

Д.Н. Шурыгин, В.М. Калинин, В.В. Шуткова

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОСТИ ГЕОЛОГИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

Предложен комплексный подход к многомерной геометризации горно-геологических показателей, заключающийся в том, что моделирование пространственных полей проводится в пределах границ геологически однородных участков, предварительно выделенных на угольном месторождении с учетом статистических взаимосвязей между горно-геологическими факторами. Оценка дисперсии кригинга раскладывается на компоненты, обусловленные вариацией геометризуемого показателя, изменчивостью свойств боковых пород в разрезе и неоднородностью геологического пространства. Предложенная методика позволяет обеспечить минимальную погрешность интерполирования показателей угольного пласта и свойств боковых пород при планировании горных работ, что повышает достоверность принятия решений. На примере интерполирования мощности угольного пласта в условиях месторождений Восточного Донбасса (шх. «Садкинская», «Ростовская», «Восточная») были получены результаты, подтверждающие преимущество разработанного подхода над традиционными методами интерполяции, используемых в практике геометризации.

Ключевые слова: горно-геометрическая модель, математическое моделирование, показатель, погрешность интерполирования, геологическая однородность.

DOI: 10.25018/0236-1493-2018-5-0-113-121

Введение

Как отмечается в работе [1], приоритетные направления развития исследований в области геометрии и квалитметрии недр заключаются в изучении пространственно-геометрических закономерностей проявления геологических, геомеханических и техногенных факторов, показателей и процессов; геометрической интерпретации и математической оценки изменчивости геологических и других полей, показателей состава и свойств полезных ископаемых и вмещающих пород; совершенствование методов моделирования структуры месторождений,

изменения качества и свойств полезных ископаемых и горных пород; численного и геометрического анализа поверхностей при геометризации месторождений. Поэтому детальный и достоверный прогноз горно-геологических условий обработки месторождения является одной из важнейших проблем современного горного производства и оказывает серьезное влияние на качество планирования горных работ, производительность труда и уровень добычи полезного ископаемого [2–4].

Источниками информации для прогноза и геометризации являются резуль-

таты детальной разведки и доразведки шахтного поля или его частей, пересчета запасов, эксплуатационной разведки, шахтно-геологических наблюдений и маркшейдерских измерений, опробования пластов угля и пород, геофизических исследований. Прогноз горно-геологических условий разработки угольных пластов представляет собой комплекс информации о геологическом строении и свойствах массива горных пород и отдельных его элементов [5].

Уменьшение погрешности интерполирования показателей при учете неоднородности геологического пространства подтверждается многими исследователями [6–8]. Например, в работе [9] показано, что выделение геологически однородных участков угольного месторождения обеспечивает приближение формы эмпирических кривых распределения для горно-геологических показателей к одномодальному нормальному или логнормальному законам распределения. Такой подход уменьшает стандартные ошибки различных статистик совокупности значений показателей (математического ожидания, дисперсии и т.д.).

Величины стандарта отклонения для показателей прочности вмещающих горных пород на сжатие и интенсивности трещин, рассчитанные для предварительно выделенных геологически однородных участков, снизились более чем в 1,5 раза по сравнению с величиной стандарта, рассчитанной для всего угольного месторождения. Это подтверждает факт повышения надежности средних значений для однородных участков.

Аналогично, в работе [10] отмечено повышение точности прогноза среднепластовой зольности сложноструктурных залежей с учетом геолого-генетической дифференциации (выделение однородных совокупностей) исходной эмпирической информации.

Как показали наши исследования [11, 12], математические модели размещения показателей (пространственно-факторные поля), принятые для всего угольного месторождения, имеют значительную погрешность вследствие пространственной изменчивости показателей в пределах шахтного поля. Предварительное выделение в пределах угольного месторождения геологически однородных участков позволяет для каждого из них подобрать адекватную модель размещения показателя и, тем самым, существенно уменьшить погрешность геометризации.

Теория вопроса

В настоящее время в курсе геометрии недр [2, 13] считается, что каждый показатель P_i может быть описан его взаимосвязями в пространственных $\bar{x} = (x, y, z)$ и факторных $\bar{P} = (P_1, \dots, P_{i-1}, P_{i+1}, \dots, P_m)$ координатах. Такая система показателей представляет собой пространственно-факторное поле:

$$P_1 = F(f_1(\bar{x}, \bar{P}), \varphi_1(\bar{x}, \bar{P})),$$

$$P_2 = F(f_2(\bar{x}, \bar{P}), \varphi_2(\bar{x}, \bar{P})),$$

.....

$$P_n = F(f_n(\bar{x}, \bar{P}), \varphi_n(\bar{x}, \bar{P})),$$

где $f_i(\bar{x}, \bar{P})$, $\varphi_i(\bar{x}, \bar{P})$ — соответственно закономерная и случайная составляющие размещения показателя P_i ; F — некоторая функция.

Проблема поиска оптимальной функции F может быть сформулирована как итерационная вычислительная задача: на первом этапе производится расщепление математической модели, при этом большая часть факторов относится к случайной компоненте $\varphi_i(\bar{x}, \bar{P})$.

$$P_i = b_0 + b_1 f_1(\bar{x}, \bar{P}) + b_2 f_2(\bar{x}, \bar{P}) + a,$$

$$a = b_3 \varphi_3(\bar{x}, \bar{P}) + \dots + b_n \varphi_n(\bar{x}, \bar{P}).$$

После проверки адекватности и точности выбранной модели производится ее усовершенствование путем добавления новых независимых факторов, которые из случайной компоненты переносятся в закономерную составляющую. Процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнут минимум остаточной дисперсии. Поиск оптимальной модели основан на принципе самоорганизации математических моделей сложных систем [14].

Погрешность интерполирования (репрезентативности, аналогии) σ_1 возникает между точками измерения показателя P и зависит от изменчивости его размещения и интервала разведки. В случае наличия пространственной закономерности в размещении показателя предлагается применение метода кригинга, как показано в работе [15]. В этом случае погрешность интерполирования может быть получена из дисперсии оценивания (ошибки оценки значения показателя P) в точке геологического пространства.

Пусть имеется n значений показателя в разведочных скважинах $P(x_1), P(x_2), \dots, P(x_n)$ и необходимо оценить значение в конкретной точке $P(x_0)$. Для этого запишем взвешенное среднее имеющихся данных:

$$P^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i P(x_i), \quad (1)$$

где $P^*(x_0)$ — оценка неизвестного точного значения $P(x_0)$ в точке x_0 ; λ_i — факторы взвешивания (веса).

Решение задачи заключается в определении лучшего способа выбора факторов взвешивания λ_i . Погрешность интерполирования σ_1 методом кригинга определяется из формулы (1) следующим образом:

$$\sigma_1 = \sqrt{2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \sigma^2 - 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)}, \quad (2)$$

где $\gamma(x_i, x_0)$ — значение вариограммы между точками x_i и x_0 ; $\gamma(x_i, x_j)$ — значение вариограммы между точками x_i и x_j ; σ^2 — порог вариограммы (дисперсия значений показателя $P(x)$); μ — коэффициент Лагранжа.

Методы анализа

При решении задач геометризации часто приходится иметь дело со средними значениями показателей (например, средней мощностью угольного пласта на участке, планируемом к отработке). Точность определения этих величин (величина доверительного интервала) определяется случайной ошибкой выборки по формуле [16]:

$$m_1 = \sqrt{\sigma^2/n}, \quad (3)$$

где σ^2 — дисперсия геометризуемого показателя P ; n — число точек опробования показателя P .

Уменьшение величины случайной ошибки позволяет с большей вероятностью указывать более узкие границы доверительного интервала, в котором может находиться неизвестная характеристика исходной совокупности.

Выделение однородных участков месторождения

Исходная совокупность, из которой проводится отбор, часто оказывается неоднородной. Тогда случайная ошибка выборки вычисляется на основе средней вели-

чины внутригрупповых дисперсий. Вариация межгрупповая обусловлена различиями между группами и не участвует в образовании случайной ошибки [16]:

$$\sigma^2 = \sigma^2(\bar{P}_i) + \bar{\sigma}^2(P_i), \quad (4)$$

где $\sigma^2(\bar{P}_i)$ — дисперсия групповых средних (межгрупповая); $\bar{\sigma}^2(P_i)$ — средняя величина внутригрупповых дисперсий.

Из формул (3), (4) следует, что в каждом предварительно выделенном однородном участке месторождения случайная ошибка выборки (погрешность определения среднего) определится по формуле:

$$m_2 = \sqrt{\sigma^2(\bar{P}_i)/n} < m_1 = \sqrt{\sigma^2/n}. \quad (5)$$

Если группы наблюдений образованы таким образом, что дисперсия средних по группам отразит вариацию, обусловленную неоднородностью данных, то, исключая ее из расчетов величины случайной ошибки, можно нивелировать влияние этой неоднородности. Погрешность интерполирования методом кригинга по формуле (2) с учетом формулы (4) определится следующим образом

$$\sigma_i = \sqrt{2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \bar{\sigma}^2(P_i) - 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)}. \quad (6)$$

Установление многомерных взаимосвязей показателей

Если имеются некоторые дополнительные данные, с которыми можно связать значения моделируемого показателя, то можно исключить из вариации последних ту ее часть, которая может быть «объяснена» этой связью [16]. Этот метод заключается в нахождении регрессии значений P по значениям других показателей P_i . В этом случае вариация по «линии регрессии» и определится как та часть общей вариации наблюдаемых данных σ^2 в формуле (4) которая подлежит исключению.

Разложение общей дисперсии в условиях наличия корреляционной зависимости выглядит следующим образом:

$$\sigma^2 = \sigma^2 R^2 + \sigma^2 (1 - R^2), \quad (7)$$

где R^2 — множественный коэффициент детерминации уравнения регрессии.

Первый член в правой части последнего равенства — дисперсия зависимой переменной по «линии регрессии». Второй член — дисперсия «около линии регрессии», т.е. показатель, выражающий случайную (остаточную) вариацию.

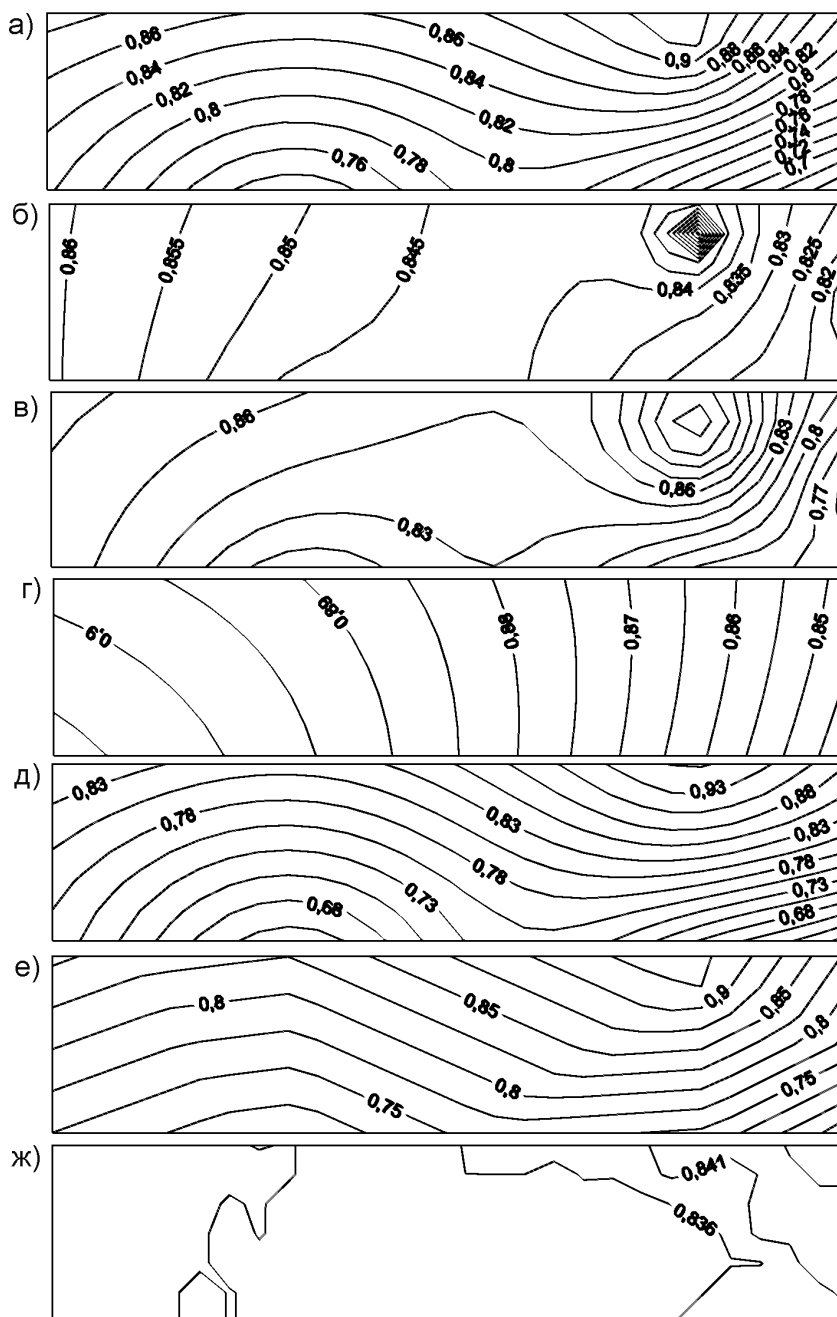
Из формул (3), (5), (7) следует, что случайная ошибка выборки (погрешность определения среднего) определится по формуле:

$$m_3 = \sqrt{\sigma^2(\bar{P}_i)(1 - R^2)/n} < m_2 = \sqrt{\sigma^2(\bar{P}_i)/n} < m_1 = \sqrt{\sigma^2/n}. \quad (8)$$

С учетом формул (2), (7) можно определить уточненную величину погрешности интерполяции методом кригинга:

$$\sigma_i = \sqrt{2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \sigma^2 (1 - R^2) - 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)}. \quad (9)$$

Операция уточнения ошибки будет тем эффективнее, чем теснее связь между выходной переменной и факторами. Даже при сравнительно небольших значени-



Изолинии мощности нижнего угольного слоя в лаве 103 (шх. «Садкинская») на основе методов интерполяции: кригинга с учетом формулы (10) (а); обратных расстояний (б); обратных квадратичных расстояний (в); кубических сплайнов (г); кригинга с линейной вариограммой (д); триангуляции (е); скользящего среднего (ж)

Contour lines of thickness of lower coal layer in longwall 103 (Sadkinskaya mine) based on interpolation methods: kriging with regard to formula (10) (a); inverse distance (b); inverse square distance (v); cubic splines (g); kriging with linear variogram (d); triangulation (e); moving average (zh)

ях R^2 этот способ дает эффект, так как множитель $(1 - R^2)$ всегда меньше единицы [16]. Таким образом погрешность интерполяции из формулы (9) меньше погрешности, определенной из выражения (2).

Например, если имеются данные о мощности пластов вмещающих пород, то можно вычислить коэффициент множественной корреляции между этими факторами и средней мощностью угольного пласта. При таких условиях представляется возможным уточнить как величину выборочной средней, так и ее ошибку путем исключения из вариации значений мощности угольного пласта той ее части, которая обусловлена изменением мощности перекрывающих и подстилающих горных пород.

Использование метода регрессии, представленного в выражении (9), при предварительном выделении однородных участков месторождения возможно двумя способами [16]:

- вычисление коэффициентов регрессии в целом для выборочной совокупности, полагая их неизменными для всех групп (комбинированная оценка):

$$\sigma_i = \sqrt{2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \bar{\sigma}^2 (P_i) (1 - R^2) - 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)}; \quad (10)$$

- вычисление коэффициентов для каждой группы отдельно, суммировав затем результаты (сепаратная оценка)

$$\sigma_i = \sqrt{2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \bar{\sigma}^2 (P_i) (1 - R_i^2) - 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)}, \quad (11)$$

где R_i^2 — множественный коэффициент детерминации уравнения регрессии, определенного для i -й группы.

Обсуждение результатов

В 2012 г. по данным опробования в лаве 103 маркшейдерской службой шахты «Садкинская» (Восточный Донбасс) было определено, что средняя мощность наиболее выдержанного нижнего угольного слоя пласта составляет 0,83 м. Проведем сравнение погрешности интерполирования мощности по предложенной выше методике и наиболее распространенными в практике геометризации математически методами (рисунок).

Сравнение погрешности интерполирования при различных методах Comparison of interpolation errors of different methods

№ п/п	Метод интерполяции	Относительная ошибка определения средней мощности нижнего слоя угля в лаве 103, %
1	Кригинга с учетом формулы (10)	1,2
2	Скользящего среднего	1,5
3	Кубических сплайнов	1,7
4	Кригинга с линейной вариограммой	2,0
5	Обратных квадратичных расстояний	2,1
6	Обратных расстояний	2,3
7	Триангуляции	7,3

В таблице приводятся относительные погрешности интерполирования мощности нижнего угольного слоя в лаве 103 шахты «Садкинская». Большинство математических методов показало хорошую точность при относительной ошибке в пределах 1,2–2,3%. Наилучшую точность обеспечивает метод кригинга с учетом предварительно выделенных однородных участков месторождения. Аналогичный порядок погрешностей интерполирования получен для замеров мощности в лаве № 115 шахты «Ростовская» и в лавах № 417 и 419 шахты «Восточная» (Восточный Донбасс).

Заключение

Адекватность математической модели определяется на основе анализа качества аппроксимации экспериментальных данных регрессионным уравнением. На основе экспериментальных данных могут быть построены различные модели, достаточно хорошо приближающие распределение выборочной совокупности. В этом случае возникает задача выбора

наилучшей модели, которая является наиболее простой (имеет минимальное число неизвестных коэффициентов) и в то же время обеспечивает достижение минимума остаточной дисперсии.

Исходная совокупность значений моделируемого показателя часто оказывается неоднородной. В нашем случае группы наблюдений (значений показателя в разведочных скважинах) соответствуют геологически однородным участкам месторождения.

Погрешность интерполяции в каждом участке вычисляется на основе средней величины внутригрупповых дисперсий. Вариация межгрупповая обусловлена различиями между группами и не участвует в образовании искомой погрешности.

Из формул (2), (6), (9)–(11) можно сделать вывод, что погрешность интерполирования показателя уменьшается при учете неоднородности геологического пространства и выявлении корреляционных взаимосвязей с другими показателями угольного месторождения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жариков В. А., Леонов Ю. Г., Сафонов Ю. Г. и др. Приоритетные направления научных исследований в области геологических, геохимических, геофизических и горных наук по изучению, освоению и сбережению недр России / Под ред. В. А. Жарикова. — М.: ИПКОН РАН, 1996. — 213 с.
2. Букринский В. А. Геометрия недр: учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Изд-во МГУ, 2002. — 549 с.
3. Руденко В. В., Афанасьев П. В. Основные направления квалиметрической оценки комплексного использования угля // Маркшейдерия и недропользование. — 2010. — № 6. — С. 24–29.
4. Молев М. Д. Геофизическое прогнозирование горно-геологических условий разработки угольных пластов. — Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2000. — 138 с.
5. Григорьев В. Е. Прогнозирование горно-геологических условий эксплуатации угольных пластов // Труды ВНИМИ. — 1978. — Сборник 110. — С. 3–8.
6. Chihî H., Bedir M., Belayouni H. Variogram identification aided by a structural framework for improved geometric modeling of faulted reservoirs: Jeffara basin, Southeastern Tunisia // Natural resources research. 2013. — Vol. 22, No. 2. — Pp. 139–161.
7. Velikoslavinskii S. D., Glebovitskii V. A., Krylov D. P. Separation between sedimentary and magmatic silicate rocks by discriminant analysis of major element contents // Doklady earth sciences. — 2013. — Vol. 453, No. 1. — Pp. 1150–1153.
8. Heil K., Schmidhalter U. Using discriminant analysis and logistic regression in mapping quaternary sediments // Mathematical geosciences. — 2014. — Vol. 46. — Pp. 361–376.

9. Такранов Р.А., Литвинова А.А. Влияние горно-геологических условий на сложность открытой разработки угольных месторождений Кузбасса // Записки Горного института. — 2013. — Т. 204. — С. 82–90.

10. Такранов Р.А., Гундсамбуу У. Прогнозирование среднепластовой зольности мощных сложноструктурных залежей // Записки Горного института. — 2011. — Т. 189. — С. 252–255.

11. Шурыгин Д.Н., Литовченко Т.В., Заика А.А., Добровольский В.А. Обоснование многомерного статистического критерия однородности участка угольного месторождения // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2017. — № 8. — С. 83–88. DOI: 10.25018/0236-1493-2017-8-0-83-88.

12. Шурыгин Д.Н., Литовченко Т.В., Заика А.А., Добровольский В.А. Геометризация показателей на основе принципов натурно-модельного эксперимента и эвристической самоорганизации математических моделей сложных систем // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2017. — № 8. — С. 89–94. DOI 10.25018/0236-1493-2017-8-0-89-94.

13. Калинин В.М., Руденко В.В. Геометрия недр. Ч. 1: Теоретические основы геометрии недр: учебник / Под ред. В.М. Калинин. — Новочеркасск: ЮРГПУ(НПИ), 2014. — 354 с.

14. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. — Киев: Наукова думка, 1982. — 296 с.

15. Atalay F., Tercan A. E., Ertunc G. Geostatistics as a tool to estimate undiscovered deposits of coal / Proceedings of the 24th International Mining Congress of Turkey, IMCET 2015, Pp. 322–326.

16. Дружинин Н.К. Выборочное наблюдение и эксперимент (Общие логические принципы организации). — М.: Статистика, 1977. — 176 с. **ИИАС**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Шурыгин Дмитрий Николаевич¹ — кандидат технических наук, доцент, e-mail: shurygind@mail.ru,

Калинченко Владимир Михайлович¹ — доктор технических наук, профессор,

Шуткова Виктория Васильевна¹ — аспирант,

¹ Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова.

ISSN 0236-1493. Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2018. No. 5, pp. 113–121.

D.N. Shurygin, V.M. Kalinchenko, V.V. Shutkova

INTERPOLATION ERROR ESTIMATION CONSIDERING GEOLOGICAL SPACE HETEROGENEITY

The new integrated approach to multi-dimensional geometrization of geologic indexes consists in spatial modeling within the limits of geologically homogeneous areas preliminarily delineated in a coal field with regard to statistical interaction of geological factors. Kriging variance is reduced to elements conditioned by variation of an index under geometrization, variability of side rock properties in profile and heterogeneity of geological space. The proposed procedure ensures minimal interpolation error in case of coal bed and side rock characteristics during mine planning, which improves reliability of decision-making. In terms of interpolation of coal bed thickness values in Eastern Donbass fields (mines Sadkinskaya, Rostovskaya, Vostochnaya), the results of the proposed approach application prove its efficiency and advantage over traditional interpolation techniques which are in use in the practice of geometrization.

Key words: mining geometry model, mathematical modeling, index, interpolation error, geological heterogeneity.

DOI: 10.25018/0236-1493-2018-5-0-113-121

AUTHORS

Shurygin D.N.¹, Candidate of Technical Sciences,
Assistant Professor,

e-mail: shurygind@mail.ru,

Kalinchenko V.M.¹, Doctor of Technical Sciences,
Professor,

Shutkova V.V.¹, Graduate Student,

¹ M.I. Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI),
346428, Novochoerkassk, Russia.

REFERENCES

1. Zharikov V.A., Leonov Yu. G., Safonov Yu. G. *Prioritetnye napravleniya nauchnykh issledovaniy v oblasti geologicheskikh, geokhimicheskikh, geofizicheskikh i gornyykh nauk po izucheniyu, osvoeniyu i sberezheniyu nedr Rossii*. Pod red. V.A. Zharikova (Preferred directions of geological, geophysical, geochemical and mining research towards exploration, management and preservation of mineral wealth in Russia. Zharikov V.A. (Ed.)), Moscow, IPKON RAN, 1996, 213 p.

2. Bukrinskiy V.A. *Geometriya nedr: uchebnik dlya vuzov*. 3-e izd. (Subsoil geometry: Textbook for high schools, 3rd edition), Moscow, Izd-vo MGGU, 2002, 549 p.

3. Rudenko V.V., Afanas'ev P.V. *Marksheyderiya i nedropol'zovanie*. 2010, no 6, pp. 24–29.

4. Molev M.D. *Geofizicheskoe prognozirovanie gorno-geologicheskikh usloviy razrabotki ugol'nykh plastov* (Geophysical prediction of geological conditions in coal mining), Novochoerkassk, YuRGU (NPI), 2000, 138 p.

5. Grigor'ev V.E. *Trudy VNIMI*. 1978, no 110, pp. 3–8.

6. Chihi H., Bedir M., Belayouni H. Variogram identification aided by a structural framework for improved geometric modeling of faulted reservoirs: Jeffara basin, Southeastern Tunisia. *Natural resources research*. 2013. Vol. 22, No. 2. Pp. 139–161.

7. Velikoslavinskii S.D., Glebovitskii V.A., Krylov D.P. Separation between sedimentary and magmatic silicate rocks by discriminant analysis of major element contents. *Doklady earth sciences*. 2013. Vol. 453, No. 1. Pp. 1150–1153.

8. Heil K., Schmidhalter U. Using discriminant analysis and logistic regression in mapping quaternary sediments. *Mathematical geosciences*. 2014. Vol. 46. Pp. 361–376.

9. Takranov R.A., Litvinova A.A. *Zapiski Gornogo instituta*. 2013, vol. 204, pp. 82–90.

10. Takranov R.A., Gundsambuu U. *Zapiski Gornogo instituta*. 2011, vol. 189, pp. 252–255.

11. Shurygin D.N., Litovchenko T.V., Zaika A.A., Dobrovol'skiy V.A. *Gornyy informatsionno-analiticheskyy byulleten'*. 2017, no 8, pp. 83–88. DOI: 10.25018/0236-1493-2017-8-0-83-88.

12. Shurygin D.N., Litovchenko T.V., Zaika A.A., Dobrovol'skiy V.A. *Gornyy informatsionno-analiticheskyy byulleten'*. 2017, no 8, pp. 89–94. DOI 10.25018/0236-1493-2017-8-0-89-94.

13. Kalinchenko V.M., Rudenko V.V. *Geometriya nedr. Ch. 1: Teoreticheskie osnovy geometrii nedr: uchebnik*. Pod red. V.M. Kalinchenko (Subsoil geometry. part 1: Theoretical fundamentals of subsoil geometry: Textbook. Kalinchenko V.M. (Ed.)), Novochoerkassk, YuRGU(NPI), 2014, 354 p.

14. Ivakhnenko A.G. *Induktivnyy metod samoorganizatsii modeley slozhnykh sistem* (Inductive approach to self-organization of complex system models), Kiev, Naukova dumka, 1982, 296 p.

15. Atalay F., Tercan A.E., Ertunc G. Geostatistics as a tool to estimate undiscovered deposits of coal. *Proceedings of the 24th International Mining Congress of Turkey, IMCET 2015*, Pp. 322–326.

16. Druzhinin N.K. *Vyborochnoe nablyudenie i eksperiment (Obshchie logicheskie printsipy organizatsii)* (Sample observation and experiment (General principles of organization logic)), Moscow, Statistika, 1977, 176 p.

