

**В.Я. Потапов, В.В. Потапов, Л.А. Семериков, Я.И. Конев**

## **РЕЗУЛЬТАТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ КУСКОВ ГОРНОЙ ПОРОДЫ**

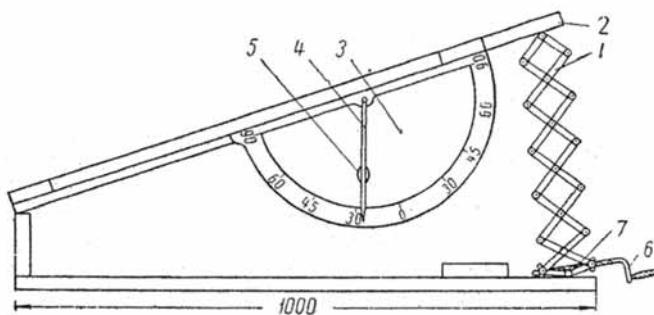
Дано описание экспериментальной установки, позволяющей определять триботехнические характеристики кусков горной породы. Изложен последовательный принцип работы на установки по исследованию характеристик. Разработана методика обработки полученных результатов.

*Ключевые слова:* методика, трибометр, уравнения и коэффициенты трения качения частиц.

**Р**азделение горной массы основывается на физических свойствах слагающих ее минералов. Одним из них, широко используемым в различных аппаратах, является трение. С точки зрения рассмотрения коэффициентов трения как признака разделения, наибольший интерес представляет кинетический коэффициент трения и приведенный коэффициент трения качения, учитывающий вращение куска при контакте с поверхностью, так как разделение частиц в основном идет в движении. Согласно теории и практике частицы минералов перемещаются по наклонной плоскости не только со скольжением, но и с качением, что, несомненно, влияет на эффективность процесса разделения. В зависимости от угла наклона этой плоскости возможны различные режимы движения: чистое скольжение, качение без проскальзывания, качение со скольжением [1].

Методика определения приведенного коэффициента трения перекатывающейся частицы получена из условия ее опрокидывания вокруг границы площадки контакта.

Для определения коэффициента трения скольжения обычно используется установка (трибометр), представленная на рис. 1 [2]. К штативу 1 прикреплена плоскость 2, на которой установлен транспортир 3. К сектору транспортира подвешена стрелка с отвесом 5. Изменения угла наклона плоскости 2 осуществляются с помощью рукоятки 6 и червячной передачи 7.



**Рис. 1. Вид экспериментальной установки**

Точно такую же установку можно использовать и для определения приведенного коэффициента трения. Методика проведения опыта: вначале определяются форма и размеры частицы минерала, а на плоскости с переменным углом наклона размещаются сменные поверхности (сталь или резина), для которых необходимо определить фрикционные характеристики. После этого образцы исследуемых материалов помещаются на плоскость.

В процессе опыта уделялось внимание виду движения образца, фиксировался угол и время прохождения участка со скольжением. Дальнейшее увеличение угла наклона плоскости осуществлялось для перевода ее в режим качения, при этом также фиксировался завышенный угол подъема плоскости.

Коэффициент трения качения  $\delta$  определяется по углу наклона  $\beta$ , который составляет подвижная плоскость в момент начала качения (при отсутствии проскальзывания), (рис. 2). Качение начинается в тот момент времени, когда линия действия силы тяжести  $G$  выходит за пределы границы площадки контакта частицы с наклонной плоскостью (появляется опрокидывающий момент вокруг границы площадки контакта). Предельное значение угла наклона плоскости  $\beta$ , при котором линия действия силы  $G$  точно попадает на границу площадки контакта как раз и соответствует величине  $\delta$ .

Как известно [3], причиной возникновения трения качения является деформация катящегося объекта и поверхности, по которой происходит качения. Момент трения качения  $M_{tp}$  определяется как момент нормальной реакции  $N$  относительно центра площадки контакта:

$$M_{tp} = \delta \cdot N, \quad (1)$$

где  $N = G \cdot \cos \beta$  – величина нормальной реакции. Сила тяжести при этом создает относительно той же точки момент, по величине равный:

$$M_D = G \cdot R \cdot \sin \beta, \quad (2)$$

где  $R$  – средний радиус частицы.

Таким образом, в предельном случае (для момента начала качения)

$$G \cdot R \cdot \sin \beta = \delta \cdot G \cdot \cos \beta$$

и, следовательно,

$$\delta = R \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (3)$$

При движении катящейся без скольжения частицы ускорение ее центра можно определить по теореме об изменении кинетической энергии и [3]:

$$\frac{dT}{dt} = \sum W$$

где  $T$  – кинетическая энергия частицы,

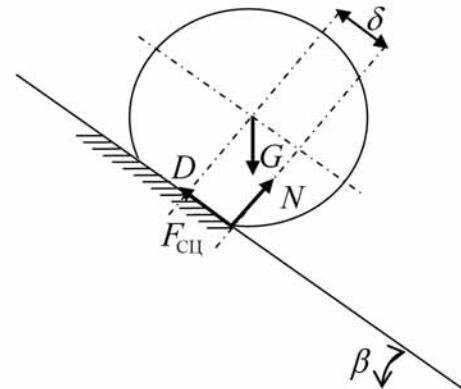


Рис. 2. Силы, действующие на частицу

$$T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_C \omega^2 = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{5} m R^2 \right) \cdot \left( \frac{V_C}{R} \right)^2,$$

$J_C = \frac{2}{5} m R^2$  – момент инерции шарообразной частицы массой  $m$ ,  $V_C$  – скорость ее центра масс,  $\omega$  – угловая скорость,  $\sum W$  – сумма мощностей сил, приложенных к частице,

$$\sum W = G V_C \sin \beta - M_{TP} \omega = mg \cdot \left( \sin \beta - \frac{\delta}{R} \cos \beta \right) \cdot V_C.$$

После подстановки указанных значений получаем

$$a_C = \frac{5}{7} g \cdot \left( \sin \beta - \frac{\delta}{R} \cos \beta \right) \quad (4)$$

Считая качение частицы по наклонной плоскости равнопеременным, величину  $\delta$  при движении можно определить по длине  $L$  пройденного ею за время  $t$  пути:  $L = 0,5g t^2$ . Отсюда с учетом выражением (4) получим

$$\delta = \left( \operatorname{tg} \beta - \frac{2,8L}{gt^2 \cos \beta} \right). \quad (5)$$

В соответствии с представленными зависимостями проведено экспериментальное определение приведенного коэффициента трения качения горных пород по стальной и резиновой поверхностям [4].

Исследования показывают, что существует закономерная взаимосвязь между крупностью подвижного куска и коэффициентом трения качения: чем больше размер, тем выше коэффициент трения качения. Данная закономерность прослеживается для различных горных пород и поверхностей качения.

Уравнения взаимосвязи указанных параметров установлены методами регрессионного анализа. Выбор аналитической аппроксимационной функции

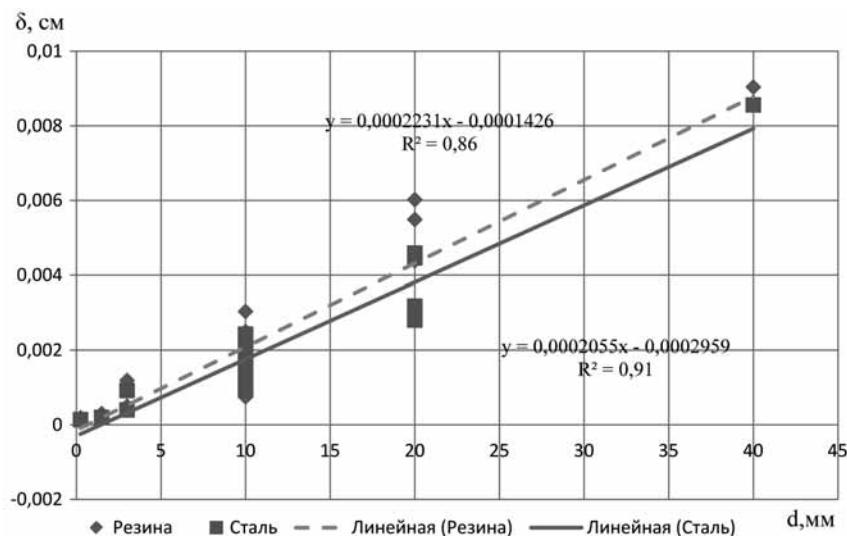


Рис. 3. Зависимость приведенного коэффициента трения качения от крупности для угольных формаций

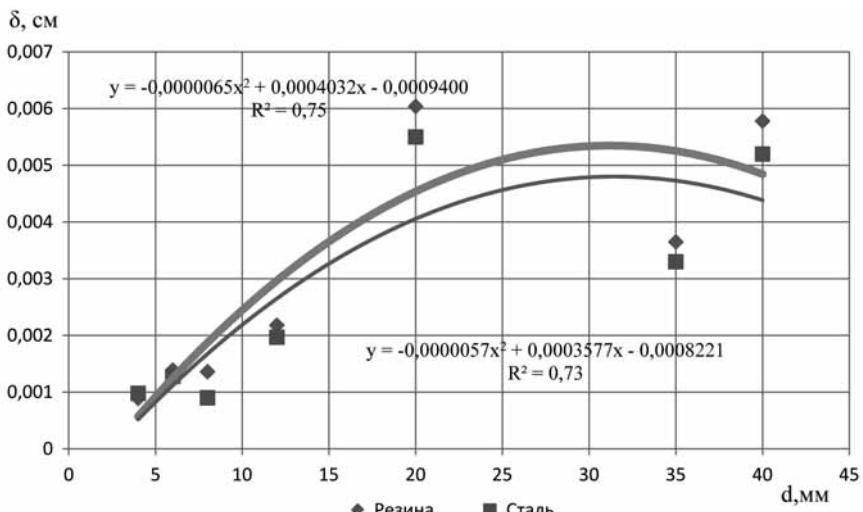


Рис. 4. Зависимость приведенного коэффициента трения качения от крупности для асбестосодержащих продуктов

осуществлен из заданного класса типовых зависимостей по величине наименьшей остаточной дисперсии. Результаты экспериментальных исследований качения угольных формаций и их интерпретации представлены на (рис. 3). Аналитическая аппроксимация показывает, что коэффициент трения качения связан с крупностью перемещающихся угольных кусков прямой пропорциональной зависимостью  $\delta \approx k_M d - b$ , где  $k_M$  – безразмерный коэффициент линейной пропорциональности,  $d$  – диаметр куска,  $b$  – величина смещения. Для исследованных случаев  $k_M = 2,23 \cdot 10^{-4}$ ,  $b = 1,42 \cdot 10^{-4}$  при качении угля по резине с коэффициентом корреляции  $R^2 = 0,86$  и  $k_M = 2,05 \cdot 10^{-4}$ ,  $b = 2,96 \cdot 10^{-4}$  для стальной поверхности качения с коэффициентом корреляции при этом  $R^2 = 0,91$ . Высокий коэффициент корреляции свидетельствует об устойчивой взаимосвязи между параметрами, установленными экспериментально, и прямо пропорциональной аналитической зависимостью.

Приведенная методика была апробирована также на асбестсодержащих рудах (рис. 4). Для асбестсодержащих продуктов (рис. 4) аналитические зависимости описываются квадратичными функциями вида  $\delta \approx a \cdot d^2 + b \cdot d + c$ . Значения коэффициентов функции приведены на рисунке. Соответствующие коэффициенты корреляции для резины  $R^2 = 0,75$  и для стальной поверхности  $R^2 = 0,73$ , что также свидетельствует о тесноте связи между аналитическими и экспериментальными кривыми.

Различие в коэффициентах трения качения ценного продукта и породы по стали и резине достаточны для их разделения. С уменьшением крупности разница в коэффициентах трения частиц монофаз снижается. Это можно объяснить тем, что с уменьшением крупности частиц они становятся однородными по составу и форме и, как следствие этого, разница в коэффициентах трения становится незначительной.

Таким образом, представленные результаты исследования могут послужить основой для проектирования и разработки нового оборудования по разделению фрикционным методом.

---

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Потапов В.Я., Ляпцев С.А. и др. Теоретический анализ движения и удара частицы обогащаемого материала о наклонную плоскость // Известия вузов. Горный журнал. – 2006. – № 6. – С. 93–98.
2. Иванов П.А. Коэффициент трения покоя и движения угля и породы (на примере Кизеловского бассейна) // Известия вузов. Горный журнал. – 1964. – № 3. – С. 126–128.
3. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М.: Наука, 1988.
4. Ляпцев С.А., Потапов В.Я. Обоснование методов экспериментального определения коэффициентов трения качения для горных пород // Фундаментальные исследования. – 2012. – № 3. – С. 102–105. URL: [www.rae.ru/fs/?section=content&op+show\\_article&article\\_id=7981910](http://www.rae.ru/fs/?section=content&op+show_article&article_id=7981910) ГИАБ

---

## **КОРОТКО ОБ АВТОРАХ**

---

Потапов В.Я. – кандидат технических наук, доцент,  
Потапов В.В. – кандидат технических наук, доцент,  
Конев Я.И. – аспирант,  
Семериков Л.А. – аспирант,  
Уральский государственный горный университет,  
e-mail: Defender12@mail.ru.

---

UDC 622.7, 622.33

### **RESULTS OF DETERMINING THE ROLLING FRICTION COEFFICIENT OF ROCK FRAGMENTS**

Potapov V.Ya.<sup>1</sup>, Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor,  
Potapov V.V.<sup>1</sup>, Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor,  
Konev Ya.I.<sup>1</sup>, Graduate Student,  
Semerikov L.A.<sup>1</sup>, Graduate Student,  
<sup>1</sup> Ural State Mining University, Russia, e-mail: Defender12@mail.ru.

---

The article describes the experimental installation, allowing to define the tribological characteristics of rock fragments. Contained serial the principle of work for installation on the investigation performance. A method for processing the results is developed.

The estimation procedure for a reduced friction coefficient of a rolling particle is obtained based on the condition of its tipping around the contact area boundary. According to the offered procedure, the reduced friction coefficient of rolling of coal- and asbestos-bearing rocks on steel and rubber surface has been experimentally determined [4].

The research shows that there is a justified interrelation between the size of a moving particle and its rolling friction coefficient: the latter grows as the former gets larger. This mechanism is valid for various rocks and rolling surfaces. Equations of interrelation between the mentioned characteristics are derived using regression analysis methods.

*Key words:* method, the tribometer, equation and coefficient of rolling friction of the particles.

### **REFERENCES**

1. Potapov V.Ya., Lyaptsev S.A. *Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal*. 2006, no 6, pp. 93–98.
2. Ivanov P.A. *Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal*. 1964, no 3, pp. 126–128.
3. Nikitin N.N. *Kurs teorecheskoy mekhaniki* (Course on theoretical mechanics), Moscow, Nauka, 1988.
4. Lyaptsev S.A., Potapov V.Ya. *Fundamental'nye issledovaniya*. 2012, no 3, pp. 102–105. URL: [www.rae.ru/fs/?section=content&op+show\\_article&article\\_id=7981910](http://www.rae.ru/fs/?section=content&op+show_article&article_id=7981910)

