

А.П. Баталов, И.А. Королев

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ С РАЗДЕЛЕНИЕМ ОТКЛОНЕНИЙ ФОРМЫ И ПОЛОЖЕНИЯ

При измерении цилиндрических поверхностей в поперечных и продольных сечениях иногда трудно отделить ошибки формы (округлости, разреза конуса, вогнутости, отклонение от оси вала, изгиба оси вала) от ошибки отклонения от соосности скорости вала. Эта работа направлена на автоматизацию расчетов этих измерений с помощью ПК и предоставление всех основных вариациях.

Ключевые слова: измерение цилиндрических поверхностей, ошибка формы, ошибка отклонения от соосности, точность изготовления, отклонение формы цилиндра в поперечном сечении, отклонение от прямолинейности оси цилиндра, отклонение формы цилиндра в продольном сечении, отклонение округлости, отклонение цилиндричности.

Надежность и долговечность работы механического оборудования в очень большой степени зависит от точности изготовления и сборки его узлов. Для трансформирования и передачи силовых нагрузок, в основном, применяются валы или оси, имеющие несколько ступенчатых цилиндрических поверхностей [1, 2]. Их нагрузочные характеристики зависят не только от материала, из которого они изготовлены, от технологии их обработки, но и от точности размеров, величины отклонений формы и положения, шероховатости поверхностей в опасных сечениях и в местах сопряжений и посадок [4, 7].

Основными отклонениями, которые наиболее всего влияют на эксплуатационные характеристики вала, можно считать:

1. отклонений формы цилиндра в поперечном сечении;
2. отклонений формы цилиндра в продольном сечении;
3. отклонения от прямолинейности оси цилиндра.

Если измерения проводятся индикатором, оптиметром, миксиметром или другим прибором, показывающим отклонения от

начально установленного уровня на цилиндрической поверхности вала, установленного в поверочных центрах в трех поперечных сечениях (1, 2, 3), в каждом сечении может быть получено шесть отклонений (рис. 1).

Первое отклонение равно нулю и обозначено $a_{11} = 0$. Последующие отклонения обозначены соответственно: $a_{12}, a_{13}, \dots, a_{16}$, где первая цифра в обозначении номер поперечного сечения; вторая номера точек.

Второе поперечное сечение обозначено следующим образом: $a_{21}, a_{22}, a_{23}, \dots, a_{26}$. Показатель a_{21} не равен нулю и может быть измерен при перемещении стойки индикатора по направляющим плиты поверочных центров.

Третьему поперечному сечению присвоено следующее обозначение: $a_{31}, a_{32}, a_{33}, \dots, a_{36}$.

По полученным значениям измерений строится ряд круговых диаграмм, определяется пара эквидистантных вписанной (максимального радиуса) и описанной (минимального радиуса) окружностей в каждом поперечном сечении и координата центра окружностей. По трем точкам: a_{11}, a_{12}, a_{13} находим центр окружности (координаты O_{123}) и ее радиус « r_{123} »; потом по точкам a_{11}, a_{13}, a_{14} – то же (координаты центра O_{134} и r_{134}); так перебираем все комбинации шести точек.

Перебором всех длин векторов от центров до тех точек, которые не участвовали в определении окружности, например, для центра O_{123} , осуществляется поиск длины $O_{123}a_{14}; O_{123}a_{15}; O_{123}a_{16}$.

Поставим условия:

1. Если все эти $O_{ij}a_j > r_{123}$, то считать эту окружность вписанной и отправить ее данные в массив вписанных окружностей (т.е. координаты центра и радиус).

2. Если все эти $O_{ij}a_j < r_{123}$, то окружность считается описанной и должна быть отправлена в массив описанных.

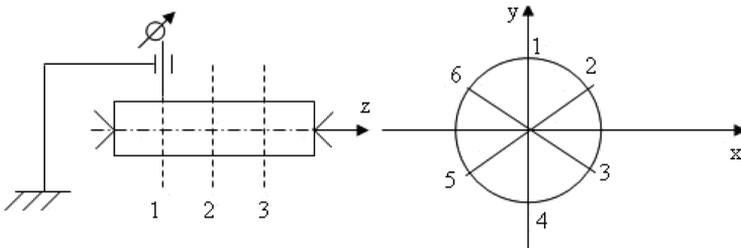


Рис. 1. Методика измерений с применением индикатора гладкого цилиндрического вала

3. Если есть O_{ij} больше и меньше r_{123} , то эту окружность следует отправить в архив. Проверка по условиям осуществляется для всех окружностей этого сечения.

Далее следует произвести выбор из массива описанных окружностей той, что имеет минимальный радиус и найти расстояние от центра этой окружности до ближайшей точки, обозначить это расстояние v_1 ; найти разность $r_{\text{опис.ij}} - v_1$ ($r_{\text{опис.ij}}$ – радиус этой описанной окружности), выбрать из массива вписанных окружностей ту, что имеет наибольший радиус и найти расстояние от ее центра до самой дальней точки, обозначить его w_1 ; найти разность $w_1 - r_{\text{впис.ij}}$. Проводится сравнение $r_{\text{опис.ij}} - v_1$ и $w_1 - r_{\text{впис.ij}}$; выбирается из них минимальное значение. Для этой выбранной разности запоминается ее величина (обозначается Δ_{01}) и координаты центра (обозначается O_1).

В результате были получены значения отклонения круглости $\Delta_{01}, \Delta_{02}, \Delta_{03}$; координаты центров O_1, O_2, O_3 .

Из трех Δ_{0i} выбирается наибольшее значение отклонения; обозначается Δ_0 – измеренное отклонение круглости. По трем пространственно расположенным точкам – центрам окружностей $O_1(x_1, y_1, z_1), O_2(x_2, y_2, z_2), O_3(x_3, y_3, z_3)$ методом наименьших квадратов составляется уравнение оси цилиндра.

В каждом сечении найти наибольшее и наименьшее расстояния до точек a_{ij} , обозначить их $R_{1\max}, R_{1\min}, R_{2\max}, R_{2\min}, R_{3\max}, R_{3\min}$; найти разности $R_{1\max} - R_{1\min}, R_{2\max} - R_{2\min}, R_{3\max} - R_{3\min}$; выбрать из них наибольшую, обозначить $\Delta_{\text{ц}}$ – измеренное отклонение цилиндричности.

Далее определяется значение параметра $\Delta_{\text{ц}}$ – измеренное отклонение от прямолинейности оси цилиндрической поверхности и значение параметра $\Delta_{=0}$ – измеренное отклонение продольного профиля цилиндрического сечения.

Поиском $\Delta_{\text{ц}}, \Delta, \Delta_{=0}$ выполняются пункты задания 1 и 3.

Для пункта 2 следует обработать точки продольных сечений: из этих 6 точек найти наибольшее и наименьшее расстояния до центров y_{10}, y_{20}, y_{30} .

Например, в одном продольном сечении a_{11}, y_{10} – наибольшее; a_{31}, y_{30} – наименьшее; найти их разность, обозначить $\Delta_{=1}$ (рис. 2).

Затем так же рассмотреть второе сечение, определить $\Delta_{=2}$.

Так же рассмотреть сечение для $a_{13}, a_{23}, a_{33}, a_{16}, a_{26}, a_{36}$, определить $\Delta_{=3}$.

Следует выбрать из $\Delta_{=1}, \Delta_{=2}, \Delta_{=3}$ наибольшее, обозначить его $\Delta_{=0}$ – измеренное отклонение продольного профиля цилиндрического сечения.



Рис. 2. Проекция оси цилиндра на плоскость zy

Далее рассмотрен пример поиска координат центров окружностей и их радиусов по трем точкам, например a_{11}, a_{12}, a_{13} .

1. Рассмотрим пример поиска координат центров окружностей и их радиусов по трем точкам, например a_{11}, a_{12}, a_{13} . Здесь r_{123} – радиус окружности по точкам a_{11}, a_{12}, a_{13} .

В табл. 1 представлен массив исходных данных.

$$\begin{cases} r_{123}^2 = (r + y_1)^2 + x_1^2 & (1) \\ r_{123}^2 = \left((r + a_{12}) \frac{\sqrt{3}}{2} + x_1 \right)^2 + \left((r + a_{12}) \frac{1}{2} + y_1 \right)^2 & (2) \\ r_{123}^2 = \left((r + a_{13}) \frac{\sqrt{3}}{2} + x_1 \right)^2 + \left(-(r + a_{13}) \frac{1}{2} + y_1 \right)^2 & (3) \end{cases}$$

Неизвестными являются r_{123}, x_1, y_1 (координаты центра окружности), r – радиус первого измерения в точке a_{11} известен. Система может быть решена либо при помощи программы на ЭВМ, либо классически. Алгоритм решения представлен на рис. 3.

Приравниваем выражения (2) и (3):

$$\begin{aligned} (r + a_{12})^2 \cdot \frac{3}{4} + 2x_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (r + a_{12}) + x_1^2 + (r + a_{12})^2 \cdot \frac{1}{4} + \\ + (r + a_{12}) \cdot y_1 + y_1^2 = (r + a_{13})^2 \cdot \frac{3}{4} + 2x_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (r + a_{13}) + \\ + x_1^2 + (r + a_{13})^2 \cdot \frac{1}{4} - (r + a_{13}) \cdot y_1 + y_1^2 \end{aligned}$$

После сокращений может быть получено следующее равенство:

$$\begin{aligned} (r + a_{12})^2 + x_1 \cdot \sqrt{3} \cdot (r + a_{12}) + (r + a_{12}) \cdot y_1 = \\ = (r + a_{13})^2 + x_1 \cdot \sqrt{3} \cdot (r + a_{13}) - (r + a_{13}) \cdot y_1 . \end{aligned}$$

Выразим из полученного выражения:

$$y_1 = \frac{(r + a_{13})^2 + x_1 \cdot \sqrt{3} \cdot (a_{13} - a_{12}) - (r + a_{12})^2}{r + a_{12} + r + a_{13}} =$$

$$= \frac{(r + a_{13} - r - a_{12})(r + a_{13} + r + a_{12})}{2r + a_{12} + a_{13}} = a_{13} - a_{12} .$$

Слагаемым $x_1 \cdot \sqrt{3} \cdot (a_{13} - a_{12})$ можно пренебречь, так как оно мало (x_1, a_{13}, a_{12} – малые величины по сравнению с r).

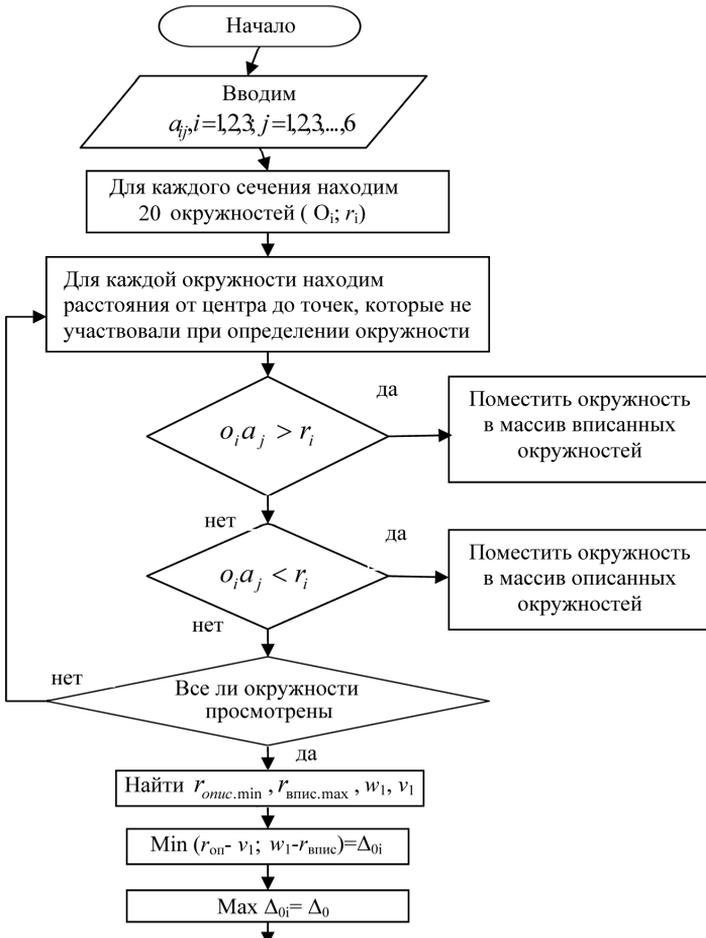


Рис. 3. Алгоритм решения системы уравнений (1), (2), (3).



Рис. 3. Алгоритм решения системы уравнений (1), (2), (3).

Итак,

$$y_1 = a_{13} - a_{12}. \quad (4)$$

Приравняем выражения (1) и (2):

$$\begin{aligned}
 r^2 + 2ry_1 + y_1^2 + x_1^2 &= (r + a_{12})^2 \cdot \frac{3}{4} + x_1 \cdot \sqrt{3} \cdot (r + a_{12}) + \\
 &+ x_1^2 + (r + a_{12})^2 \cdot \frac{1}{4} + (r + a_{12}) \cdot y_1 + y_1^2 \\
 r^2 + 2ry_1 &= (r + a_{12})^2 + x_1 \cdot \sqrt{3} \cdot (r + a_{12}) + y_1 \cdot (r + a_{12}) \\
 r^2 + 2ry_1 &= r^2 + 2ra_{12} + a_{12}^2 + x_1 \cdot \sqrt{3} \cdot r + \\
 &+ x_1 \cdot \sqrt{3} \cdot a_{12} + 2y_1 + y_1 \cdot a_{12}
 \end{aligned} \quad (5)$$

Подставим выражение (4) в (5):

$$\begin{aligned} ra_{13} - ra_{12} &= 2ra_{12} + x_1 \cdot \sqrt{3} \cdot r, \\ \Rightarrow x_1 &= \frac{ra_{13} - 3ra_{12}}{\sqrt{3} \cdot r} = \frac{a_{13} - 3a_{12}}{\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (6)$$

Подставим выражение (6) в (1):

$$\begin{aligned} r_{123}^2 &= (r + a_{13} - a_{12})^2 + \frac{a_{13}^2 - 6a_{13} \cdot a_{12} + 9a_{12}^2}{3} = \\ &= \frac{3r^2 + 3a_{13}^2 + 3a_{12}^2 + 6ra_{13} - 6ra_{12} - 6a_{13} \cdot a_{12} + a_{13}^2 - 6a_{13} \cdot a_{12} + 9a_{12}^2}{3} = \\ &= \frac{3r^2 + 4a_{13}^2 + 12a_{12}^2 + 6ra_{13} - 6ra_{12} - 12a_{13} \cdot a_{12}}{3} \cong \\ &\cong \frac{1}{3}(3r^2 - 6ra_{13} - 6ra_{12}) \cong r^2 + 2ra_{13} - 2ra_{12} \end{aligned} \quad (7)$$

Итак, найдены $x_1 = \frac{a_{13} - 3a_{12}}{\sqrt{3}}$; $y_1 = a_{13} - a_{12}$;

$$r_{123}^2 = r^2 + 2ra_{13} - 2ra_{12}.$$

2. При сравнении расстояний точек 4, 5, 6 с центром окружности (x_1, y_1) и радиусом r_{123} получены координаты точки 4: $x_{14} = 0$; $y_{14} = -(r + a_{14})$.

Значение параметра d_{14} — расстояние между точками 4 и центром.

$$\begin{aligned} d_{14}^2 &= (0 - x_1)^2 + (-r - a_{14} - y_1)^2 = \\ &= \frac{(a_{13} - 3a_{12})^2}{3} + (-r - a_{14} - a_{13} - a_{12})^2 \cong \\ &\cong r^2 + 2ra_{14} + 2ra_{13} + 2ra_{12}. \end{aligned} \quad (8)$$

Слагаемым $\frac{(a_{13} - 3a_{12})^2}{3}$ можно пренебречь.

Таким образом, получены следующие выражения:

$$\begin{aligned} r^2 + 2ra_{14} + 2ra_{13} + 2ra_{12} &\langle r^2 + 2ra_{13} - 2ra_{12} \\ 2r(a_{14} + a_{12}) &\langle -2ra_{12} \\ a_{14} + a_{12} &\langle -a_{12} \end{aligned} \quad (9)$$

Таблица 1

Массив исходных данных

радиаль- ные от- клонения	Сечение 1		Сечение 2		Сечение 3			
	координаты		радиаль- ные от- клонения	координаты		радиаль- ные от- клонения	координаты	
	по X	по Y		по X	по Y		по X	по Y
a_{11}	0	$r + 0$	a_{21}	0	$r + a_{21}$	a_{31}	0	$r + a_{31}$
a_{12}	$(r + a_{12})\sqrt{3}/2$	$(r + a_{12})1/2$	a_{22}	$(r + a_{22})\sqrt{3}/2$	$(r + a_{22})1/2$	a_{32}	$(r + a_{32})\sqrt{3}/2$	$(r + a_{32})1/2$
a_{13}	$(r + a_{13})\sqrt{3}/2$	$-(r + a_{13})1/2$	a_{23}	$(r + a_{23})\sqrt{3}/2$	$-(r + a_{23})1/2$	a_{33}	$(r + a_{33})\sqrt{3}/2$	$-(r + a_{33})1/2$
a_{14}	0	$-(r + a_{14})$	a_{24}	0	$-(r + a_{24})$	a_{34}	0	$-(r + a_{34})$
a_{15}	$-(r + a_{15})\sqrt{3}/2$	$-(r + a_{15})1/2$	a_{25}	$-(r + a_{25})\sqrt{3}/2$	$-(r + a_{25})1/2$	a_{35}	$-(r + a_{35})\sqrt{3}/2$	$-(r + a_{35})1/2$
a_{16}	$-(r + a_{16})\sqrt{3}/2$	$(r + a_{16})1/2$	a_{26}	$-(r + a_{26})\sqrt{3}/2$	$(r + a_{26})1/2$	a_{36}	$-(r + a_{36})\sqrt{3}/2$	$(r + a_{36})1/2$

В табл. 1 представлен массив исходных данных.

Пример: пусть значение параметра $a_{14} = +3$ мкм; $a_{12} = -2$ мкм; тогда $3 - 2 < 2$ или $1 < 2$, т.е. точка 4 лежит внутри окружности радиусом r_{123} .

Координаты точки 5 находятся из следующих выражений:

$$x_{15} = -(r + a_{15}) \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad y_{15} = -(r + a_{15}) \frac{1}{2}. \quad (10)$$

Исходя из конкретных значений параметров, определяется положение точки 5 – внутри или вне окружности. Аналогично определяются координаты точки 6.

3. Далее определяются центры и значения радиусов окружностей через точки 1, 3, 4; 1, 3, 5; и т.д. Для одного поперечного сечения получается 20 сочетаний, т.е. повтор пунктов 2, 3 для r_{134} и т.п. Определяется положение оси цилиндра с помощью аппроксимирующей прямой, проходящей вблизи найденных центров эквидистантных окружностей.

Составляется алгоритм решения из 20 операционных блоков и программа для ПК. Пример расчета по этой программе приведен в табл. 2. Измерения гладкого валика проводятся в центрах индикатором ИЧ с ценой деления 0,001 мм. В результате определяются значения параметра отклонения от круглости Δ_0 , значение отклонения продольного профиля Δ_0 , значение отклонения от цилиндричности $\Delta_{\text{ц}}$, значение отклонения оси цилиндра от прямолинейности $\Delta_{\text{ц}}$, отфильтровано биение в центрах.

Значения параметров составляют: $\Delta_0 = 0,9$, $\Delta_{\text{ц}} = 2,552$, $\Delta_{\text{ц}} = 1,402$, $\Delta_0 = 2,941$.

Данная методика с небольшими поправками может быть использована для конических поверхностей, для ступенчатых

Таблица 2

Расчет параметров отклонения формы цилиндра (мкм)

Сечение 1	Сечение 2	Сечение 3
$a_{11} = 0$	$a_{21} = -1$	$a_{31} = -1$
$a_{12} = +2$	$a_{22} = 0$	$a_{32} = -2$
$a_{13} = +1$	$a_{23} = +3$	$a_{33} = -3$
$a_{14} = +2$	$a_{24} = +1$	$a_{34} = -2$
$a_{15} = 0$	$a_{25} = 0$	$a_{35} = -1$
$a_{16} = -1$	$a_{26} = 0$	$a_{36} = 15$

валов, для валов с развитой эксцентриковой ступенью, а также для внутренних подобных поверхностей [3, 6]. Представленный метод оценки точности не требует применения высокотехнологичного дорогостоящего оборудования и доступен для любых предприятий [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Юркевич В.В. и др.* Надежность и диагностика технологических систем: учебное пособие. – М.: Academia – Высшее профессиональное образование, 2011. – 304 с.
2. *Таратынов О.В. и др.* Технология машиностроения. Основы проектирования на ЭВМ: учебное пособие. – М.: Форум – Профессиональное образование, 2012. – 608 с.
3. *Августиневич И.В., Андрианова С.Ю., Орешенкова Е.Г., Переверзева Э.А.* Технология аналитического контроля: учебное пособие. – М.: Academia – Начальное профессиональное образование, 2010. – 192 с.
4. *Зайцев Г.Н., Любомудров С.А., Федюкин В.К.* Нормирование точности геометрических параметров машин: учебное пособие. – М.: Academia – Высшее профессиональное образование, 2008. – 368 с.
5. *Емельянов С.Г., Кудряшов Е.А., Яцун Е.И., Павлов Е.В., Чевычелов С.А., Сергеев С.А.* Нормирование точности в машиностроении. Учебное пособие. – Старый Оскол: Тонкие наукоемкие технологии, 2014. – 440 с.
6. *Бржозовский Б.М. и др.* Диагностика и надежность автоматизированных систем. – Старый Оскол: Тонкие наукоемкие технологии, 2012. – 352 с.
7. *Яхьяев Н.Я., Кораблин А.В.* Основы теории надежности и диагностика: учебник. – М.: Academia – Высшее профессиональное образование, 2009. – 256 с. **ИДБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Баталов Андрей Петрович – кандидат технических наук, доцент, e-mail: volatab@rambler.ru,

Королев Игорь Алексеевич – кандидат технических наук, ассистент, e-mail: korolyov_ia@spmi.ru, korolyov_ia@inbox.ru, Национальный минерально-сырьевой университет «Горный».

UDC
682.2:621.1/2

A.P. Batalov, I.A. Korolev

PROCESSING OF CYLINDRICAL SURFACES'S MEASUREMENT RESULTS WITH SEPARATION OF DEVIATIONS OF FORM AND POSITION

It is sometimes difficult to separate the errors shape (circularity of the section of the cone concave deviation from the axis of the shaft, shaft bending axis) of the alignment errors between the speed of the shaft during the measurement of the cylindrical surfaces of the

transverse and longitudinal sections. This work aims to automate the calculations of these measurements using a PC and the provision of all basic variations.

Key words: measurement of cylindrical surfaces, form error, error deviation from the alignment, precision manufacturing, deviation cylinder shape in cross-section, deviation from straightness of the cylinder axis, the deviation of the cylinder in a longitudinal sectional, roundness deviation, cylindricity deviation.

AUTHORS

*Batalov A.P.*¹, Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor,
e-mail: volatab@rambler.ru,

*Korolyov I.A.*¹, Candidate of Technical Sciences, Assistant,
e-mail: korolyov_ia@spmi.ru, korolyov_ia@inbox.ru,

¹ National Mineral Resource University «University of Mines»,
199106, Saint-Petersburg, Russia.

REFERENCES

1. Yurkevich V.V. *Nadezhnost' i diagnostika tekhnologicheskikh sistem*: uchebnoe posobie (Reliability and diagnostics of technological systems: a tutorial), Moscow, Academia, Vysshee professional'noe obrazovanie, 2011, 304 p.

2. Taratynov O.V. *Tekhnologiya mashinostroeniya. Osnovy proektirovaniya na EVM*: uchebnoe posobie (Engineering Technology. Fundamentals of PC: a tutorial), Moscow, Forum, Professional'noe obrazovanie, 2012, 608 p.

3. Avgustinovich I.V., Andrianova S.Yu., Oreshenkova E.G., Pereverzeva E.A. *Tekhnologiya analiticheskogo kontrolya*: uchebnoe posobie (Analytical control technology: a tutorial), Moscow, Academia, Nachal'noe professional'noe obrazovanie, 2010, 192 p.

4. Zaytsev G.N., Lyubomudrov S.A., Fedyukin V.K. *Normirovanie tochnosti geometricheskikh parametrov mashin*: uchebnoe posobie (Rationing accuracy of geometrical parameters of machines: a tutorial), Moscow, Academia, Vysshee professional'noe obrazovanie, 2008, 368 p.

5. Emel'yanov S.G., Kudryashov E.A., Yatsun E.I., Pavlov E.V., Chevychelov S.A., Sergeev S.A. *Normirovanie tochnosti v mashinostroenii*. Uchebnoe posobie (Rationing precision engineering. A tutorial), Staryy Oskol, Tonkie naukoemkie tekhnologii, 2014, 440 p.

6. Brzhozovskiy B.M. *Diagnostika i nadezhnost' avtomatizirovannykh sistem* (Diagnostics and reliability of automated systems) Staryy Oskol, Tonkie naukoemkie tekhnologii, 2012, 352 p.

7. Yakh'yaev N.Ya., Korablin A.V. *Osnovy teorii nadezhnosti i diagnostika*: uchebnik (Fundamentals of the theory of reliability and diagnostics: a tutorial), Moscow, Academia, Vysshee professional'noe obrazovanie, 2009, 256 p.



КОРПУС ГОРНЫХ ИНЖЕНЕРОВ, ЭТО:

2. *Рациональная система эффективного образования без вмешательства чиновников Минобрнауки.*