

**Е.Б. Волков, С.А. Ляпцев, В.Я. Потапов**

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛА НАКЛОНА РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ВИБРАЦИОННОГО ГРОХОТА**

*Для определения входных параметров вибрационного грохота описана математическая модель поведения рудной частицы на его рабочей поверхности. Приведены численные расчеты по данным формулам для величин усредненных коэффициентов восстановления и трения при ударе о стальную поверхность.*

*Ключевые слова: грохот, математическая модель, рудная частица, уравнения движения.*

**В** процессе рудоподготовки горные породы проходят несколько стадий: предварительное обогащение крупных кусков, дробление, измельчение, грохочение и классификацию.

Грохочение предназначено для разделения продуктов по классам крупности путем просеивания через одно или несколько сит, иначе можно сказать – сепарация материала по крупности. Осуществляется данный процесс при помощи вибрационного грохота, представляющего собой колебательную систему из двух масс: короба с установленной на нем плоской рабочей поверхностью, имеющей отверстия, на которой осуществляется процесс рассеивания материала по классам крупности и опорной рамы, связанной с ним упругими элементами.

Анализ работы вибрационных грохотов показал, что наклон плоскости рабочей поверхности существенно влияет на эффективность грохочения.

Для исследования влияния угла наклона рабочей поверхности  $\varphi$  целесообразным является составление математической модели поведения одной частицы на поверхности пассивного (без колебаний) грохота, включающей уравнения свободного полета рудной частицы и ее удара о наклонную плоскость.

Если частица брошена вниз на неподвижную поверхность наклонного грохота без начальной скорости с высоты  $h$ , то в момент удара о поверхность

$$V = \sqrt{2gh}, \quad (1)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м/с}^2$  (сопротивлением воздуха пренебрегаем).

Частица при этом падает вертикально и поэтому в момент соприкосновения с наклонной плоскостью вектор скорости падения  $V_0$  составляет угол  $\varphi$  с нормалью к этой плоскости. Таким образом, при первом ударе частицы о плоскость угол падения  $\alpha_0 = \varphi$ . Величину скорости после удара  $U_i$  и угол отражения  $\beta_i$  при произвольном ударе « $i$ » определяем из системы уравнений, содержащих коэффициенты восстановления и трения, а также теоремы об изменении количества движения [1]:

$$\begin{cases} mU_i \cdot \cos \beta_i + mV_i \cdot \cos \alpha_i = S_N, \\ mU_i \cdot \sin \beta_i - mV_i \cdot \sin \alpha_i = -S_{TP}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $m$  – масса частицы.

При этом коэффициент восстановления

$$k = \frac{U_i \cos \beta_i}{V_i \cos \alpha_i}, \quad (3)$$

а коэффициент трения при ударе

$$f = \frac{S_{TP}}{S_N}, \quad (4)$$

где  $S_N$ ,  $S_{TP}$  – импульсы нормальной реакции и силы трения.

Решая систему уравнений (2)–(4), получаем

$$\beta_i = \arctg \left[ \frac{1}{k} (tg \alpha - f) \cdot f \right], \quad (5)$$

$$U_i = \frac{V_i}{\sin \beta_i} [\sin \alpha_i - f(1+k) \cdot \cos \alpha_i], \quad (6)$$

После отражения частицы от поверхности грохота происходит ее свободный полет. Если пренебречь силами сопротивления движению, уравнения свободного полета в системе координат, связанной с наклонной поверхностью грохота можно получить из соотношений кинематики равнопеременного движения [1]. Так как  $a_x = g \sin \varphi$ ,  $a_y = -g \cos \varphi$ , то эти уравнения имеют вид

$$\begin{cases} x = x_i + U_i \sin \beta_i \cdot t + \frac{1}{2} g \sin \varphi \cdot t^2 \\ y = U_i \cos \beta_i \cdot t - \frac{1}{2} g \cos \varphi \cdot t^2 \end{cases} \quad (7)$$

где  $t$  – текущее время,

$$t = \frac{2U_i \cos \beta_i}{g \cos \varphi}. \quad (8)$$

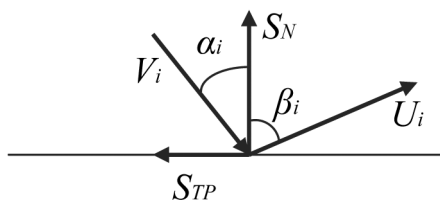
Дальность полета  $l_i$  вдоль поверхности грохота до следующего удара находим, исключив из системы уравнений (7) параметр  $t$  при условии, что  $y = 0$ .

$$l_i = \frac{2U_i^2 \cos \beta_i}{g \cos \alpha} (\sin \beta_i + tg \varphi \cos \beta_i). \quad (9)$$

Проекции скорости частицы в момент следующего удара определяем дифференцированием уравнений (7):

$$\begin{cases} V_x = U_i \sin \beta_i + g \sin \varphi \cdot t, \\ V_y = U_i \cos \beta_i - g \cos \varphi \cdot t \end{cases} \quad (10)$$

для  $t$ , определяемого уравнением (8).



**Рис. 1. Кинематические и силовые параметры при ударе частицы**

Угол падения при этом составит:

$$\alpha_{i+1} = \arctg \frac{V_x}{V_y}, \quad (11)$$

а величина скорости падения:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}. \quad (12)$$

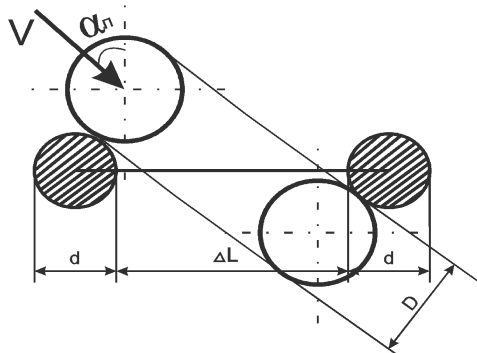
После отражения частицы от поверхности грохота происходит ее свободный полет, затем снова удар и т.д. Если при этом в один из ударов угол падения меньше некоторого критического  $\alpha_n$ , произойдет проваливание частицы сквозь решетку грохота.

Критический угол можно определить по формуле:

$$\alpha_n = \arccos \left( \frac{D+d}{\Delta L + d} \right), \quad (13)$$

где  $D$  – диаметр частицы;  $d$  – диаметр прута решетки;  $\Delta L$  – ширина щели решетки грохота.

Весь процесс многократного чередования свободного полета с ударами до прохождения частицы сквозь



**Рис. 2. Схема прохождения частицы сквозь решетку грохота**

**Результаты расчетов кинематических параметров рудных частиц при ударе о рабочую поверхность грохота**

| $\varphi$ , град. | № удара | $\alpha$ , град. | $V$ , м/с | $\beta$ , град | $U$ , м/с | $I$ , м            |
|-------------------|---------|------------------|-----------|----------------|-----------|--------------------|
| $h = 0,25$ м      |         |                  |           |                |           |                    |
| 5                 | 0       | 5                | 2,21      | -5,1           | 1,1       | $-4 \cdot 10^{-4}$ |
|                   | 1       | 4,6              |           |                |           |                    |
| 15                | 0       | 15               | 2,21      | 16             | 1,04      | 0,12               |
|                   | 1       | 39,6             | 1,29      | 56             | 0,83      | 0,08               |
|                   | 2       | 63,6             | 1,05      | 76             | 0,91      | 0,04               |
|                   | 3       | 77,6             | 1,02      | 84             | 0,97      | 0,02               |
| 30                | 0       | 30               | 2,21      | 44             | 1,23      | 0,28               |
|                   | 1       | 64,9             | 2,08      | 76             | 1,81      | 0,21               |
|                   | 2       | 78,9             | 2,30      | 85             | 2,21      | 0,10               |
|                   | 3       | 85,5             | 2,43      | 88             | 2,40      | 0,05               |
| $h = 0,5$ м       |         |                  |           |                |           |                    |
| 15                | 0       | 15               | 3,13      | 16             | 1,48      | 0,24               |
|                   | 1       | 39,6             | 1,83      | 56             | 1,18      | 0,16               |
|                   | 2       | 63,6             | 1,49      | 76             | 1,29      | 0,08               |
|                   | 3       | 77,6             | 1,45      | 84             | 1,38      | 0,04               |

решетку возможно смоделировать на компьютере. При этом, варьируя начальные условия и другие переменные, возможно подобрать наиболее рациональные параметры установки.

Численные расчеты по приведенным формулам проведены для величин коэффициентов восстановления и трения при ударе, горных пород приведенных в работе [2].

Результаты расчетов для усредненных значений  $k = 0,47$ ,  $f = 0,09$  (удар о стальную поверхность) приведены в таблице.

Анализируя приведенные результаты, можно заметить, что значения углов падения при очередных ударах не зависят от высоты  $h$ , с которой происходит загрузка материала. При этом, если не произошло просеивания частицы под решетку грохота, то вероятность просеивания с увеличением количества ударов уменьшается. Это следует из того факта, что угол падения частицы на поверхности грохота от удара к удару увеличивается. Увеличивается также и угол от-

ражения частиц, что свидетельствует о постепенном переходе режима с многократными ударами в режим скольжения по поверхности грохота. При малых углах наклона плоскости  $\varphi$  величины скоростей падения и отражения убывают от удара к удару, а при больших – возрастают. При этом дальность полета частицы вдоль плоскости убывает независимо от угла ее наклона. Один из вариантов расчета является особым случаем движения частицы – вариант, соответствующий углу наклона плоскости  $\varphi = 5^\circ$ . Последовательный ряд значений углов падения в таблице не приведен полностью, однако расчеты показывают, что  $\alpha_0 = 5^\circ$ ;  $\alpha_1 = 4,6^\circ$ ;  $\alpha_2 = 3,9^\circ$ ;  $\alpha_3 = 2,3^\circ$ , т.е. эти значения убывают. Таким образом, если размер частицы меньше размера ячейки решетки грохота и при первых ударах частица не прошла сквозь решетку грохота, то при следующих ударах это все равно произойдет. Для величины коэффициента трения при ударе  $f = 0,09$ , при котором производился данный рас-

чет, это значение угла соответствует значению угла трения ( $\operatorname{tg} 5^\circ = 0,087$ ).

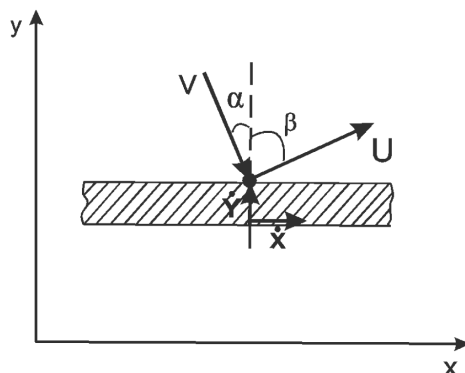
Движение частицы относительно неподвижной поверхности грохота отличается от движения частицы при его вибрации. Поэтому уравнения (2)–(6), описывающие процесс удара, следует привести к виду, соответствующему относительному движению частицы. Для моделирования движения частицы относительно вибрирующего грохота на этапе свободного полета необходимо учесть переносные силы инерции, содержащие ускорения поверхности грохота.

Опишем движение вибрирующей поверхности грохота двумя координатами ( $X$ ,  $Y$ ), считая это движение поступательным. Тогда проекции скорости  $V_{\text{пер}} = (\dot{X}, \dot{Y})$ , а ускорение  $a_{\text{пер}} = (\ddot{X}, \ddot{Y})$ . Поэтому проекция на нормаль относительной скорости частицы перед ударом, выглядит следующим образом:  $\dot{Y} + V \cos \alpha$ , а после  $\dot{Y} - U \cos \beta$ .

Соответственно, коэффициент восстановления после удара определится через составляющие относительной скорости:

$$k = \frac{U \cdot \cos \beta \cdot \dot{Y}}{V \cdot \cos \alpha + \dot{Y}}, \quad (14)$$

Направление силы трения зависит от направления относительной скорости частицы. Поэтому, если  $V_{\text{отн}}^x > 0$ , то сила трения направлена против оси  $X$ , а уравнения (4) остаются с теми же знаками. Если  $V_{\text{отн}}^x = 0$ , то трения нет вообще. Если  $V_{\text{отн}}^x < 0$ , то



**Рис. 3. Схема удара частицы о вибрирующую поверхность**

трение – в направлении оси  $X$ , т.е. в уравнение (4), куда оно входит, помечается знак.

Обозначая угол наклона поверхности через  $\varphi$ , запишем дифференциальные уравнения относительного движения частицы в проекциях на оси « $x$ » и « $y$ » сопутствующей системы координат.

$$\begin{cases} m a_{\text{отн}}^x = mg \cdot \sin \varphi - m a_{\text{пер}}^x \\ m a_{\text{отн}}^y = mg \cdot \cos \varphi - m a_{\text{пер}}^y \end{cases} \quad (15)$$

отсюда получим

$$\begin{cases} \ddot{x} = g \cdot \sin \varphi - \ddot{X} \\ \ddot{y} = -g \cdot \cos \varphi - \ddot{Y} \end{cases} \quad (16)$$

Таким образом, исследование движения рудной частицы сводится к численному моделированию многократного чередования ударов этапов их свободного полета с учетом переносного движения поверхности грохота.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вебер Г.Э., Ляпцев С.А. Дополнительные главы механики для горных инженеров. – Свердловск: УрГУ, 1989. – 200 с.
2. Потапов В.Я., Цыпин Е.Ф., Ляпцев С.А., Афанасьев А.И. Методика опре-

деления упругих и фрикционных характеристик сыпучих материалов // Известия вузов. Горный журнал. – 1998. – № 5–6. – С. 103–108. **ПИАБ**

Волков Евгений Борисович – аспирант, e-mail: gmf.tm@m.ursmu.ru,

Ляпцев Сергей Андреевич – доктор технических наук, профессор,  
зав. кафедрой, e-mail: gmf.tm@ursmu.ru,

Потапов Валентин Яковлевич – кандидат технических наук, доцент,  
e-mail: 2c1@inbox.ru,

Уральский государственный горный университет.

---

UDC 622 23.05

## THE ANGULAR POSITION WORKING SURFACE OF VIBRATING SCREEN

Volkov E.B.<sup>1</sup>, Graduate Student, e-mail: gmf.tm@m.ursmu.ru,

Lyaptsev S.A.<sup>1</sup>, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Chair, e-mail: gmf.tm@ursmu.ru,

Potapov V.Ya.<sup>1</sup>, Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, e-mail: 2c1@inbox.ru,

<sup>1</sup> Ural State Mining University, Ekaterinburg, Russia.

---

To determine the input parameters of vibrating screen is described mathematical model of the behavior of the ore particles on its surface. Numerical calculations based on the formulas for the values of average coefficient of restitution and friction at impact on the steel surface.

Key words: vibrating screen, a mathematical model, ore particle, equations of motion.

## REFERENCES

1. Veber G.E., Lyaptsev S.A. *Dopolnitel'nye glavy mekhaniki dlya gornykh inzhenerov* (Additional chapters to rock mechanics for mining engineers), Sverdlovsk, UrGU, 1989, 200 p.

2. Potapov V.Ya., Tsylin E.F., Lyaptsev S.A., Afanas'ev A.I. *Izvestiya vuzov. Gornyi zhurnal*. 1998, no 5–6, pp. 103–108.



## УМНАЯ КНИГА – ПРЕДМЕТ ПЕРВОЙ НЕОБХОДИМОСТИ

---

### ФИЛОЛОГ В КАЧЕСТВЕ РЕДАКТОРА

Профессионального редактора заменить никто не может. Даже талантливый самоучка.

Университетский издатель получил ответственный заказ: выпустить объемную (35 а.л.) юбилейную книгу. Издательство только начинало работать в активном режиме, опыта было мало. Додумались вместо редактора пригласить опытного филолога, кандидата наук, автора нескольких книг, читавшего лекции по русской литературе в США. Денег было мало, а филолог запросил за работу вдвое меньше профессионального редактора. Рассуждали так: с правописанием филолог справится, а по существу мы самостоятельно разберемся с рукописью.

Действительно, филолог прочитал рукопись за неделю, а профессиональный редактор справился бы с этой работой за два-три месяца, а то и более. И только после выхода книги в свет поняли, что натворили. Откуда было знать филологу, что все факты, даты, фамилии, термины требуют проверки. Копаться надо было в архивах, перепроверять у живых очевидцев событий, потомков героев книги. Естественно, ошибок было столько, что тираж пришлось уничтожить.

До утилизации проверили наличие в книге других недостатков. Обнаружилось, что филолог пропустил на каждой странице 5–10 орфографических и синтаксических ошибок. Оказывается, редактор вырабатывает в себе особый тип зрения, цепкий взгляд. Даже корректор не всегда видит очевидные ошибки. Чего же ждать от филолога, который, устав после прочтения первых пяти страниц верстки, начал механически переворачивать страницы.

Продолжение на с. 368, 210