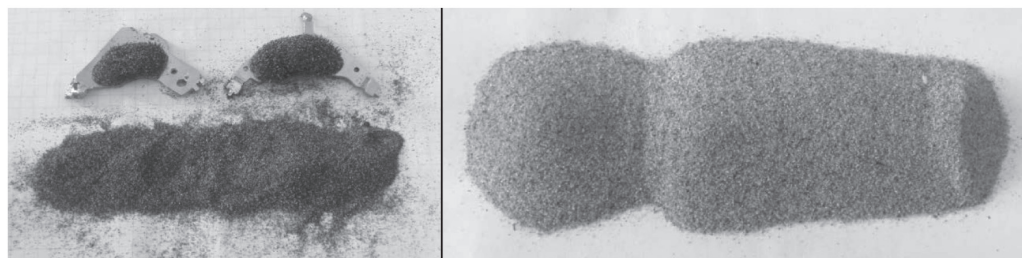


Рис. 4. Разделение фракций

Fig. 4. Separation of fractions

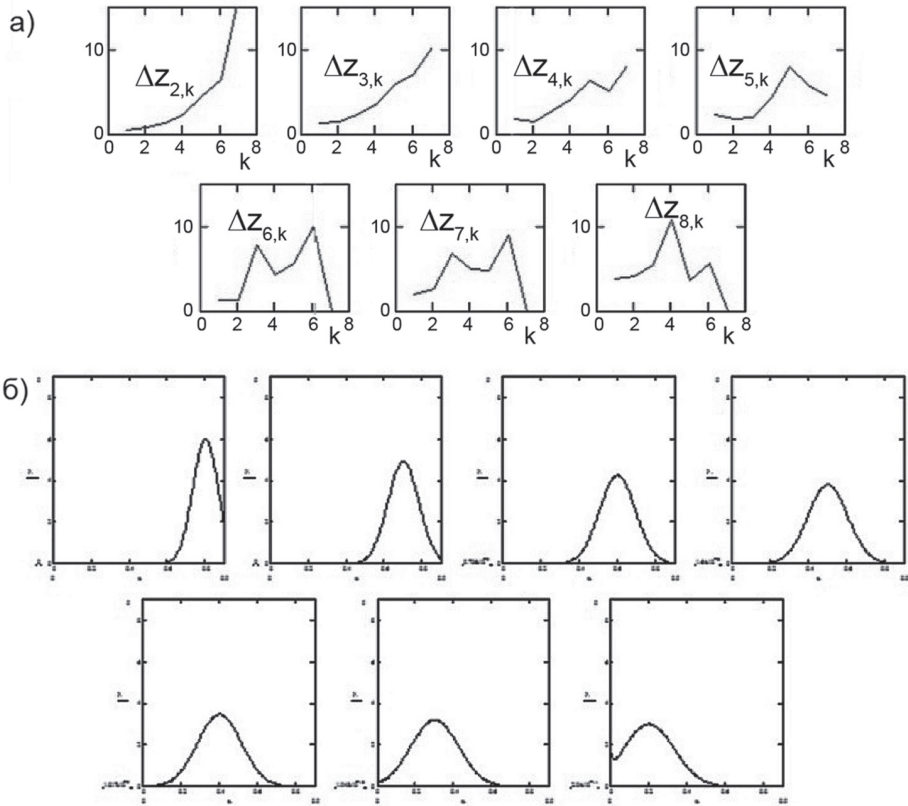


Рис. 5. Данные эксперимента по распределению тяжелых частиц (а); теоретические результаты для распределения частиц по высоте емкости (б)

Fig. 5. a) Experimental data on distribution of heavy particles; b) theoretical results for distribution of particles along the container height

концентрации магнетика по высоте объема устройства. Измерения проведены при различных условиях: сухая смесь, жидкая смесь, различные режимы работы вибратора.

Результаты исследования

Полученные распределения позволяют при заданных значениях тяжелых фракций (например, в процентах от общего объема) с неравномерным началь-

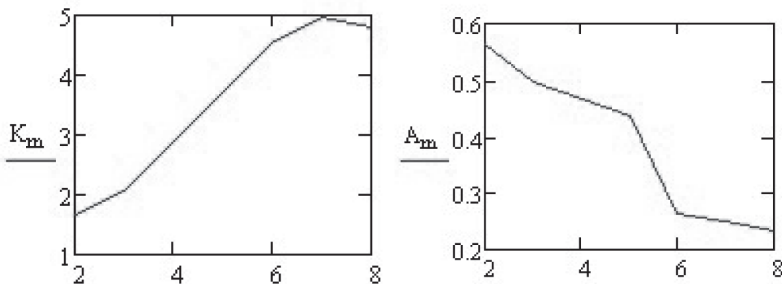


Рис. 6. Графики зависимости $k(t)$ и $\alpha(t)$

Fig. 6. Curves

ным распределением вычислить вероятное время, за которое образуется некоторый заданный слой материала на дне емкости отсадочной постели с определенной концентрацией полезной фракции. В таблице показаны результаты эксперимента для сухой среды при частоте колебаний среды 150 Гц. В первом столбце высота слоев, 2–8 столбцах количества тяжелой фракции за 2–8 с, соответственно. На рис. 5 представлены экспериментальные и теоретические графики этих зависимостей.

Из результатов эксперимента определены зависимости $k(t)$ и $\alpha(t)$ (рис. 6).

Заключение

Из графиков ясно видно, что градиентная сила со временем увеличивается, а сила сопротивления среды наоборот убывает. Это можно объяснить сле-

дующим образом: в начальный момент времени, когда частицы полезной фракции (более тяжелые) находятся в более стесненных условиях, градиентная сила имеет меньшее значение, чем в окружении легких частиц.

С течением времени происходит расщепление частиц тяжелой фракции в среде легких частиц. В этом случае должна увеличиваться подвижность частиц полезной фракции, а значит, увеличиваться градиентная сила.

Уменьшение силы сопротивления также связано с окружением, с уменьшением массы частиц окружающей среды должна уменьшаться и сила сопротивления среды.

Полученные результаты могут быть использованы для дальнейшей модернизации разработанной математической модели процесса отсадки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов О. Н. Закономерности эффективного разделения минералов в процессах обогащения полезных ископаемых. — М.: Недра, 1984.
2. Блехман И. И., Хайнман В. Я. О теории разделения сыпучих смесей под действием колебаний // Механика твердого тела. — 1968. — № 6. — С. 5–13.
3. Рафалес-Ламарка Э. Э. Применение методов теории вероятностных процессов при исследовании расслоения постели отсадочных машин / Труды УкрНИИ углеобогащения, т. 3. — М., 1964. — С. 50–68.
4. Слепцова Е. С. Исследование влияния магнитных и гравитационных полей на эффективность процесса отсадки при доводке золотосодержащих продуктов обогащения // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2017. — СВ 24. — С. 187–191.
5. Mayer F. W. Fundamentals of a potential theory of the jigging process. VII Int. Min. Proc. Congr. New-York, 1964, pp. 78–86.
6. Кизевальтер Б. В. Теоретические основы гравитационных процессов обогащения. — М.: Недра, 1979.
7. Слепцова Е. С., Никифорова Л. В., Яковлев Б. В., Матвеев А. И. Математическое моделирование процесса концентрации тяжелых частиц в постели отсадочной машины // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2014. — № 10. — С. 239–245. **ГИАБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Слепцова Екатерина Семеновна¹ — научный сотрудник,
e-mail: slept@mail.ru,

Матвеев Андрей Иннокентьевич¹ — доктор технических наук,
зав. лабораторией, e-mail: andrei.mati@yandex.ru,

Яковлев Борис Васильевич — доктор физико-математических наук,
профессор, e-mail: b-yakovlev@mail.ru, Физико-технический институт
Северо-Восточного Федерального Университета им. М.К. Аммосова,

¹ Институт горного дела Севера им. Н.В. Черского Сибирского отделения РАН.

Distribution of heavy particles in vibrating granular medium

Sleptsova E.S.¹, Researcher, e-mail: slept@mail.ru,
Matveev A.I.¹, Doctor of Technical Sciences, Professor,
Head of Laboratory, e-mail: andrei.mati@yandex.ru,
Yakovlev B.V., Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Professor, e-mail: b-yakovlev@mail.ru,
Physical and Technical Institute,
North-Eastern Federal University named after M.K. Ammosov,
677000, Yakutsk, Russia,
¹ Chersky Mining Institute of the North, Siberian Branch,
Russian Academy of Sciences, 677018, Yakutsk, Russia.

Abstract. One of efficient methods to separate heavy grains from granular material, for instance, gold, is gravity jigging. The known approaches to jigging modeling use the Brownian particle theory and solve the Fokker–Planck equation. The interaction between particles of useful fraction is neglected in this case. The present article is focused on determination of parameters which take into account such interaction. The theoretically modeled parameters are later on found experimentally. The test material is chosen to be magnetic substance contained in natural sand. This material (heavy particles) have higher density than sand (by a factor of 1.2 approximately). The heavy particles are separated from sand using permanent magnet. As result of the research, theoretical distributions of the magnetic substance concentrations along the height of a test container are obtained and adapted to experimental data. The tests are carried out in varied conditions: dry mix, liquid mix, varied vibration regimes. The resultant distributions, given the preset initial conditions (e.g. definite percentage of heavy particles and total sand volume), enable calculating time of formation of a preset material layer with the certain concentration of useful fraction on the bottom of the settlement container. The research findings show that the gradient force grows in time while the medium resistance decreases vice versa in case that all useful fraction (heavy particles) is at the top of the sand contained at the initial time.

Key words: useful fraction, distribution, Fokker–Planck equation, beneficiation, settlement, stochastic process.

DOI: 10.25018/0236-1493-2018-9-0-186-192

REFERENCES

1. Tihonov O.N. *Zakonomernosti ehffektivnogo razdeleniya mineralov v processah obogashcheniya poleznykh iskopaemykh* [Mechanisms of efficient separation of in mineral processing], Moscow, Nedra, 1984.
2. Blekhman I.I., Hajnman V.Ya. O teorii razdeleniya sypuchih smesey pod dejstviem kolebaniy [Theory of separation of granular mixtures under vibrations]. *Mekhanika tverdogo tela*. 1968, no 6, pp. 5–13. [In Russ].
3. Raffles-Lamarka Eh.Eh. Primenenie metodov teorii veroyatnostnykh processov pri issledovanii rassloeniya posteli otsadochnykh mashin [Application of probability process theory methods to studying lamination of bed in jigging machines. Transactions of the Ukrainian Research Institute of Coal Dressing]. *Trudy UkrNIL ugleobogashcheniya*, vol. 3. Moscow, 1964, pp. 50–68.
4. Sleptsova E.S. Issledovanie vliyaniya magnitnykh i gravitaciognykh polej na ehffektivnost' processa ot-sadki pri dovodke zolotosoderzhashchih produktov obogashcheniya [Effect of magnetic and gravitational fields on jigging efficiency in finishing of gold-bearing products]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. 2017, Special edition 24, pp. 187–191. [In Russ].
5. Mayer F.W. Fundamentals of a potential theory of the jigging process. *VII Int. Min. Proc. Congr. New-York*, 1964, pp. 78–86.
6. Kizeval'ter B.V. *Teoreticheskie osnovy gravitatsionnykh protsessov obogashcheniya* [Theoretical foundations of gravity processes in beneficiations], Moscow, Nedra, 1979.
7. Sleptsova E.S., Nikiforova L.V., Yakovlev B.V., Matveev A.I. Matematicheskoye modelirovanie protsessa koncentratsii tyazhelykh chastits v posteli otsadolchnoy mashiny [Mathematical modeling of concentration of heavy particles in the bed of jigging machine]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. 2014, no 10, pp. 239–245. [In Russ].

