

Л.Б. Алексеева

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ПРИВОДОМ МАШИНЫ

Рассмотрена типовая система, содержащая электродвигатель постоянного тока с независимым возбуждением и механизма привода. Определены статические и динамические свойства объекта управления. Принята математическая модель, позволяющая определить характер переходных процессов и выбрать соответствующий метод формирования управляющего сигнала, улучшающего качество управления. Предложена математическая модель зоны формирования (объекта управления), на основе которой определяется отклик объекта управления на управляющий сигнал. Получены выражения, определяющие характер переходных процессов в системе привод – технологический процесс под воздействием управляющего сигнала; они позволяют построить алгоритмы расчета для всех рассмотренных случаев. Предложенный подход позволяет учесть параметры привода и технологического процесса (зоны формирования) и выбрать способ управления с помощью изменения скорости двигателя. Определены условия возникновения наиболее распространенных режимов: апериодического, колебательного.

Ключевые слова: модель, управление, процесс, перерегулирование, скорость, алгоритм, режим, объект управления, двигатель.

Введение

Для решения задач управления необходимо знать статические и динамические свойства объекта управления. Статические свойства определяются зависимостью выходной величины от входной в установившемся состоянии. Эти свойства определяют чувствительность объекта управления к малым возмущениям и предопределяют выбор допусков на отклонения основных технологических параметров в зависимости от требований к выходным параметрам [1], [2]. Динамические характеристики определяют зависимость выходной величины от входных величин в переходных режимах, возникающих при управлении процессом [3].

ISSN 0236-1493. Горный информационно-аналитический бюллетень. 2016. № 4. С. 18–25.
© 2016. Л.Б. Алексеева.

Математическая модель привода

Модель привода включает в себя электродвигатель и редуктор. Звенья механизмов привода считаем абсолютно твердыми, зазоры в кинематических парах не учитываем. Механизм имеет одну степень свободы. Все силы и массы приведены к выходному звену.

Исследуем характер сил, действующих на звенья. Динамическая характеристика двигателя имеет вид [3], [4]

$$\tau_{\partial} \frac{d M_{\partial}}{d t} + M_{\partial} = M_{\partial S}, \quad (1)$$

где τ_{∂} – электромагнитная постоянная времени двигателя; $M_{\partial S}$, M_{∂} – приведенные моменты сил сопротивления и сил движущих.

Величина τ_{∂} определяет инерционность электромагнитных процессов, происходящих в двигателе и в системе его управления.

Используем электродвигатель постоянного тока. Для рассматриваемого типа двигателя статическая характеристика $M_{\partial S}$ линейна

$$M_{\partial S} = M_0 - k \omega_{\partial},$$

где M_0 – пусковой момент двигателя; k – крутизна статической характеристики двигателя.

Приведем все силы и массы подвижных звеньев механизмов привода к его выходному звену (звездочка цепной передачи, шкив ременной передачи, фрикционный каток и т.п.). Тогда уравнение движения механизма вытяжки в дифференциальной форме будет иметь вид [5]

$$I(\varphi) \frac{d \omega}{d t} + \frac{1}{2} \frac{d I}{d \varphi} \omega^2 = M_{\partial} - M_c, \quad (2)$$

где I – приведенный момент инерции; $\omega = \frac{d \varphi}{d t}$ – угловая скорость выходного звена механизма привода (звена приведения).

Таким образом, динамической модели соответствует математическая модель, состоящая из двух уравнений (1) и (2), которую можно свести к одному уравнению (при $I = \text{const}$) [6]

$$\tau_m \tau_{\partial} \frac{d^2 \omega}{d t^2} + \tau_m \frac{d \omega}{d t} + \omega = \frac{1}{k} \left(M_0 - M_c - \tau_{\partial} \frac{d M_c}{d t} \right), \quad (3)$$

где $\tau_m = I / k$ – постоянная времени привода.

Правая часть уравнения (3) определяет значение скорости звена приведения, на которую перестраивается привод после подачи управляющего сигнала на двигатель.

Параметры, определяющие характер переходных режимов привода

Введем безразмерные параметры

$$\psi = \frac{t}{\sqrt{\tau_m \tau_\partial}}; \quad \zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau_m}{\tau_\partial}}$$

и сведем уравнение (3) к виду

$$\frac{d^2 \omega}{d \psi^2} + 2 \zeta \frac{d \omega}{d \psi} + \omega = \omega_2. \quad (4)$$

Решения уравнения (4) и соответственно характер переходных процессов будут зависеть от соотношения величин τ_m и τ_∂ , то есть от ζ [3], [4].

При $\zeta > 1$ общее решение уравнения (4) имеет вид

$$\omega = \omega_2 + A_1 \exp(\lambda_1 \psi) + A_2 \exp(\lambda_2 \psi), \quad (5)$$

где A_1, A_2 – постоянные, зависящие от начальных условий; λ_1, λ_2 – корни характеристического уравнения.

Пусть при $\psi = 0$

$$\omega = \omega_1; \quad M_\partial = M_0^* - k(\omega_1 - \omega_2), \quad (6)$$

где M_0^* – пусковой момент, соответствующий скорости ω_2 .

Используя (6), получим

$$\omega_1 - \omega_2 = A_1 + A_2. \quad (7)$$

После преобразований находим A_1 и A_2

$$A_1 = \frac{\Delta}{2\zeta} \cdot \frac{2\zeta \lambda_2 + 1}{\lambda_1 - \lambda_2}, \quad A_2 = \frac{\Delta}{2\zeta} \cdot \frac{2\zeta \lambda_1 + 1}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad (8)$$

где $\Delta = \omega_2 - \omega_1$ – диапазон регулирования скорости ω .

Для удобства представления (5) в безразмерном виде вычтем из левой и правой частей этого выражения ω_1 . После преобразования получим

$$\frac{\Delta_\omega}{\Delta} = 1 + \bar{A}_1 \exp(\lambda_1 \psi) + \bar{A}_2 \exp(\lambda_2 \psi), \quad (9)$$

где

$$\bar{A}_1 = A_1 / \Delta; \quad \bar{A}_2 = A_2 / \Delta; \quad \Delta_\omega = \omega - \omega_1.$$

Рассмотрим характер переходного процесса при $\zeta < 1$. В этом случае корни характеристического уравнения получаются комплексно сопряженными и общее решение уравнения (4) следует искать в виде (5).

Используя начальные условия, после аналогичных преобразований, получим

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta} = 1 + \bar{A}_3 \exp(-\zeta\psi) \cos\left(\sqrt{1-\zeta^2}\psi + \alpha\right), \quad (10)$$

где

$$\bar{A}_3 = -\frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}.$$

Анализ выражений (9), (10) показывает, что в данном случае переходный процесс проходит с перерегулированием и имеет характер затухающих колебаний.

Перерегулирования процесса можно избежать, если ввести квазиоптимальное управление [5]. Для этого напряжение, подаваемое на якорь двигателя, изменяется скачками.

Переходные процессы в зоне формирования

Переходные процессы в приводе создают возмущающуюся силу, действующую на выполняемый технологический процесс (вытяжка изделий, формообразование при обработке резанием и т.п.). (Зону формирования изделия). Будем считать, что характер изменения этой силы соответствует характеру изменения скорости двигателя

$$F(t) = \Delta F \Omega, \quad (11)$$

где $\Delta F = F_2 - F_1$; F_1, F_2 – величины сил, действующих на технологический процесс, соответствующие скоростям $\omega_1; \omega_2$; $\Omega = \Delta\omega / \Delta$ и определяемые по выражениям (9), (10), (11).

В дальнейшем в качестве примера будем рассматривать технологический процесс вытяжки изделий из размягченной стекломассы [6], [7], [8], [9].

Переходный процесс, связанный с воздействием на зону формирования силы $F(t)$, будем определять по изменению длины L зоны формирования. $L - L_0 = z(t)$, L_0 – исходная длина зоны формирования [10], [11].

Переходный процесс может быть определен на основе интеграла Дюамеля-Карсона

$$z(t) = \int_0^t F(\tau) h(t - \tau) d\tau, \quad (12)$$

где τ – вспомогательное время интегрирования, изменяющееся в пределах от нуля до рассматриваемого текущего времени t ; $h(t - \tau)$ – реакция стекломассы в момент t на единичный импульс.

Для вычисления реакции $h(t - \tau)$ используем линейное уравнение вида

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + \eta \frac{dz}{dt} + c z = 0, \quad (13)$$

где m – количество массы в зоне формирования; η , c – коэффициенты соответственно демпфирования и упругости.

Учтем только вязкие свойства стекломассы и определим реакцию на единичное воздействие $f(t)$. По определению

$$f(t) = \begin{cases} 1(t) & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Уравнение (13) примет вид

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + \eta \frac{dz}{dt} = 1(t). \quad (14)$$

Составим характеристическое уравнение для (14)

$$m \gamma^2 + \eta \gamma + c = 0.$$

Корни этого уравнения равны

$$\gamma_{1,2} = -\frac{\eta}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{\eta}{2m}\right)^2 - \frac{c}{m}}. \quad (15)$$

Для оценки корней по (15), а, следовательно, для описания переходных процессов удобно ввести понятие критического коэффициента демпфирования [10], равного

$$\eta_{кр} = 2m \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{4m\pi}{T},$$

где $T = 2\pi \sqrt{m/c}$.

Введем отношение $\frac{\eta}{\eta_{кр}} = n$. Тогда (15) можно представить в виде

$$\gamma_{1,2} = \frac{2\pi}{T} \left(-n \pm \sqrt{n^2 - 1} \right). \quad (16)$$

Из (16) следует: при $n > 1$ корни характеристического уравнения вещественные и отрицательные; при $n < 1$ корни – комплексные сопряженные. Если $n > 1$, то реакция зоны формирования на единичный импульс будет иметь вид

Характер переходных режимов

Параметры систем	Характер переходных режимов	Примечание
$\zeta > 1, n > 1$	апериодический	—
$\zeta < 1, n > 1$	апериодический или колебательный	зависит от τ
$\zeta > 1, n < 1$	апериодический	—
$\zeta < 1, n < 1$	колебательный (с перерегулированием)	—

$$h(t - \tau) = B_1 \left[\exp(\gamma_1(t - \tau)) - \exp(\gamma_2(t - \tau)) \right] 1(t), \quad (17)$$

где $B_1 = \frac{1}{m(\gamma_1 - \gamma_2)}$.

Поведение зоны формирования, описываемое выражением (17), соответствует так называемому апериодическому звену [5]. В этом случае преобладают вязкие свойства стекломассы.

При $n < 1$ реакция зоны формирования на единичный импульс определится выражением

$$h(t - \tau) = B_2 \exp(b_1(t - \tau)) \sin(b_2(t - \tau)) 1(t),$$

где

$$B_2 = \frac{1}{m b_2}; b_1 = -\frac{\eta}{2m} = -\frac{2\pi n}{T}; b_2 = \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{\eta}{2m}\right)^2} = \frac{2\pi}{T} \sqrt{1 - n^2}.$$

В этом случае поведение стекломассы соответствует типовому колебательному звену. Стеклома́сса в зоне формирования проявляет упругие свойства.

Характер переходных режимов, происходящих при управлении в системе привод — технологический процесс

Этот характер зависит от параметров и их соотношений. Были рассмотрены наиболее типовые варианты, которые приведены в таблице.

Закключение

Предложенный подход позволяет учесть параметры привода и технологического процесса (зоны формирования) и выбрать способ управления с помощью изменения скорости двигателя. Например, если процесс происходит без перерегулирования, то можно использовать способ форсированного перехода. Если процесс происходит с перерегулированием, то следует использовать квазиоптимальное управление.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пупков К. А. Нестационарные системы автоматического управления: анализ, синтез и оптимизация / Под ред. К. А. Пупкова. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. — 632 с.
2. Гайдук А. Р. Теория автоматического управления. — М.: Высшая школа, 2010. — 415 с.
3. Асташев В. К., Бабицкий В. И., Вульфс И. И. и др. Динамика машин и управление машинами: Справочник / Под ред. Г. В. Крейна. — М.: Машиностроение, 1988. — 240 с.
4. Капустин Н. М., Дьяконова Н. П., Кузнецов П. М. Автоматизация машиностроения: Учебник для вузов. — М.: Высшая школа, 2003. — 223 с.
5. Мышкис А. Д. Элементы теории математических моделей. — М.: Комкнига, 2007. — 192 с.
6. Леушин И. Ю. Моделирование процессов и объектов в металлургии: учебник. — М.: Форум, 2013. — 208 с.
7. Алексеева Л. Б., Уваров В. П. Оценка свойств объекта управления, содержащего упруго-вязкую среду при управляемом и неуправляемом движении / Материалы 2-ой международной научно-практической конференции «Современное машиностроение. Наука и образование». — СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2012. — С. 108–125.
8. Алексеева Л. Б., Максаров В. В. Исследование устойчивости автоматизированной системы управления процессом вытяжки оптических стержней // Известия вузов. Машиностроение. — 2008. — № 8. — С. 19–24.
9. Алексеева Л. Б., Ильичев В. А., Уваров В. П. Математические модели технологических систем, содержащих упруго-вязкую среду / Тезисы доклада международной конференции «Параллельные вычисления и задачи управления» — Москва. Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН. 27–29 октября 2008. — М., 2008.
10. Штелле М., Брюкнер Р. Предельные параметры процесса вытягивания стекловолокна // Clastechnische Berichte. — 1980. — № 5. — Р. 130–139.
11. Morton M. D. Процесс непрерывной вытяжки вязких жидкостей при прядении волокна // Ann. Rev. Fluid Mech. — 1980. — V. 12. — Р. 365–387. **П/АБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Алексеева Любовь Борисовна — кандидат технических наук, доцент, Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», e-mail: lbalek@rambler.ru.

Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2016. No. 4, pp. 18–25.

UDC
621.531.3

L.B. Alekseeva

DETERMINATION OF TRANSIENT BEHAVIOR CHARACTERISTICS IN DRIVE CONTROL OF MACHINES

A standard system composed of separately excited direct-current motor and drive is discussed in the article. To handle problems of control, the static and dynamic characteristics of the control object are defined. The static characteristics are governed by the dependence of

output characteristic on input characteristic in the steady-state condition. A mathematical model is selected to determine the character of transient phenomena and to choose an appropriate method of generating pilot signal improving the control quality. The author suggests a mathematical model of generation zone (control object) to determine the object response to the pilot signal. The derived expressions enable characterization of transient phenomena in the drive–work process system under influence of the pilot signal and allow constructing a computational algorithm for all cases considered. The proposed approach makes it possible to take into account parameters of the drive and work process (generation zone) and to select a control method by varying motor speed. For example, when the work process runs without overshoot, excessive rate method is applicable. In case of overshoot, it is better to use quasi-optimal control. Conditions of most common aperiodic and oscillation regimes are determined.

Key words: model, control, process, overshoot, speed, algorithm, regime, control object, motor.

AUTHOR

Alekseeva L. B., Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, National Mineral Resource University «University of Mines», 199106, Saint-Petersburg, Russia, e-mail: lbalek@rambler.ru.

REFERENCES

1. Pupkov K. A. Nestatsionarnye sistemy avtomaticheskogo upravleniya: analiz, sintez i optimizatsiya. Pod red. K. A. Pupkova (Time-varying systems of automated control: Analysis, synthesis and optimization. Pupkov K. A. (Ed.)), Moscow, Izd-vo MG TU im. N. E. Baumana, 2007, 632 p.
2. Gayduk A. R. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya* (Theory of automated control), Moscow, Vysshaya shkola, 2010, 415 p.
3. Astashev V. K., Babitskiy V. I., Vul'fs I. I. *Dinamika mashin i upravlenie mashinami*. Spravochnik. Pod red. G. V. Kreynina (Machine dynamics and control: Handbook. Kreynin G. V. (Ed.)), Moscow, Mashinostroyeniye, 1988, 240 p.
4. Kapustin N. M., D'yakonova N. P., Kuznetsov P. M. *Avtomatizatsiya mashinostroyeniya: Uchebnik dlya vuzov* (Automation in machine engineering: Textbook for high schools), Moscow, Vysshaya shkola, 2003, 223 p.
5. Myshkis A. D. *Elementy teorii matematicheskikh modeley* (Details of theory of mathematical models), Moscow, Komkniga, 2007, 192 p.
6. Leushin I. Yu. *Modelirovanie protsessov i ob"ektov v metallurgii: uchebnik* (Modeling processes and objects in metallurgy: Textbook), Moscow, Forum, 2013, 208 p.
7. Alekseeva L. B., Uvarov V. P. *Materialy 2-oy mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Sovremennoe mashinostroyeniye. Nauka i obrazovaniye»* (Proceedings of the 2nd Scientific-Practical Conference on Modern Machine Engineering. Science and Education), Saint-Petersburg, Izd-vo Politekhn. un-ta, 2012, pp. 108–125.
8. Alekseeva L. B., Maksarov V. V. *Izvestiya vuzov. Mashinostroyeniye*. 2008, no 8, pp. 19–24.
9. Alekseeva L. B., Il'ichev V. A., Uvarov V. P. Tezisy doklada mezhdunarodnoy konferentsii «Parallel'nye vychisleniya i zadachi upravleniya». Institut problem upravleniya im. V. A. Trapeznikova RAN. 27–29 oktyabrya 2008 (Head-notes, Parallel Computing and Control Problems Conference Proceedings, Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences. October 27–29, 2008), Moscow, 2008.
10. Shtelle M., Bryukner R. Predel'nye parametry protsessa vytyagivaniya steklovolokna. *Classtechnische Berichte*. 1980, no 5, pp. 130–139.
11. Morton M. D. Protssess nepreryvnoy vytyazhki vlyazhkih zhidkostey pri pryadenii volokna. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1980. V. 12 pp. 365–387.