© С.В. Залетов, 2015

УДК 539.3: 622.8

С.В. Залетов

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА ОБ ОПОРНОМ ДАВЛЕНИИ НА ДЕФОРМИРУЕМЫЙ УГОЛЬНЫЙ ПЛАСТ

На основе решения осесимметричной задачи о деформации упругого полупространства предложен метод расчета нормального напряжения на контакте пород с угольным пластом в окрестности цилиндрической выработки. Численно исследовано влияние деформируемости пласта и глубины его залегания на опорное давление.

Ключевые слова: массив горных пород, угольный пласт, цилиндрическая выработка, опорное давление, теоретические и численные исследования.

При аналитических исследованиях напряженно-деформируемого состояния массива горных пород в окрестности подземных выработок используются, как правило, методы механики сплошной среды, в частности, теории упругости. При этом массив моделируется упругой средой с начальным напряженным состоянием, обусловленным весом и боковым сжатием пород.

Рассмотрим угольный пласт, залегающий на глубине H от дневной поверхности. Обозначим его мощность через $2h$. Пусть в пласте проведена вертикальная цилиндрическая выработка кругового сечения, радиус которого равен a. Введем цилиндрическую систему координат r, θ, z, совместив плоскость $z = 0$ с контактной поверхностью угольного пласта и вмещающих пород. Начало системы координат расположим в центре круга, являющегося потолком выработки (рис. 1).

В цилиндрической системе координат исходные напряжения ненарушенного массива записываются следующим образом:

$$\sigma_r^0 = \sigma_\theta^0 = \alpha\rho g(H - z), \quad \sigma_z^0 = \rho g(H - z), \quad \tau_{r\theta}^0 = \tau_{z\theta}^0 = \tau_{yz}^0 = 0 . \tag{1}$$

Здесь $\sigma_r^0, \sigma_\theta^0, \ldots, \tau_{rz}^0$ – компоненты тензора нормальных и касательных напряжений, α – коэффициент бокового распора, ρ – средняя плотность горных пород, g – ускорение силы тяжести.

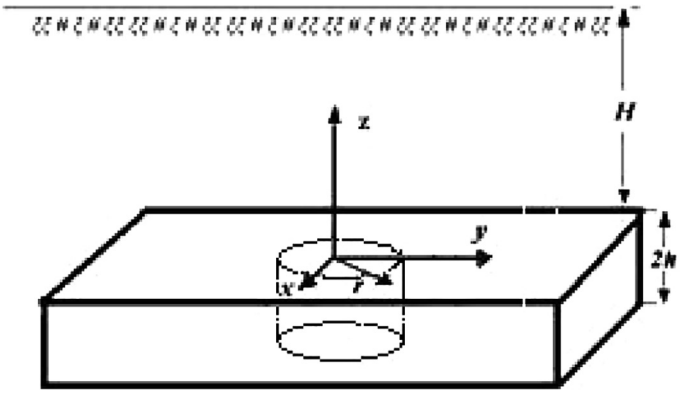

Рис. 1. Схема угольного пласта с цилиндрической выработкой

При наличии выработки полные напряжения в массиве могут быть представлены в виде суммы исходных и дополнительных напряжений

$$\sigma_r^0 = \sigma_\theta^0 = \alpha\rho g(H - z),$$
$$\sigma_z^0 = \rho g(H - z),$$
$$\tau_{r\theta}^0 = \tau_{z\theta}^0 = \tau_{yz}^0 = 0 \qquad (2)$$

В случае достаточно большой глубины залегания пласта влиянием дневной поверхности на дополнительные компоненты напряжений, появление которых связано с созданием выработки в массиве, можно пренебречь. Тогда задача о напряженно-деформированном состоянии массива горных пород может быть сведена к смешанной задаче теории упругости для полупространства, лежащего на перфорированном упругом угольном пласте.

Сформулируем граничные условия смешанной задачи для упругого полупространства $z \geq 0$, моделирующего массив горных пород, расположенный над угольным пластом. С учетом формул (1), (2) имеем:

$$\begin{aligned} &\sigma_z(r, 0) = \rho g H, && r \leq a; \\ &\sigma_z(r, 0) = kw(r, 0), && r > a; \\ &\tau_{rz}(r, 0) = 0, && r < \infty. \end{aligned} \qquad (3)$$

Здесь $w(r, 0)$ – вертикальные смещения точек контактной поверхности пород с угольным пластом, k – коэффициент постели винклеровского основания, который прямо пропорционален модулю Юнга угольного пласта E_c и обратно пропорционален его мощности.

Приложенная в круговой области распределенная нагрузка $\rho g H$ постоянна, поэтому смешанная задача (3) для упругого полупространства осесимметрична. Следовательно, компоненты напряжений и перемещений не зависят от угловой координаты θ, что учтено при записи граничных условий (3).

В случае осесимметричной деформации изотропного полупространства компоненты дополнительных напряжений определяются из уравнений равновесия [1]

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0,$$
$$\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0. \qquad (4)$$

и закона Гука

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}\left[\sigma_r - \nu\left(\sigma_\theta + \sigma_z\right)\right], \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{E}\left[\sigma_\theta - \nu\left(\sigma_r + \sigma_z\right)\right],$$
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_r + \sigma_\theta\right)\right], \quad \gamma_{rz} = \frac{1}{G_1}\tau_{rz}. \qquad (5)$$

В формулах (5) компоненты тензора деформации ε_r, ε_θ, ε_z, τ_{rz} связаны с перемещениями $u(r, z)$, $w(r, z)$ соотношениями Коши

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}, \qquad (6)$$

и удовлетворяют условиям совместности деформаций Сен-Венана [2].

Решение системы уравнений (4)–(6) при граничных условиях (3) приведено в работе [3], в которой с помощью интегрального преобразования Ханкеля [4] получены аналитические формулы для компонент тензора напряжений и вектора перемещения в точках упругого полупространства и на его границе.

В работе [5] решение преобразовано путем перехода от трансформанты к оригиналу введенной вспомогательной функции, характеризующей плотность нагрузки в круговой области, построено интегральное уравнение для ее определения, получена формула для нормального напряжения σ_z на границе полупространства. Учитывая результаты работы [5], формулу для расчета опорного давления на угольный пласт запишем в виде

$$\sigma_z(r,0) = \chi\int_0^a \beta(\xi_1) g_w(\xi_1, r) d\xi_1, \quad r > a, \tag{7}$$

где

$$\chi = 2k\frac{(1-\nu^2)}{E} \tag{8}$$

ν, E – коэффициент Пуассона и модуль упругости пород.

Функция $g_w(\xi_1, r)$ задается равенством

$$g_w(\xi_1, r) = \xi_1\int_0^\infty J_0(\xi_1 t) J_0(rt)\frac{tdt}{t+\chi}. \tag{9}$$

Здесь J_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка [6].

Функция $\beta(r)$ определяется из решения интегрального уравнения

$$\beta(r) = \rho g H + \chi\int_0^a \beta(\xi) g_w(\xi, r) d\xi, \quad r < a \tag{10}$$

Результаты численных исследований опорного давления на угольный пласт в окрестности цилиндрической выработки приведены на рис. 2–4.

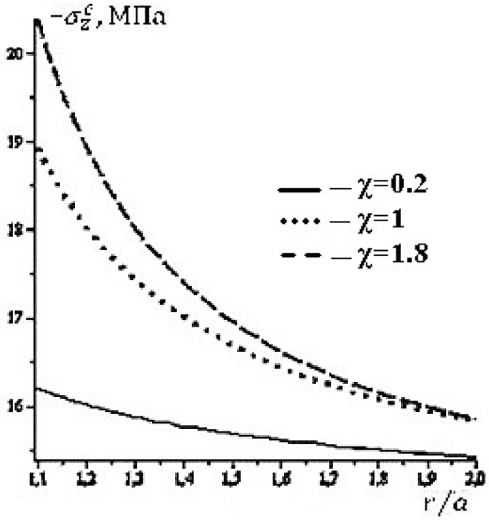

Рис. 2. Распределение опорного давления на угольный пласт при H = 600 м

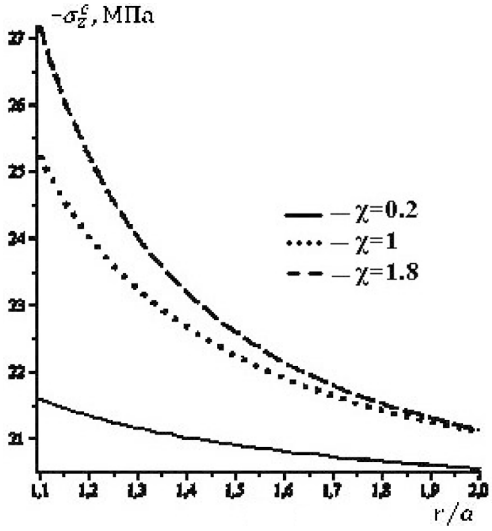

Рис. 3. Распределение опорного давления на угольный пласт при H = 800 м

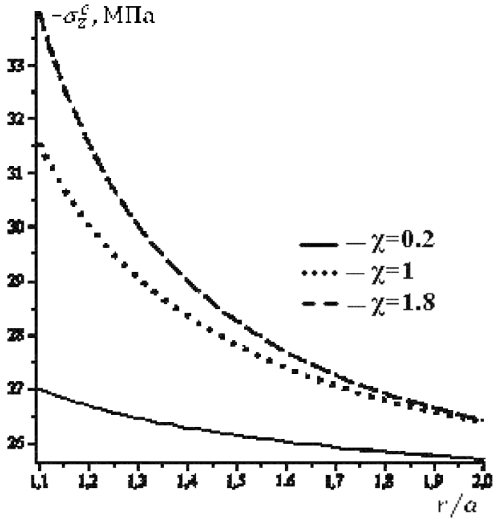

Рис. 4. Распределение опорного давления на угольный пласт при H = 1000 м

Полные нормальные напряжения на контакте угля с породами рассчитывались по формуле

$$\sigma_z^e(r,0) = -\rho g H + \sigma_z,$$

при этом дополнительное напряжение σ_z определялось из соотношений (7), (9), (10). Графики на рис. 2–4 позволяют установить влияние глубины и параметра χ, характеризующего деформируемость угольного пласта, на распределение опорного давления σ_z^e.

Расчеты опорного давления выполнены для значений параметра χ, равных 0,2; 1; 1,8 м$^{-1}$, при изменении безразмерной радиальной координаты r/a от 1,1 до 2. Из графиков следует, что максимум опорного давления достигается при $r/a = 1$ (цилиндрический забой угольного пласта). С ростом параметра χ от 0,2 до 1,8 максимум увеличивается. При удалении от выработки, когда $r/a > 1$, кривые монотонно убывают, приближаясь к значению горного давления γH. Из графиков видно, что при меньших значениях параметра χ убывание происходит медленнее. Поэтому при дальнейшем увеличении радиальной координаты, когда $r/a > 2$, кривые могут пересекаться, а закономерности зависимости опорного давления от параметра χ изменяться.

Количественную оценку влияния глубины H на распределение опорного давления можно получить из сравнения кривых на рис. 2–4, соответствующих одинаковым значениям параметра χ. Так, рис. 2, 4 показывают, что при изменении H от 600 м до 1000 м максимум опорного давления увеличивается при $\chi = 0{,}2$ м$^{-1}$ на 56%, при $\chi = 1{,}8$ м$^{-1}$ на 67%.

Из графиков видно также, что при фиксированном значении χ с ростом глубины опорное давление вблизи выработки увеличивается. Этот вывод подтверждает общеизвестную закономерность.

В заключение отметим, что численные результаты для дополнительных напряжений σ_z при $\chi = 1$, полученные предложенным выше методом, практически совпадают с графическими данными, приведенными в работе [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тимошенко С.П., Гудьер Дж.* Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
2. *Амензаде Ю.А.* Теория упругости. – М.: Высшая школа, 1971. – 287 с.
3. *Хапилова Н.С., Залетов С.В.* Осесимметричная деформация изотропного полупространства при упругом закреплении границы вне области приложения нормальной нагрузки / Труды XV Международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды». – Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2011. – С. 246–250.
4. *Уфлянд Я.С.* Интегральные преобразования в задачах теории упругости. – Л.: Наука, 1963. – 368 с.

5. *Хапилова Н.С., Залетов В.В., Залетов С.В.* Осесимметричная задача о распределении напряжений на упруго закрепленной границе изотропного полупространства при действии нормальной нагрузки // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2013. – № 4. – С. 31–34.
6. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. – М.: Наука, 1978. – 832 с.
7. *Кавлакан М.В., Михайлов А.М.* Осесимметричная задача об опорном давлении // Физико-техн. проблемы разработки полезных ископаемых. – 1980. – № 1. – С. 18–22. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Залетов Сергей Владиславович – аспирант, *e*-mail: hapines.nelly@gmail.com,
Таганрогский государственный педагогический институт.

UDC 539.3: 622.8

AXISYMMETRIC PROBLEM OF BEARING PRESSURE ON DEFORMABLE COAL SEAM

Zaletov S.V., Graduate Student, *e*-mail: hapines.nelly@gmail.com,
Taganrog State Pedagogical Institute, 347936, Taganrog, Russia.

On the basis of the solution of the axisymmetric problem about deformation of an elastic half-space method is supposed for calculating the normal stress on the contact of rocks with coal seam in the vicinity of cylindrical working. The influence of the deformability of the seam and its depth at bearing pressure is numerically investigated.

Key words: rock mass, coal seam, cylindrical working, bearing pressure, theoretical and numerical investigations.

REFERENCES

1. Timoshenko S.P., Gud'er Dzh. *Teoriya uprugosti* (Elasticity theory), Moscow, Nauka, 1975, 576 p.
2. Amenzade Yu.A. *Teoriya uprugosti* (Elasticity theory), Moscow, Vysshaya shkola, 1971, 287 p.
3. Khapilova N.S., Zaletov S.V. *Trudy XV Mezhdunarodnoi konferentsii «Sovremennye problemy mekhaniki sploshnoi sredy»* (Proceedings of XV International Conference on Current Problems of Continuum Mechanics), Rostov-na-Donu: YuFU, 2011, pp. 246–250.
4. Uflyand Ya.S. *Integral'nye preobrazovaniya v zadachakh teorii uprugosti* (Integral transformations in elastic problems), Leningrad, Nauka, 1963, 368 p.
5. Khapilova N.S., Zaletov V.V., Zaletov S.V. *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskii region. Estestvennye nauki*. 2013, no 4, pp. 31–34.
6. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike* (Reference book on mathematics), Moscow, Nauka, 1978, 832 p.
7. Kavlakan M.V., Mikhailov A.M. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*. 1980, no 1, pp. 18–22.

Оценить таланты инженера проще всего по опубликованным книгам и статьям.