УДК 51:622.7

И.Ф. Лебедев, С.Р. Крылатова, Д.М. Гаврильев, Б.В. Яковлев

СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В ВИНТОВОМ ПНЕВМОСЕПАРАТОРЕ

Аннотация. Одним из разработанных пневматических устройств в ИГДС СО РАН для обогащения золотосодержащих руд является винтовой пневмосепаратор. Для усовершенствования пневмосепараторов необходимы теоретические исследования движения частиц на рабочей поверхности сепаратора. Для определения оптимальных параметров винтового пневмосепаратора необходима разработка математической модели процессов происходящих внутри сепаратора. Для решения подобной задачи предлагается статистический подход, а именно, при определении вероятности используется идея метода Гиббса. Разработаны математическая модель винтовой поверхности пневмосепаратора, модель движения частицы и потока невзаимодействующих частиц по рабочей поверхности сепаратора, и алгоритм определения концентрации потока частиц. Рассчитанное распределение концентрации невзаимодействующих частиц на рабочей поверхности устройства отождествляется с распределением вероятности местонахождения одной частицы. Предложенный статистический метод определяет вероятность положения частицы внутри сепаратора в зависимости от рабочих параметров аппарата (масса и размер частицы, скорость потока воздуха). Полученный результат является основой для разработки и решения задач коллективного движения частиц на рабочей поверхности пневмосепаратора. Изложенный метод может быть использован для определения вероятности местонахождения частиц и для других аппаратов обогащения полезных ископаемых.

Ключевые слова: винтовой сепаратор, концентрация, статистический метод, уравнение движения, поток частиц, обогащение, математическая модель.

DOI: 10.25018/0236-1493-2018-9-0-165-171

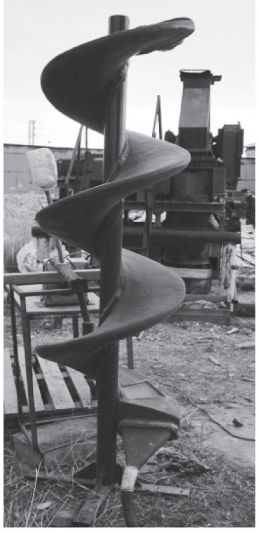
В настоящее время пневматическое обогащение широко используется при обогащении минерального сырья с низкой плотностью, такого как асбест, уголь, слюда и т.п. [1—4]. Множество оригинальных устройств для переработки песков без воды были разработаны, но только очень не многие из них были рентабельны и прибыльны при эксплуатации [5, 6].

Одним из разработанных пневматических устройств в ИГДС СО РАН для обогащения золотосодержащих руд является винтовой пневмосепаратор (рис. 1) [7]. В отличие от других винтовых сепараторов, пневмосепаратор продувается воздухом с нижней части устройства, и из-за наклона рабочей поверхности тяжелая частица смещается в центральную часть сепаратора и отделяется. Частицы песка, под действием потока воздуха совершая вращательное движение, уходят наверх и выбрасываются из сепаратора.

Для усовершенствования пневмосепараторов необходимы теоретические исследования движения частиц на рабочей поверхности сепаратора.

Для определения оптимальных параметров винтового пневмосепаратора необходима разработка математической модели процессов протекающих в рабо-

ISSN 0236-1493. Горный информационно-аналитический бюллетень. 2018. № 9. С. 165–171.
© И.Ф. Лебедев, С.Р. Крылатова, Д.М. Гаврильев, Б.В. Яковлев. 2018.



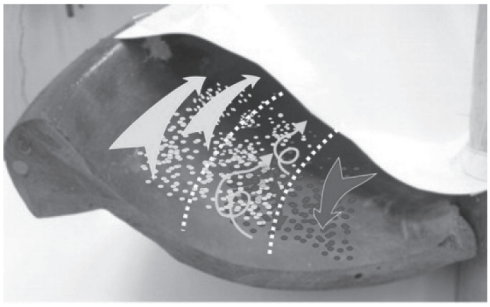


Рис. 1. Винтовой пневмосепаратор
Fig. 1. Spiral air separator

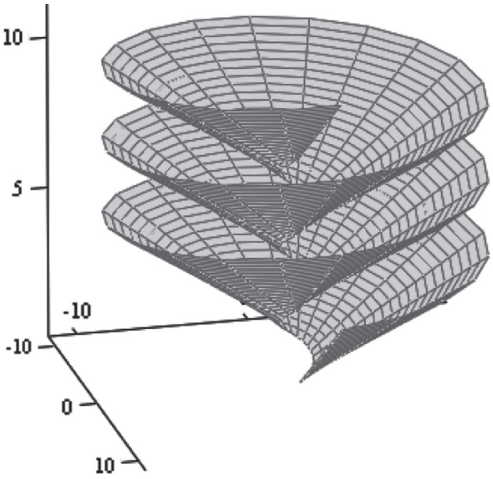


Рис. 2. Рабочая поверхность винтового пневмосепаратора
Fig. 2. Work face of spiral air separator

чей зоне пневмосепаратора. В работах [8—10] представлены математические модели движения частицы в винтовом сепараторе.

В работе [11] исследованы процессы разделения частиц в винтовом сепараторе методом дискретных элементов. В этих исследованиях появляется новая задача определения вероятности положения частицы на рабочей поверхности пневмосепаратора в процессе работы. Такая задача может быть использована как основной элемент математической модели коллективного движения частиц в пневмосепараторе.

В настоящей работе для описания движения частицы используется идея метода Гиббса. То есть вместо последовательных (по времени) состояний системы вводится ансамбль, который представляет собой совокупность состояний из многих систем с определенными начальными условиями. На первом этапе работы определяется движение одной частицы внутри пневмосепаратора под действием направленного потока воздуха. В качестве рабочей поверхности выбрана винтовая поверхность с определенным углом раствора и аксиальным углом наклона. Математическая модель рабочей поверхности винтового сепаратора получена обобщением модели конической поверхности, то есть добавляется третья аксиальная компонента нормали поверхности (рис. 2).

Уравнение движения частицы имеет вид:

$$m\vec{R} = \vec{F}_в + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} \qquad (1)$$

где $\vec{R} = r\vec{e}_r + z\vec{e}_z$ — радиус вектор частицы; m — ее масса;

$$\vec{F}_2 = a\left(v_0\cos(\beta) - v_\psi\right)\vec{e}_\psi +$$

$$+a\left(v_0\sin(\beta) - \frac{1}{\tan(\alpha)}v_r - \tan(\beta)\cdot v_\psi\right)\vec{e}_z$$ —

сила действия потока воздуха; a — коэффициент сопротивления при движении

тела в воздушной среде, зависящая от характеристики среды, формы и свойств тела; v_0 — скорость потока воздуха; v_ψ — аксиальная составляющая скорости движения тела; $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ — ускорение свободного падения; $\vec{F}_{тр} = -Nf\dfrac{\vec{v}}{v}$ — сила трения о поверхность; r — расстояние от оси модели до частицы; ψ — угол цилиндрической системы координат; $\vec{e}_r, \vec{e}_\psi, \vec{e}_z$ — базисные вектора цилиндрической системы координат.

Нормаль к рабочей поверхности сепаратора определяется соотношением

$$\vec{e}_N = -\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta)\cdot\vec{e}_r - \\ -\sin(\alpha)\cdot\sin(\beta)\cdot\vec{e}_\psi + \sin(\alpha)\cdot\cos(\beta)\cdot\vec{e}_z$$

где $\beta = \arctan\left(\dfrac{h}{2\cdot\pi\cdot R}\right)$ — угол наклона рабочей поверхности по азимутальному направлению; α — угол полураствора конусной поверхности, т.е. угол наклона нормали рабочей поверхности по радиальному направлению.

Нормаль к рабочей поверхности относительно вертикальной оси можно написать в следующем виде:

$$\vec{e}_N = -\sin(\gamma_1)\cdot\cos(\gamma_2)\cdot\vec{e}_r - \\ -\sin(\gamma_1)\cdot\sin(\gamma_2)\cdot\vec{e}_\psi + \cos(\gamma_1)\cdot\vec{e}_z$$

где γ_1 — угол между нормалью и вертикальной осью; γ_2 — азимут проекции нормали на горизонтальную плоскость,

$$\cos(\gamma_1) = \sin(\alpha)\cdot\cos(\beta), \\ \tan(\gamma_2) = -\tan(\alpha)\cdot\tan(\beta).$$

$$\vec{N} = \vec{N}(v_\psi, r) = \\ = \left\{mg\cdot\cos(\gamma_1) + \frac{mv_\psi^2}{r}\cdot\cos(\gamma_2)\sin(\gamma_1)\right\}\cdot\vec{e}_N$$

— сила реакции поверхности.

Из (1) получена система дифференциальных уравнений с начальными условиями:

$$r(0) = r_0,\ \psi(0) = \psi_0,\ z(0) = z_0, \\ v_r(0) = 0,\ v_\psi(0) = 0,\ v_z(0) = 0$$

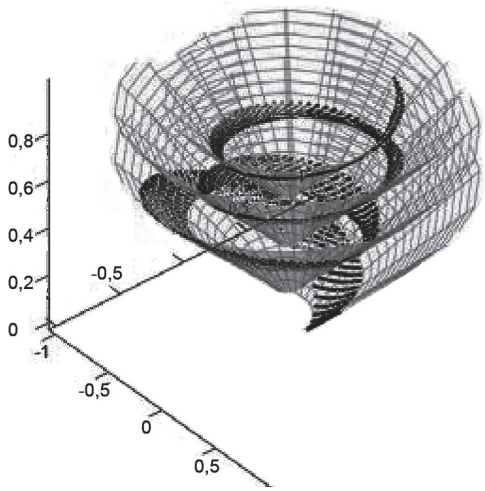


Рис. 3. Распределение концентрации невзаимодействующих частиц

Fig. 3. Distribution of concentration of noninteracting particles

$$\dot{r} = v_r$$

$$\dot{\psi} = \frac{v_\psi}{r}$$

$$\dot{z} = \frac{1}{tg(\alpha)}\cdot v_r + tg(\beta)\cdot v_\psi$$

$$\dot{v}_r = \frac{v_\psi^2}{r} - \frac{N}{m}\cos(\alpha)\cos(\beta) - f\frac{N}{m}\frac{v_r}{v}$$

$$\dot{v}_\psi = -\frac{N}{m}\sin(\alpha)\sin(\beta) + \\ +\frac{a}{m}\left(v_0\cdot\cos(\beta) - v_\psi\right) - \frac{v_r v_\psi}{r} - f\frac{N}{m}\frac{v_\psi}{v}$$

$$\dot{v}_z = -g + \\ +\frac{a}{m}\left(v_0\cdot\sin(\beta) - \left(\frac{v_r}{tg(\alpha)} + tg(\beta)\cdot v_\psi\right)\right) + \\ +\frac{N}{m}\sin(\alpha)\cos(\beta) - \\ -f\frac{N}{m}\frac{1}{v}\left(\frac{1}{tg(\alpha)}\cdot v_r + tg(\beta)\cdot v_\psi\right)$$

Эта система решается методом Рунге-Кутты, тем самым определяется закон движения частицы по рабочей поверхности.

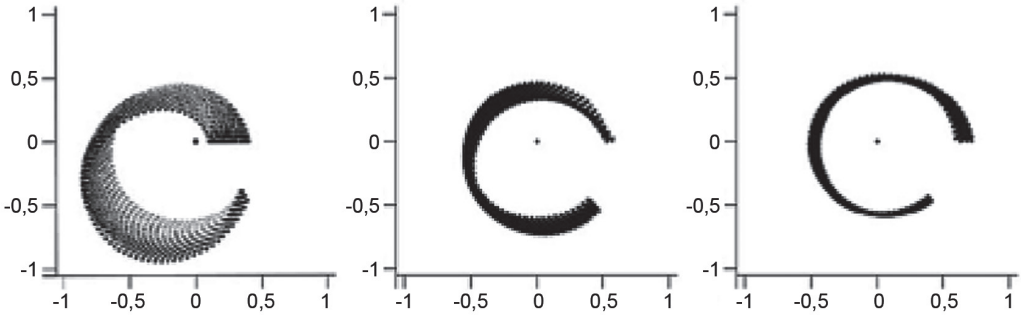


Рис. 4. Распределение частиц на модельной плоскости для трех витков
Fig. 4. Distribution of particles on model face of three spirals

Используя полученный результат можно определить траектории и законы движения невзаимодействующих частиц. Совокупность состояний невзаимодействующих частиц принимаем за статистический ансамбль. Ясно, что в начальный момент времени вдоль радиуса винтовой поверхности распределение положения частицы однородно. Зная начальные условия для невзаимодействующих частиц можно определить концентрацию частиц на винтовой поверхности в последующие моменты времени. При стационарном случае получается определенное независящее от времени распределение плотности частиц на поверхности.

Согласно методу Гиббса это распределение отождествляется с распределением вероятности местонахождения одной частицы. В качестве примера в работе рассмотрен поток из 30 частиц с равномерным начальным распределением по радиусу (рис. 3). Вероятность местонахождения частицы на рабочей поверхности определяется как концентрация этого потока.

С целью определения концентрации потока частиц рабочую поверхность каждого витка отображаем на плоскость (рис. 4), которую назовем модельной плоскостью. Имеем некоторый поток частиц в модельной плоскости с заданными координатами и скоростями в начальный момент времени. Законы движения для каждой частицы известны. Для решения задачи используем вычислительные свойства компьютера. На компьютере строим положение частицы в плоскости за равные промежутки времени (потому что, в начальный момент времени поток однородный). В окрестности точки наблюдения (*X, Y*) выделяем физически бесконечно малую область, например, для плоской задачи окружность с радиусом *R* с центром в точке наблюдения. Относительно этой точки наблюдения определяем расстояние всех точек потока по формуле

$$L_i = \sqrt{\left(X - x_i\right)^2 + \left(Y - y_i\right)^2} \ .$$

Следующим шагом создаем программу, определяющую расстояния до точек, которые лежат только внутри этой окружности:

$$L1_{i,k} = \left| \begin{array}{l} 0 if L_{i,k} > R \\ L_{i,k} otherwise \end{array} \right.$$

Расстояния до тех точек, которые лежат вне окружности зануляются программой. Таким образом получается двухмерная матрица данных определяющая расстояния от центра окружности до точек лежащих внутри него. Элементы матрицы делятся на значение самих элементов.

$$K_{i,k} = \frac{L1_{i,k}}{L1_{i,k}}$$

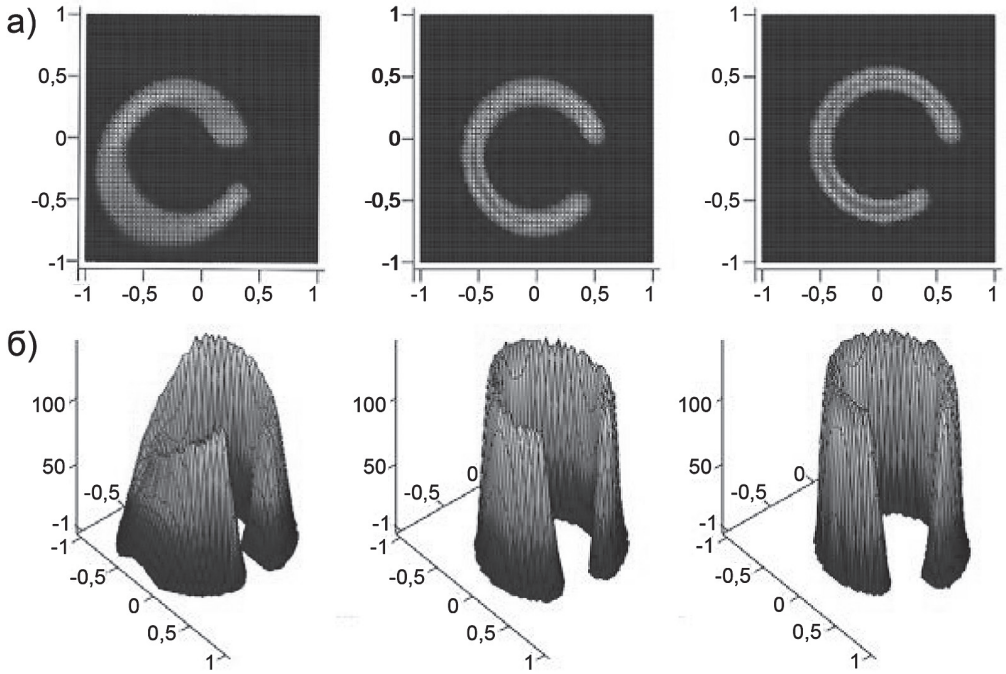


Рис. 5. Распределение концентрации на модельной плоскости: вид сверху (а); вид сбоку (б)
Fig. 5. Distribution of concentration on model face: a—top view; b—side view

Тогда элементами матрицы является только 0 и 1. Следовательно, суммируя все элементы матрицы $k = \sum_{i=0}^{n}\left(\sum_{k=0}^{n} K_{i,k}\right)$ получаем количество частиц внутри окружности с физически бесконечно малым объемом. Выбирая координаты точек наблюдения, и введя соответственно физически бесконечно малые области, определяем количество частиц внутри такой «подвижной» окружности на всей плоскости. Концентрация частиц определяется отношением количества частиц на площадь окружности. На рис. 5 представлен график концентрации частиц на модельной плоскости. Согласно модели вероятность нахождения частицы на этой плоскости пропорциональна этой концентрации.

Предложен статистический метод определения вероятности положения частицы внутри сепаратора в зависимости от параметров системы (масса и размер частицы, скорость потока воздуха). Полученный результат является основой для разработки задач коллективного движения частиц и может быть использован для определения вероятности местонахождения частиц и для других обогатительных устройств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kökkılıç O., Langlois R., Kristian E.* A design of experiments investigation into dry separation using a Knelson Concentrator // Minerals Engineering. 2015. Vol. 72. pp. 73—86.

2. *Kleiv R.* Value enhancement of olivine process dust through air classification // International Journal of Minerals, Metallurgy, and Materials. 2012. Vol. 19. Iss. 3. pp. 185—191.

3. *Felk A.* Fine-Milling and Air Classification of Ceramic Materials by the Dry Method // Glass and Ceramics. 2014. Vol. 71. Iss. 3. pp. 92—95.

4. *Firdaus M., O'shea J., Oshitani J., Franks G.* Beneficiation of coarse coal ore in an air fluidized bed dry dense-medium separator // Int. J. Coal Prep. Util. 2012. Vol. 32, pp. 276—289.
5. *Валиев Н.Г., Кутенев А.А.* Технология сухого обогащения кварц-полевошпатовой руды // Известия вузов. Горный журнал. — 2011. — № 2. — С. 103—105.
6. *Меринов Н.Ф.* Особенности пневматических методов обогащения // Известия вузов. Горный журнал. — 2011. — № 4. — С. 99—109.
7. *Филиппов В.Е., Лебедев И.Ф., Матвеев А.И., Григорьев А.Н.* Патент РФ № 2194581, 20.12.2002. Винтовой пневмосепаратор. 2002. Бюл. №35.
8. *Матвеев А.И., Лебедев И.Ф., Никифорова Л.В., Яковлев Б.В.* Моделирование движения частиц в винтовом пневмосепараторе // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2014. — № 10. — С. 172—178.
9. *Kapur P.C., Meloy T.P.* Spirals Observed. International Journal of Mineral Processing. 1998, no 53, pp. 15—28.
10. *Das S.K., Godivalla K.M., Panda L., Bhattacharya K.K.*, Singh R., *Mehrotra S.P.* Mathematical modeling of separation characteristics of coal-washing spiral // Int. J. Miner. Process. 2007, 84, pp. 118—132.
11. *Mishra B.K., Alok Tripathy*. A preliminary study of particle separation in spiral concentrators using DEM // Int. J. Miner. Process. 2010, 94, pp. 192—195. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Лебедев Иван Феликсович[1] — кандидат технических наук,
старший научный сотрудник, e-mail: ivleb@mail.ru,
Гаврильев Дмитрий Макарович[1] — старший инженер,
Крылатова Сардаана Романовна[2] — магистрант,
Яковлев Борис Васильевич[2] — доктор физико-математических наук, профессор,
[1] Институт горного дела Севера им. Н.В.Черского Сибирского отделения РАН,
[2] Физико-технический институт Северо-Восточного федерального университета
им. М.К. Аммосова.

ISSN 0236-1493. Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2018. No. 9, pp. 165–171.

Statistical method of particle motion detection in spiral air separator

Lebedev I.F.[1], Candidate of Technical Sciences,
Senior Researcher, e-mail: ivleb@mail.ru,
Gavriliev D.M.[1], Senior Engineer,
Krylatova S.R.[2], Master's Degree Student,
Yakovlev B.V.[2], Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Professor,
[1] Chersky Mining Institute of the North, Siberian Branch,
Russian Academy of Sciences, 677018, Yakutsk, Russia,
[2] Physical and Technical Institute, North-Eastern Federal University
named after M.K. Ammosov, 677000, Yakutsk, Russia.

Abstract. One of pneumatic facilities developed at the Institute of Mining of the North, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, for gold ore dressing is a spiral air separator. Improvement of the air separator needs theoretical investigation of particle motion on the separator face. For determining optimal parameters of the spiral air separator, it is required to model mathematically the processes inside the separator. To this effect, it is proposed to use a statistical approach; specifically, probability is determined based on idea of the Gibbs method. The mathematical models are developed for the spiral face of the separator, for the particle motion and the flow of noninteracting particles on the face of the separator, as well as the particle flow concentration algorithm is worked out. The calculated distribution of concentration of noninteracting particles on the separator face is indentified with the single particle location probability distribution. The proposed statistical method determines probability of a particle location inside the separator as function of operating characteristics of the machine (weight and size of particles, air flow rate). The result is the framework for the development and solution of problems about collective motion

of particles on the air separator face. The described method is applicable to the determination of particle location probability for other mineral dressing machines.

Key words: spiral separator, concentration, statistical method, equation of motion, particle flow, dressing, mathematical model.

DOI: 10.25018/0236-1493-2018-9-0-165-171

REFERENCES

1. Kökkılıç O., Langlois R., Kristian E. A design of experiments investigation into dry separation using a Knelson Concentrator. *Minerals Engineering*. 2015. Vol. 72. pp. 73—86.

2. Kleiv R. Value enhancement of olivine process dust through air classification. *International Journal of Minerals, Metallurgy and Materials*. 2012. Vol. 19. Iss. 3. pp. 185—191.

3. Felk A. Fine-Milling and Air Classification of Ceramic Materials by the Dry Method. *Glass and Ceramics*. 2014. Vol. 71. Iss. 3. pp. 92—95.

4. Firdaus M., O'shea J., Oshitani J., Franks G. Beneficiation of coarse coal ore in an air fluidized bed dry dense-medium separator. *Int. J. Coal Prep. Util*. 2012. Vol. 32, pp. 276—289.

5. Valiev N. G., Kutenev A. A. Tekhnologiya sukhogo obogashcheniya kvarts-polevoshpatovoy rudy [Dry separation technology for quartz–feldspar ore]. *Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal*. 2011, no 2, pp. 103—105. [In Russ].

6. Merinov N. F. Osobennosti pnevmaticheskikh metodov obogashcheniya [Features of pneumatic separation]. *Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal*. 2011, no 4, pp. 99—109. [In Russ].

7. Filippov V. E., Lebedev I. F., Matveev A. I., Grigor'ev A. N. *Patent RU 2194581*, 20.12.2002.

8. Matveev A. I., Lebedev I. F., Nikiforova L. V., Yakovlev B. V. Modelirovanie dvizheniya chastits v vintovom pnevmoseparatore [Modeling particle motion in spiral air separator]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. 2014, no 10, pp. 172—178. [In Russ].

9. Kapur P. C., Meloy T. P. Spirals Observed. *International Journal of Mineral Processing*. 1998, no 53, pp. 15—28.

10. Das S. K., Godivalla K. M., Panda L., Bhattacharya K. K., Singh R., Mehrotra S. P. Mathematical modeling of separation characteristics of coal-washing spiral. *Int. J. Miner. Process*. 2007, 84, pp. 118—132.

11. Mishra B. K., Alok Tripathy. A preliminary study of particle separation in spiral concentrators using DEM. *Int. J. Miner. Process*. 2010, 94, pp. 192—195.

ОТДЕЛЬНЫЕ СТАТЬИ ГОРНОГО ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО БЮЛЛЕТЕНЯ (СПЕЦИАЛЬНЫЙ ВЫПУСК)

СБОРНИК НАУЧНЫХ РАБОТ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ И АСПИРАНТОВ СКГМИ (ГТУ)

(2018, № 6, СВ 25, 176 с.)

Коллектив авторов

В сборник вошли статьи профессорско-преподавательского состава и аспирантов Северо-Кавказского горно-металлургического института, работающих над совершенствованием технологий и оборудования для добычи и переработки полезных ископаемых. Рассмотрен круг вопросов, связанных с разработкой коренных и техногенных месторождений в сложных горно-геологических и горнотехнических условиях на этапе становления рыночной экономики, и намечены направления эффективного и экологически корректного освоения недр. Представлены новые результаты фундаментальных и прикладных исследований в области создания и совершенствования инновационных природоохранных и ресурсосберегающих технологий.

COLLECTION OF SCIENTIFIC WORKS OF TEACHERS AND GRADUATE STUDENTS SKGMI

Team of autors

The collection includes articles of the faculty and graduate students of the North Caucasus mining and metallurgical Institute (state technological University), working to improve technologies and equipment for mining and processing of minerals. A wide range of issues related to the development of indigenous and man-made deposits in complex geological and mining conditions at the stage of market economy formation is considered, and directions of effective and environmentally correct subsoil development are outlined. New results of fundamental and applied research in the field of creation and improvement of innovative environmental and resource-saving technologies are presented.