

**П.М. Анохин, А.И. Афанасьев, В.Я. Потапов,
В.В. Потапов**

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РАЗДЕЛЕНИЯ ГОРНОЙ МАССЫ НА ПОЛОЧНОМ СЕПАРАТОРЕ С КРИВОЛИНЕЙНЫМ ТРАМПЛИНОМ ПЕРЕМЕННОГО РАДИУСА

Рассмотрен процесс разделения горной породы на полочном фрикционном сепараторе с криволинейным трамплином. Приведены уравнения движения частицы горной породы на криволинейном трамплине с переменным радиусом и получена скорость, а также направление скорости при сходе ее с криволинейного трамплина. Это позволяет определить расстояние падения частицы. Приводятся результаты расчетов по модели и результаты экспериментов на физической модели, которые подтверждают адекватность математической модели. Установлено, что криволинейный трамплин с переменным радиусом кривизны позволяет получить больший веер распределения частиц по сравнению с трамплином имеющим постоянную кривизну.

Ключевые слова: фрикционный полочный сепаратор, коэффициент трения, уравнение движения частицы, скорость частицы, криволинейный трамплин, логарифмическая спираль.

При обогащении некоторых типов полезных ископаемых используют различие в их физико-механических характеристиках, в частности, коэффициентах трения [1, 2]. Разделение продуктов производится на полочных сепараторах. Известно несколько конструкций полочных фрикционных сепараторов. Наиболее простой из них является пассивный полочный сепаратор, состоящий из разгонной плоскости и криволинейного трамплина [3, 4]. Испытания по обогащению асбестовой руды, показали его потенциальную работоспособность. Процесс разделения в этом сепараторе начинается придвижением кусков горной массы по плоскости, продолжается на трамплине. Этот процесс является случайным, так как коэффициент трения

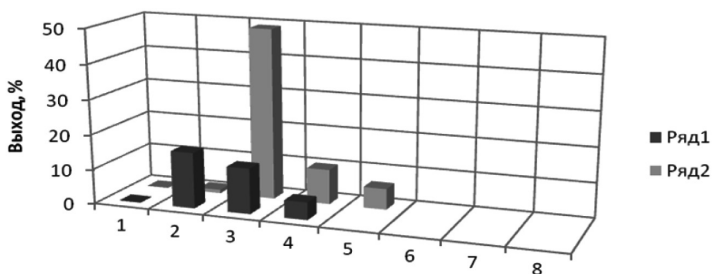


Рис. 1. Распределение продуктов при разделении на плоскости без трамплина: 1 – асбест; 2 – порода

скольжения (кинетический коэффициент) является случайной величиной. Для получения математической модели процесса необходимо знать существенно влияющие на него факторы.

На рис. 1 приведены гистограммы распределения асбеста и пустой породы после их падения с разгонной плоскости в приемные ящики. Номера ящиков приведены на горизонтальной оси.

Из рис. 1 видно, что значительная часть полезного ископаемого смешивается с пустой породой и попадает в «хвосты». Это можно объяснить тем, что породные частицы, имеющие меньший по сравнению с асбестовыми коэффициент трения, ударяют асбестовые, увеличивают их скорость и падают вместе с ними в одну емкость.

На рис. 2 приведены гистограммы распределения асбеста и пустой породы после их падения с разгонной плоскости с трамплином, выполненным в виде части цилиндра радиусом 100 мм (длина дуги – 50 мм).

Результаты этого эксперимента показывают, что данный аппарат позволяет существенно уменьшить потери асбеста. Для

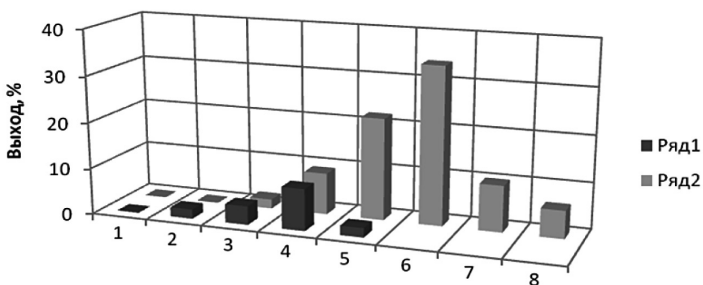


Рис. 2. Распределение продуктов при разделении на плоскости с трамплином: 1 – асбест; 2 – порода

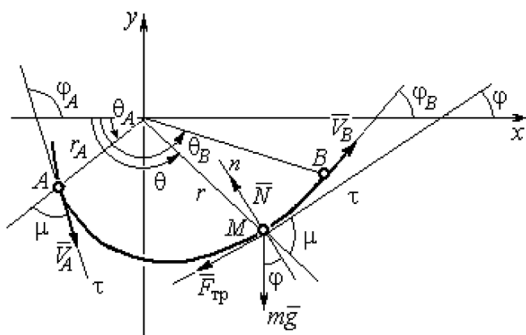


Рис. 3. Движение точки по логарифмической спирали

дальнейшего повышения эффективности разделения использовать криволинейный трамплин с переменным радиусом кривизны. Трамплин был изготовлен в форме логарифмической спирали (рис. 3).

Уравнения движения материальной точки M массой m под действием силы тяжести, силы трения и реакции опоры в проекции на оси естественной системы координат (τMn) (см. рис. 1) имеют вид

$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= -mg \sin \varphi - fN, \\ \frac{mV^2}{\rho} &= -mg \cos \varphi + N, \end{aligned} \quad (1)$$

где V – скорость точки; f – коэффициент трения скольжения; N – реакция опоры; ρ – радиус кривизны спирали в месте, где находится материальная точка M ; φ – угол наклона касательной $M\tau$ к положительному направлению оси Ox ; r, θ , – полярные координаты. Направление отсчета полярного угла показано на рис. 3.

В результате общее решение дифференциального уравнения (1) имеет вид

$$V^2 = Ce^{-2f\varphi} + e^{k_1(\varphi-\mu+\pi)} (A \sin \varphi + B \cos \varphi) \quad (2)$$

Очевидно, в практических расчетах положение точки удобнее определять не углом наклона касательной φ , а полярным углом θ . Окончательно скорость точки в зависимости от ее положения, определяемого полярным углом, определяется выражением.

$$\begin{aligned}
 V_B^2 = & C e^{-2f(\theta+\mu-\pi)} + \\
 + e^{k_1\theta} & \left(\frac{2gk[1-f(k_1+2f)]\sqrt{1+k_1^2}}{1+(k_1+2f)^2} \cos(\theta+\mu-\pi) - \right. \\
 & \left. - \frac{2gk(k_1+3f)\sqrt{1+k_1^2}}{1+(k_1+2f)^2} \sin(\theta+\mu-\pi) \right)
 \end{aligned} \quad (3)$$

Привязка модели к реальному обогащительному аппарату осуществлялась по начальным условиям движения частицы. Так, частица вначале скатывается по наклонной плоскости с заданным углом наклона $\alpha = 30 \div 40^\circ$ и затем через сопряжение спирали с наклонной плоскостью в точке M_0 (см. рис. 3) попадает на спираль. Это дает возможность задать начальный угол касательной. В результате в начальном положении частицы на спирали справедливы уравнения

$$r_0 = k e^{k_1\theta_0}, \theta_0 + \alpha + \mu = \pi, \operatorname{tg}\mu = \frac{1}{k_1}. \quad (4)$$

Задаваясь здесь углом α наклона плоскости, величиной k — начальным значением радиус-вектора спирали при $\theta = 0$ и значением r_0 — величиной радиус-вектора частицы в начале ее движения по спирали, находим угол μ как результат решения трансцендентного уравнения

$$\operatorname{tg}\mu = a - b\mu, \quad a = \frac{\pi - \alpha}{\ln r_0 - \ln k}, \quad b = \frac{1}{\ln r_0 - \ln k}.$$

При известном значении μ остальные параметры — k_1 и θ_0 элементарно определяются из уравнений (4).

Для проверки модели произведены расчеты скорости точки при движении ее по логарифмической спирали при значениях начальных параметров $\alpha = 30^\circ$, $k = 78$ мм, $r_0 = 100$ мм, $f = 0,4$, $V_0 = 3$ м/с. Получены следующие значения параметров спирали $\mu = 77,4^\circ$, $k_1 = 0,22$, $\theta_0 = 72,6^\circ$. В точке схода частицы со спирали, определяемой полярным углом $\theta_1 = 125,0^\circ$, ее скорость составила $V_1 = 1,56$ м/с.

При такой скорости отрыва частицы расчетное расстояние до точки падения по горизонтали составило 43 см, а полученное экспериментально для куска хромита, имеющего коэффициент трения 0,38–0,42 составило 41 см.

На рис. 4 приведены фотографии кусков горной породы после разделения их на криволинейном спиральном (слева) и криволинейном цилиндрическом (справа) трамплине.

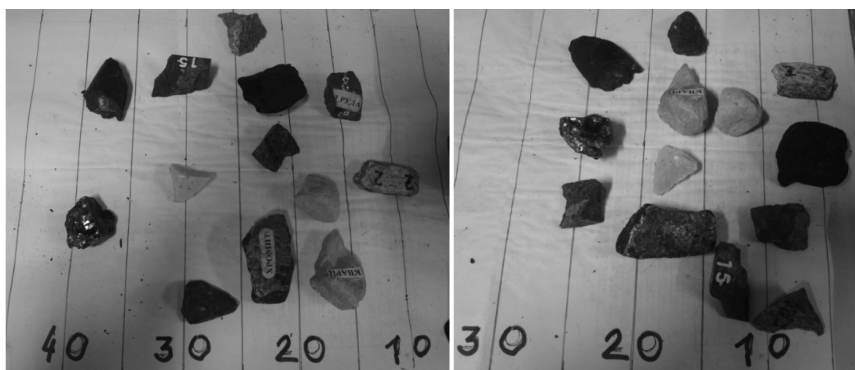


Рис. 4. Куски горной породы после разделения их на криволинейном спиральном (слева) и криволинейном цилиндрическом (справа) трамплине

Из рис. 4 видно, что веер разделения на спиральном трамплине больше, чем а цилиндрическом, что указывает на преимуществ спирального трамплина. После схода с плоскости, частица совершает свободный полет. При составлении уравнения движения частицы на этом этапе обычно учитывают силу сопротивления движению (давление воздуха), которая пропорциональна квадрату относительной скорости, размерам и коэффициенту, учитывающему ее форму. Это оправдано при описании траектории частиц движущихся в газовой среде со скоростями, близкими к скорости витания. Известно, что скорость витания распушенного асбеста имеет наименьшее значение из всех частиц составляющих продукт разделения — асбестовую руду. Обычно, в полочном сепараторе высота падения частиц не превышает 0,6 м, поэтому их максимальная скорость перед ударом



Рис. 5. Момент полета частиц горной породы на отметке — 600 мм (слева направо: халькопирит, кварц, асбест, уголь, стальной шар)

о полку не может превышать 3,5 м/с. Эта скорость существенно меньше скорости витания распушенных частиц асбеста. Поэтому, была поставлена задача определить степень влияния воздушного сопротивления на траекторию и скорость движения частиц горной породы. Для решения поставленной задачи был произведен эксперимент с частицами породы, имеющими различную форму (кубовидную, лещадную, пластинчатую и распушенный асбест) и плотность от 1,0 до 7,8 т/м³, (уголь, асбест, медно-цинковая руда, кварцит, марганцевая руда, стальной шар). Следует отметить, что условная плотность распущенного асбеста (отношение массы к объему – произведению трех размеров куска) была в несколько раз меньше 1 т/м³. При проведении эксперимента на цифровую камеру со скоростью 240 кадров/с фиксировался процесс полета частиц, которые одновременно сбрасывались с одной плоскости. На рис. 5 показан момент прохождения частицами угля, медно-цинковой руды, кварца, асбеста и стального шара отметки – 600 мм.

Из рис. 5 видно, что скорости всех частиц на этой отметке практически не различаются. На других отметках эта картина не изменялась. Таким образом, при расчете траектории полета частицы, сопротивление воздуха можно не учитывать, что существенно упрощает алгоритм процесса разделения в полочном сепараторе.

Выводы

1. Математическая модель движения частицы по криволинейному трамплину с переменным радиусом адекватно отражает реальный процесс.

2. При расчете траектории движения частицы после ее схода с трамплина сопротивление воздуха можно не учитывать.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Левенсон Л. Б.* Машины для обогащения полезных ископаемых: учебн. пособие. – М.: Госмашметиздат, 1933. – 803 с.

2. *Тимченко Н. К., Матросов А. А.* Механические классификаторы щебня и гравия по прочности // Строительные материалы. – 1966. – № 11. – С. 4–5.

3. *Потапов В. Я., Афанасьев А. И., Ляцев С. А., Цыпин Е. Ф., Потапов В. В., Иванов В. В.* Сепаратор для разделения материалов по трению и упругости. Патент Ru 111780, заявл. 24.06, опублик. 27.12.2011. Бюл. № 36.

4. *Ляцев С. А., Цыпин Е. Ф., Потапов В. Я., Иванов В. В.* Математическое моделирование разделения частиц в барабанно-полочном фрикционном сепараторе // Известия вузов. Горный журнал. – 1996. – № 7. – С. 147–150. **ГИАС**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

*Анохин Петр Михайлович*¹ – доцент, e-mail: Panokhin1@mail.ru,
*Афанасьев Анатолий Ильич*¹ – доктор технических наук, профессор,
e-mail: 2c1@inbox.ru,

*Потапов Валентин Яковлевич*¹ – доктор технических наук,
профессор, доцент, e-mail: 2c1@inbox.ru,

*Потапов Владимир Валентинович*¹ – кандидат технических наук,
доцент, e-mail: 2c1@inbox.ru,

¹ Уральский государственный горный университет.

Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2016. No. 8, pp. 16–22.

UDC 622.232

P.M. Anokhin, A.I. Afanas'ev, V.Ya. Potapov, V.V. Potapov
MATHEMATICAL MODEL OF PROCESS
OF SEPARATION OF ROCK MASS
IN THE SEPARATOR SHELF
WITH A CURVED RAMP VARIABLE

The process of separation of rock friction shelf on the separator with a curved jump. The equations of motion of a particle of rock on the ramp curved with variable radius and the speed and direction score type the gathering with a curved jump. This allows to determine the distance of fall of the particles. The results of model calculations and the results of experiments on physical models, which confirm the adequacy of the mathematical model. Found that a curved ramp with a variable radius of curvature allows to obtain a greater fan of particle distribution compared with the ramp having a constant curvature.

Key words: friction shelf separator, the coefficient of friction, the equation of motion of a particle, speed of particle, curvilinear ramp, a logarithmic spiral.

AUTHORS

*Anokhin P.M.*¹, Assistant Professor, e-mail: Panokhin1@mail.ru,

*Afanasyev A.I.*¹, Doctor of Technical Sciences, Professor,
e-mail: 2c1@inbox.ru,

*Potapov V.Ya.*¹, Doctor of Technical Sciences, Professor,
Assistant Professor, e-mail: 2c1@inbox.ru,

*Potapov V.V.*¹, Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor,
e-mail: 2c1@inbox.ru,

¹ Ural State Mining University, 620144, Ekaterinburg, Russia.

REFERENCES

1. Levenson L. B. *Mashiny dlya obogashcheniya poleznykh iskopaemykh: uchebnoe posobie* (Machines for mineral processing, Educational aid), Moscow, Gosmashmetizdat, 1933, 803 p.

2. Timchenko N. K., Matrosov A. A. *Stroitel'nye materialy*. 1966, no 11, pp. 4–5.

3. Potapov V. Ya., Afanas'ev A. I., Lyaptsev S. A., Tsy-pin E. F., Potapov V. V., Ivanov V. V. *Patent RU 111780*, 27.12.2011.

4. Lyaptsev S. A., Tsy-pin E. F., Potapov V. Ya., Ivanov V. V. *Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal*. 1996, no 7, pp. 147–150.