УДК 622.233.5.051.78.0015

А.М. Бусыгин

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА РУКОЯТИ ГУСЕНИЧНОГО ЭКСКАВАТОРА С ТРЕМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Рассмотрен кинематический анализ механизма рукояти гусеничного экскаватора с тремя степенями свободы аналитическим способом.

Ключевые слова: кинематический анализ, гусеничный экскаватор, механизм рукояти.

Из трех методов, используемых при проведении кинематического анализа любого механизма, – графического, графоаналитического и аналитического, наиболее предпочтительным является аналитический метод, так как, имея математические уравнения, связывающие основные кинематические и геометрические параметры механизма, можно составить программу, позволяющую автоматизировать процесс вычислений, причем степень точности вычислений может быть задана любая.

Произведем аналитическим методом кинематический анализ механизма рукояти гусеничного экскаватора с тремя степенями свободы. Для этого создадим векторную модель механизма – «совокупность геометрических векторов, соединяющих кинематические пары на кинематической схеме механизма в такой последовательности, которая целесообразна для расчета кинематических параметров аналитическим методом» [2] .

На рис. 1 представлена такая векторная модель.

Составим векторное уравнение в соответствии с рис. 1

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 = \vec{l}_A \qquad (1)$$

Спроецируем векторное уравнение (1) на оси координат

$$\begin{cases} l_1\cos\varphi_1 + l_2\cos\varphi_2 + l_3\cos\varphi_3 = l_A\cos\varphi_{lA} = x_A \\ l_1\sin\varphi_1 + l_2\sin\varphi_2 + l_3\sin\varphi_3 = l_A\sin\varphi_{lA} = y_A \end{cases} \qquad (2)$$

При заданных l_1, l_2, l_3, φ_1, φ_2, φ_3 можно вычислить координаты точки $A - x_A$, y_A.

Или, задаваясь координатами x_A, y_A, l_1, l_2, l_3 и φ_3 можно вычислить φ_1 и φ_2.

Продифференцируем систему уравнений (2) по времени.

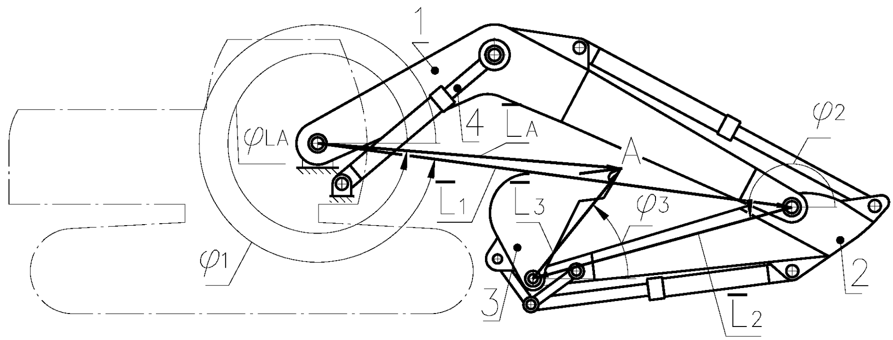

Рис. 1

$$\begin{cases} -l_1 \sin\varphi_1\omega_1 - l_2 \sin\varphi_2\omega_2 - l_3 \sin\varphi_3\omega_3 = \dot{x}_A = v_{xA} \\ l_1 \cos\varphi_1\omega_1 + l_2 \cos\varphi_2\omega_2 + l_3 \cos\varphi_3\omega_3 = \dot{y}_A = v_{yA} \end{cases} \tag{3}$$

Из пяти параметров ω_1, ω_2, ω_3, v_{xA}, v_{yA} тремя параметрами задаются, а остальные два определяются из системы уравнений (3). Например, задавшись ω_3, v_{xA}, v_{yA}, можно определить ω_1 и ω_2.

Из первого уравнения системы уравнений (3) выразим ω_2

$$\omega_2 = -\frac{v_{xA} + l_3 \sin\varphi_3\omega_3 + l_1 \sin\varphi_1\omega_1}{l_2 \sin\varphi_2} \tag{4}$$

Подставив полученное выражение во второе уравнение системы уравнений (3), определим ω_1.

$$\omega_1 = \frac{v_{xA} \cos\varphi_2 + v_{yA} \sin\varphi_2 - l_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)\omega_3}{l_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Подставим полученное выражение ω_1 в уравнение (4) и определим ω_2.

Продифференцируем систему уравнений (3) по времени

$$\begin{cases} -l_1 \cos\varphi_1\omega_1^2 - l_1 \sin\varphi_1\varepsilon_1 - l_2 \cos\varphi_2\omega_2^2 - l_2 \sin\varphi_2\varepsilon_2 - l_3 \cos\varphi_3\omega_3^2 - l_3 \sin\varphi_3\varepsilon_3 = a_{xA} \\ -l_1 \sin\varphi_1\omega_1^2 + l_1 \cos\varphi_1\varepsilon_1 - l_2 \sin\varphi_2\omega_2^2 + l_2 \cos\varphi_2\varepsilon_2 - l_3 \sin\varphi_3\omega_3^2 + l_3 \cos\varphi_3\varepsilon_3 = a_{yA} \end{cases} \tag{5}$$

Из пяти параметров ε_1, ε_2, ε_3, a_{xA}, a_{yA} тремя параметрами можно задаться, а остальные два определяются из системы уравнений (5). Например, задавшись ε_3, a_{xA}, a_{yA}, можно определить ε_1, ε_2.

Из первого уравнения системы уравнений (5) выразим ε_2

$$\varepsilon_2 = -\frac{l_1 \cos\varphi_1\omega_1^2 + l_2 \cos\varphi_2\omega_2^2 + l_1 \sin\varphi_1\varepsilon_1 + l_3 \cos\varphi_3\omega_3^2 + l_3 \sin\varphi_3\varepsilon_3 + a_{xA}}{l_2 \sin\varphi_2} \tag{6}$$

Подставив полученное выражение во второе уравнение системы уравнений (5) получим ε_1

$$\varepsilon_1 = \frac{l_1 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)\omega_1^2 + l_2\omega_2^2 + l_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_2)\omega_3^2 - l_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)\varepsilon_3 + a_{xA} \cos\varphi_2 + a_{yA} \sin\varphi_2}{l_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Подставив полученное выражение ε_1 в уравнение (6) можно получить ε_2, зависящее от наперед заданных параметров ε_3, a_{xA}, a_{yA} и известных величин.

Положение рукояти экскаватора при работе определяется ходом трех гидроцилиндров, их рабочей длиной, т.е. значения углов φ_1, φ_2, φ_3 напрямую зависят от хода гидроцилиндров. Рассмотрев гидроцилиндр и звено, поворот которого обеспечивается действием данного гидроцилиндра, как отдельный механизм, можно установить зависимость между ходом гидроцилиндра и углом поворота соответствующего звена, а также другие кинематические зависимости.

Для примера рассмотрим механизм поворота звена *1* гидроцилиндром *4*, степень подвижности которого $w = 1$.

Применяя метод замкнутого контура, составим векторное уравнение (7), (см. рис. 2)

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{z} + \vec{l}'_1 = \vec{l}_1 \tag{7}$$

Так точки *B*, *C*, *D* принадлежат звену *1*, являющимся твердым телом, то угол α между векторами $\vec{l}_1$, $\vec{l}'_1$ будет оставаться постоянным во все время движения. Тогда угол φ'_1 можно представить $\varphi'_1 = \varphi_1 - \alpha$

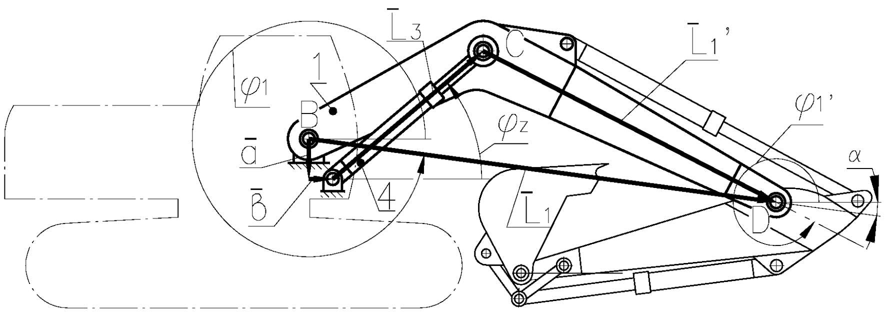

Рис. 2

Спроецируем уравнение (7) на оси координат.

$$\begin{cases} b + z\cos\varphi_z + l'_1\cos(\varphi_1 - \alpha) = l_1\cos\varphi_1 \\ -a + z\sin\varphi_z + l'\sin(\varphi_1 - \alpha) = l_1\sin\varphi_1 \end{cases} \tag{8}$$

При заданных значениях a, b, l_1, l'_1, α, φ_1 можно вычислить z, φ_z .Из второго уравнения системы уравнений (8) определим $\sin\varphi_z$

$$\sin\varphi_z = \frac{l_1\sin\varphi_1 + a - l'_1\sin(\varphi_1 - \alpha)}{z}, \tag{9}$$

тогда

$$\cos\varphi_z = \sqrt{1 - \sin^2\varphi_z} = \sqrt{1 - \frac{\left[l_1\sin\varphi_1 + a - l'_1\sin(\varphi_1 - \alpha)\right]^2}{z^2}}$$

Подставим данное значение $\cos\varphi_z$ в первое уравнение системы уравнений (8)

$$b + z\sqrt{1 - \frac{\left[l_1\sin\varphi_1 + a - l'_1\sin(\varphi_1 - \alpha)\right]^2}{z^2}} + l'_1\cos(\varphi_1 - \alpha) = l_1\cos\varphi_1,$$

или

$$z\sqrt{1 - \frac{\left[l_1\sin\varphi_1 + a - l'_1\sin(\varphi_1 - \alpha)\right]^2}{z^2}} = -l'_1\cos(\varphi_1 - \alpha) - b + l_1\cos\varphi_1. \tag{10}$$

Введем обозначение $\left[l_1\sin\varphi_1 + a - l'\sin(\varphi_1 - \alpha)\right] = c$

и $\left[l_1\cos\varphi_1 + a - l'\cos(\varphi_1 - \alpha) - b\right] = d$. Тогда выражение (10) примет вид

$z\sqrt{1 - \frac{c^2}{z^2}} = d$ или $z^2 = c^2 + d^2$, откуда $z = \pm\sqrt{c^2 + d^2}$.

Подставив данное выражение z в уравнение (9) определим $\sin\varphi_z$ и в конечном итоге φ_z.

Продифференцируем систему уравнений (8) по времени.

$$\begin{cases} \dot{z}\cos\varphi_z - z\sin\varphi_z\omega_z - l'_1\sin(\varphi_z - \alpha)\omega_1 = l_1\sin\varphi_1\omega_1 \\ \dot{z}\sin\varphi_z + z\cos\varphi z\omega_z + l'\cos(\varphi_1 - \alpha)\omega_1 = l_1\cos\varphi_1\omega_1 \end{cases} \tag{11}$$

Введем обозначение $\dot{z} = v^r$ – относительная скорость движения поршня относительно гидроцилиндра 4. При заданном значении ω_1 из системы уравнений (11) можно определить $\dot{z} = v^r$ и ω_z.

Умножим первое уравнение системы уравнений (11) на $\sin\varphi_z$, а второе на $\cos\varphi_z$.

$$\begin{cases} \dot{z}\cos\varphi_z\sin\varphi_z - z\sin^2\varphi_z\omega_z - l'_1\sin(\varphi_z-\alpha)\sin\varphi_z\omega_1 = l_1\sin\varphi_1\sin\varphi_z\omega_1 \\ \dot{z}\sin\varphi_z\cos\varphi_z + z\cos^2\varphi z\omega_z + l'\cos(\varphi_1-\alpha)\cos\varphi_z\omega_1 = l_1\cos\varphi_1\cos\varphi_z\omega_1 \end{cases}$$

Вычислив из первого уравнения второе, получим.

$$-z\omega_z = \left[l'_1\cos(\varphi_1-\alpha-\varphi_z) - l_1\cos(\varphi_1-\varphi_z)\right]\omega_1,$$

Тогда

$$\omega_z = -\left[l'_1\cos(\varphi_1-\alpha-\varphi_z) - l_1\cos(\varphi_1-\varphi_z)\right]\frac{\omega_1}{z}$$

Подставив ω_z в первое уравнение системы уравнений (11) можно определить $\dot{z} = v^r$.

Продифференцируем по времени систему уравнений (11).

$$\begin{cases} \ddot{z}\cos\varphi_z - \dot{z}\sin\varphi_z\omega_z - \left(z\dot{\sin\varphi_z}\right)\omega_z - z\sin\varphi_z\varepsilon_z - l'_1\cos(\varphi_1-\alpha)\omega_1^2 - l'_1\sin(\varphi_1-\alpha)\varepsilon_1 = \\ = -l_1\cos\varphi_1\omega_1^2 - l_1\sin\varphi_1\varepsilon_1 \\ \ddot{z}\sin\varphi_z + \dot{z}\cos\varphi_z\omega_z + \left(z\dot{\cos\varphi_z}\right)\omega_z + z\cos\varphi_z\varepsilon_z - l'_1\sin(\varphi_1-\alpha)\omega_1^2 + l'\cos(\varphi_1-\alpha)\varepsilon_1 = \\ = -l_1\sin\varphi_1\omega_1^2 + l_1\cos\varphi_1\varepsilon_1 \end{cases}$$

Введя обозначения $\ddot{z} = a^r$ и $2\dot{z}\omega_z = 2v^r\omega_z = a_k$, а также, сделав соответствующие преобразования, получим.

$$\begin{cases} a^r\cos\varphi_z - a_k\sin\varphi_z - z\cos\varphi_z\omega_z^2 - z\sin\varphi_z\varepsilon_z - \omega_1^2\left[l'_1\cos(\varphi_1-\alpha) - l_1\cos\varphi_1\right] - \\ -\varepsilon_1\left[l'_1\sin(\varphi_1-\alpha) - l_1\sin\varphi_1\right] = 0 \\ a^r\sin\varphi_z + a_k\cos\varphi_z - z\sin\varphi_z\omega_z^2 + z\cos\varphi_z\varepsilon_z - \omega_1^2\left[l'_1\sin(\varphi_1-\alpha) - l_1\sin\varphi_1\right] - \\ -\varepsilon_1\left[l'_1\cos(\varphi_1-\alpha) - l_1\cos\varphi_1\right] = 0 \end{cases} \qquad (12)$$

Задавшись значением можно определить из системы уравнений (12) $\ddot{z} = a^r$ и ε_z. Для этого умножим первое уравнение из системы уравнений (12) на $\cos\varphi_z$, второе на $\sin\varphi_z$ и сложим два этих уравнения. В итоге получим.

$$a^r = z\omega_z^2 + \omega_1^2\left\{\cos\varphi_z\left[l'_1\cos\left(\varphi_1-\alpha\right) - l_1\cos\varphi_1\right] + \sin\varphi_z\left[l'_1\cos\left(\varphi_z-\alpha\right) - l_1\cos\varphi_1\right]\right\} +$$
$$+\varepsilon_1\left[l'_1\sin\left(\varphi_1-\alpha\right) - l_1\sin\varphi_1\right]\left(\cos\varphi_z + \sin\varphi_z\right)$$

Подставив значение a^r в первое уравнение системы уравнений (12) определим ε_z. Аналогичным образом можно определить зависимости между ходом других гидроцилиндров и углами поворота соответствующих звеньев, а также между их кинематическими параметрами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Артоболевский И.И.* Теория машин и механизмов. – М.: Наука, 1988.
2. *Фролов К.В., Попов С.А. и др.* Теория машин и механизмов. – М.: Высшая школа, 2001. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Бусыгин Александр Михайлович – кандидат технических наук, доцент,
НИТУ «МИСиС», e-mail: ud@msmu.ru.

UDC 622.233.5.051.78.0015

KINEMATIC ANALYSIS OF MECHANISM OF SHOVEL CRAWLER ARM WITH THREE DEGREES OF FREEDOM USING ANALYTICAL METHOD

Busygin A.M., Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor,
National University of Science and Technology «MISiS»,
119049, Moscow, Russia, e-mail: ud@msmu.ru.

In the article the method of conducting the kinematic analysis of the mechanism stick crawler excavator with three degrees of freedom in an analytical way.

Key words: kinematic analysis, crawler excavator, movement of the handle.

REFERENCES

1. Artobolevskiy I.I. *Teoriya mashin i mekhanizmov* (Theory of machines and mechanisms), Moscow, Nauka, 1988.
2. Frolov K.V., Popov S.A. Teoriya mashin i mekhanizmov (Theory of machines and mechanisms), Moscow, Vysshaya shkola, 2001.

РИСУЕТ НАТАЛЬЯ МОИСЕЕВА

Мы тут с друзьями собрали машину. Но в ней оказалось много лишних деталей