

Л.Д. Певзнер, С.Е. Бабаков**МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ОПЕРАЦИЕЙ
ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ ЭКСКАВАТОРА-МЕХЛОПАТЫ**

Приведено описание динамики движения рабочего органа карьерного экскаватора при выполнении операции транспортирования горной породы сведением его расчетной схемы к схеме эквивалентного пятизвенного манипуляционного робота по методу Белоусова (Институт прикладной математики РАН им. М.В. Келдыша). Получена математическая модель кинематики зубьев ковша экскаватора и коэффициенты уравнений его динамики. Предложен алгоритм управления операцией транспортирования на основе управления обобщенными координатами экскаватора.

Ключевые слова: экскаватор, карьерный экскаватор, динамика, транспортирование, горная порода, манипулятор.

Операция транспортирования горной породы является одной из основных операций его технологического цикла и для повышения эффективности использования экскаватора должна быть автоматизирована. Это в первую очередь связано с усталостью и утомляемостью, а в некоторых случаях и недостаточным профессионализмом машиниста, которые приводят к увеличению времени выполнения данной технологической операции, что негативно сказывается на производительности экскаватора.

Для автоматизации данной операции необходимы эффективные алгоритмы управления, создание которых требует более совершенных моделей экскаваторов – мехлопат объектов автоматизации. Различают два класса таких моделей: модели, в которых рассматриваются движения отдельных механизмов экскаватора без учета их взаимовлияния, и комплексные робототехнические модели. Примером модели первого класса является модель движения ковша экскаватора, вызванного лишь работой механизмов напора и подъема, без учета поворотных движений. При этом поворотное движение рассматривается отдельно [5, 7]. Примером модели второго класса является модель Кравцова [4], в которой расчетная схема экскаватора была сведена к схеме манипуляционного робота и затем при помощи представления Денавита-Хартенберга [1, 2] и метода Лагранжа были получены уравнения динамики экскаватора. Между тем известно [8], что в основе эффективных алгоритмов управления экскаватором лежит совмещение работы напорного и подъемного механизмов с поворотным при повороте на разгрузку, возврате ковша в забой. Известны способы работы экскаватора, при которых разгрузка ковша выполняется без остановки поворотного движения, если выполняется погрузка породы не в забой, а транспортирование ее в отвал.

Последнее неоспоримо говорит в пользу моделей второго класса, однако метод получения таких моделей является сложной задачей в силу неэффективности представления Денавита-Хартенберга. Этот недостаток может быть устранен путем применения более эффективного и наглядного метода И.Р. Белоусова [3], разработанного в Институте прикладной математики РАН им. М.В. Келдыша. Этот метод позволяет получать систему уравнений Лагранже II-го рода для манипулятора, получать зависимости координат схвата манипу-

лятора (в случае с экскаватором – ковша) в базовой системе координат в зависимости от обобщенных координат. В настоящей статье предлагается описание математической модели экскаватора-мехлопаты, основанное на применении данного метода. Дается решение обратной задачи определения обобщенных координат экскаватора в зависимости от координат зубьев ковша в базовой системе. На основе данного решения и системы управления обобщенными координатами экскаватора предлагается комбинированный алгоритм управления транспортированием горной породы.

Структура математической модели динамики карьерного экскаватора

Карьерный экскаватор-мехлопата является сложным техническим объектом, включающий в себя сочетания различных механических и электрических подсистем. Условно в нем можно выделить главные и вспомогательные механизмы и привода. Главными механизмами являются механизм и привод поворота, привода подъема и напора, а также канатная система, передающая развиваемые этими приводами усилия рукояти экскаватора и тем самым приводящая ковш в движение. К вспомогательным относятся механизм и привод открывания днища ковша, механизм открывания днища ковша, механизмы системы смазки и вентиляции и т.д. Для синтеза алгоритмов управления движениями ковша достаточно иметь математические модели главных механизмов и приводов экскаватора совместно с уравнениями движения его механической подсистемы.

Модель механической подсистемы представляет собой систему дифференциальных уравнений движения поворотной платформы, седлового подшипника и рукояти с ковшом. Подсистема главных приводов и механизмов состоит из уравнений электроприводов механизмов поворота, подъема и напора, а также уравнений обобщенных моментов, развиваемых канатной системой напора и подъема.

Главные электропривода современных экскаваторов-мехлопат выполнены по системе ТП-Г-Д (тиристорный преобразователь – генератор – двигатель).



Рис. 1. Структура математической модели экскаватора-мехлопаты

Вопросы моделирования и настройки этой системы исчерпывающе изложены в литературе, потому в этой статье не приводятся. Их модели выполнены в соответствии с оптимальной структурой экскаваторного электропривода [9].

Робототехнический подход к построению математической модели

Идея применения робототехнического подхода к моделированию динамики карьерного экскаватора – мехлопаты заключается в сведении расчетной схемы экскаватора к схеме эквивалентного манипулятора с последующем применением к эквивалентной схеме метода описания динамики и кинематики И.Р. Белоусова.

Сведение расчетной схемы экскаватора к схеме эквивалентного манипулятора включает в себя выполнение трех операций:

- устранение голономной связи через подъемный канат, с заменой ее действия силой, равной реакции этой связи;
- представление кинематической пары в подъемно-напорном механизме в виде композиции вращательного и поступательного сочленений;
- приведение движущих моментов механизмов к осям сочленений.

После выполнения этих преобразований расчетная схема механической системы карьерного экскаватора принимает вид, показанный на рис. 2. В этой схеме кинематическая цепь экскаватора разомкнута и включает элементарные звенья:

- подвижное основание – нижняя рама с ходовой тележкой;
- поворотную платформу с размещенным на ней оборудованием, соединенную с основанием через вращательное сочленение;
- стрелу, связанную с платформой шарнирным сочленением;
- седловой подшипник, соединенный со стрелой через шарнирное сочленение;
- рукоять с ковшом, совершающая поступательное движение относительно седлового подшипника.

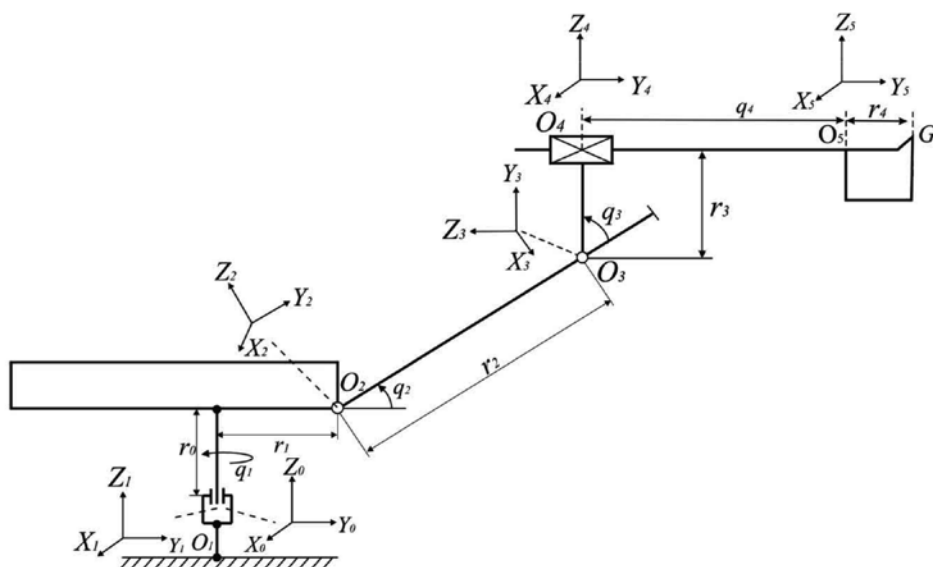


Рис. 2. Эквивалентная расчетная манипуляционная схема экскаватора-мехлопаты

При этом стрела считается «фиктивным» звеном, которое введено только для упрощения формирования уравнений движения системы. Звенья соединены между собой при помощи шарниров O_1-O_4 . Шарниры O_1, O_2, O_3 являются вращательными, а шарнир O_4 – поступательным.

Для применения метода И.Р. Белоусова звено – рукоять с ковшом разбито на два отдельных звена – рукоять и ковш и в месте перехода рукояти в ковш введен дополнительный фиктивный вращательный шарнир O_5 и дополнительный фиктивный угол $q_5 = 0$. Место крепления поворотной платформы на подвижную основу принято за основание манипулятора. При этом полагаем, что в ходе технологического цикла подвижное основание экскаватора не совершает движений и при перемещении экскаватора положения всех звеньев фиксированы.

Были введены неподвижная (базовая) и подвижные системы координат, связанные со звеньями эквивалентного манипулятора, и в них обобщенные координаты системы: q_1 – угол поворота платформы вокруг своей оси; q_2 – угол наклона стрелы экскаватора; q_3 – угол наклона седлового подшипника; q_4 – выдвижение рукояти; q_5 – фиктивный угол поворота ковша экскаватора.

Уравнения координат ковша экскаватора в базовой системе

Согласно методики описания кинематики манипуляторов найдем векторы переноса центров систем координат и матрицы поворотов систем координат вокруг соответствующих осей. Они принимают вид:

$$I_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; I_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ r_1 \\ 0 \end{pmatrix}; I_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ r_2 \\ 0 \end{pmatrix}; I_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ r_3 \\ 0 \end{pmatrix}; I_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ q_4 \\ 0 \end{pmatrix}; I_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ r_4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$C_1 = C_z = \begin{pmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad C_2 = C_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_2 & -\sin q_2 \\ 0 & \sin q_2 & \cos q_2 \end{pmatrix};$$

$$C_3 = C_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos q_3 & \sin q_3 \\ 0 & -\sin q_3 & -\cos q_3 \end{pmatrix}; \quad C_4 = E; \quad C_5 = C_x = E,$$

где r_0 – расстояние от центра поворотного редуктора до поворотной платформы; r_1 – расстояние от оси вращения поворотной платформы до места крепления стрелы; r_2 – длина секции стрелы от места крепления до оси седлового подшипника; r_3 – половина длины седлового подшипника; r_4 – расстояния от центра фиктивного пятого шарнира до наружной кромки зубьев ковша экскаватора.

Для получения координат зубьев ковша экскаватора в зависимости от обобщенных координат использовано соотношение для координат схвата эквивалентного манипулятора в неподвижной системе:

$$R_G = \sum_{i=1}^n C_{1i} I_i = C_1 I_1 + C_1 C_2 I_2 + C_1 C_2 C_3 I_3 + C_1 C_2 C_3 C_4 I_4 + C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 I_5.$$

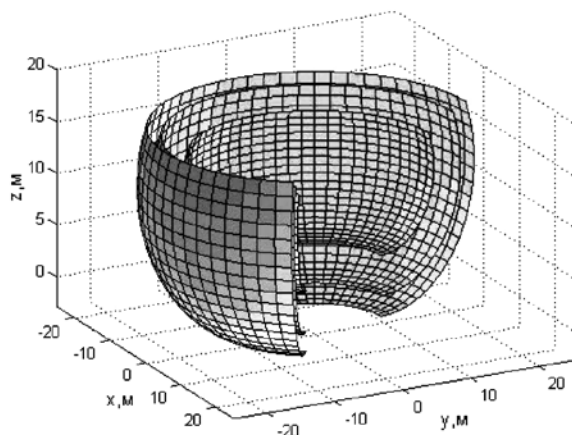


Рис. 3. Рабочие поверхности ковша экскаватора

Для экскаватора ЭКГ-15 эти выражения имеют вид:

$$R_G = \begin{pmatrix} \sin(q_1) \cdot (1839 \cos(q_2 + q_3) / 500 - 9 \cos(q_2) + q_4 \cos(q_2 + q_3) - 16 / 5) \\ -\cos(q_1) \cdot (1839 \cos(q_2 + q_3) / 500 - 9 \cos(q_2) + q_4 \cos(q_2 + q_3) - 16 / 5) \\ -1839 \cdot \sin(q_2 + q_3) / 500 + 9 \sin(q_2) - q_4 \sin(q_2 + q_3) + 243 / 50 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Построены поверхности (рис. 3), описываемые ковшом экскаватора как функции координат центра ковша от угла поворота платформы и угла наклона рукояти при различных выдвижениях рукояти.

Решение обратной задачи определения обобщенных координат экскаватора в зависимости от координат зубьев его ковша в базовой системе

Из геометрических соображений найдено решение обратной задачи определения обобщенных координат экскаватора в зависимости от координат зубьев ковша в базовой системе. Выражения координаты q_3 для физически существующих значений имеют вид:

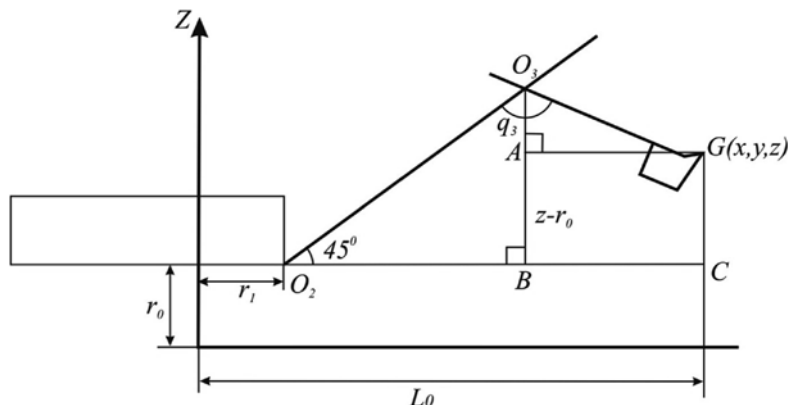


Рис. 4. К решению обратной задачи определения обобщенных координат. Случай, когда рукоять находится ниже своего горизонтального положения

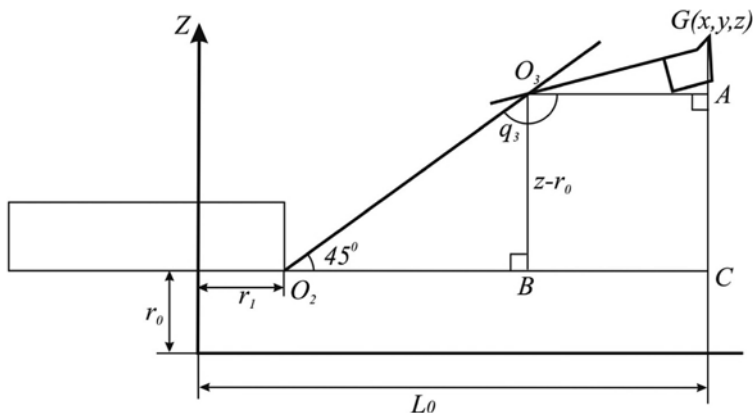


Рис. 5. К решению обратной задачи определения обобщенных координат. Случай, когда рукоять находится выше своего горизонтального положения

• для случая, когда рукоять находится ниже своего горизонтального положения (рис. 4)

$$q_3 = \frac{\pi}{4} + \operatorname{arctg} \frac{L_0 - (r_1 + r_2 / \sqrt{2})}{r_2 / \sqrt{2} - z + r_0} \quad (3)$$

• для случая, когда рукоять находится выше своего горизонтального положения (рис. 5), т.е. $z > r_0 + r_2 / \sqrt{2}$

$$q_3 = \frac{3\pi}{4} + \operatorname{arctg} \frac{z - (r_2 / \sqrt{2} + r_0)}{L_0 - (r_1 + r_2 / \sqrt{2})} \quad (4)$$

$$L_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Для обобщенных координат q_4 и q_1

$$q_4 = \sqrt{(L_0 - (r_1 + r_2 / \sqrt{2}))^2 + (r_2 / \sqrt{2} - z + r_0)^2} - r_3 - r_4. \quad (5)$$

$$q_1 = \begin{cases} 0, x = 0; y \geq 0 \\ 2\pi - \arcsin(x / \sqrt{x^2 + y^2}), x > 0; y \geq 0; \\ -\arcsin(x / \sqrt{x^2 + y^2}), x < 0; y \geq 0; \\ \pi, x = 0; y < 0; \\ \pi + \arcsin(x / \sqrt{x^2 + y^2}), y < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Уравнения динамики главных элементов экскаватора

Для построения модели динамики будем использовать уравнения Лагранжа II-го рода, записанные в удобных для манипуляторов формах [1, 2, 3] скалярном:

$$\sum_{s=1}^n d_{ks} \ddot{q}_s + \sum_{s,t=1}^n h_{kst} \dot{q}_s \dot{q}_t + p_k = \tau_k, \quad k = \overline{1,5} \quad (7)$$

или в матричной виде:

$$D(q)\dot{q} + h(q, \dot{q}) + p(q) = \tau,$$

где $D(q)$ – симметричная, положительно определенная матрица инерции манипулятора с элементами d_{ks} ; $h(q, \dot{q})$ – вектор кориолисовых и центробежных сил

$$h_k = \sum_{s,t=1}^n h_{kst} \dot{q}_s \dot{q}_t; p - \text{вектор гравитационных сил с компонентами}; \tau - \text{вектор}$$

моментов обобщенных сил в шарнирах, обусловленный работой приводов и воздействием внешних нагрузок.

И.Р. Белоусовым предложены формулы для вычисления этих составляющих уравнений:

$$\begin{aligned} d_{ks} &= \sum_{i=\max(k,s)}^n \left[m_i \left(\sum_{p=k}^i \tilde{V}_{pk} r_p, \sum_{l=s}^i \tilde{V}_{ls} r_l \right) + \text{Tr} \left(\tilde{V}_{ik} \tilde{J}_i \tilde{V}_{is}^T \right) \right] \\ h_{kst} &= \sum_{i=\max(k,s,t)}^n \left[m_i \left(\sum_{p=k}^i \tilde{V}_{pk} r_p, \sum_{l=\max(s,t)}^i \tilde{V}_{lt} r_l \right) + \text{Tr} \left(\tilde{V}_{ik} \tilde{J}_i \tilde{V}_{ist}^T \right) \right] \\ p_k &= \sum_{i=k}^n -m_i \left(g, \sum_{p=k}^i \tilde{V}_{pk} r_p \right), \end{aligned} \quad (8)$$

где m_i – масса i -ого звена; g – вектор ускорений свободного падения.

В этих уравнениях используются компоненты скоростей ковша экскаватора, вычисляемые при помощи соотношений:

$$V_{ps} = \begin{cases} V_{pp}(1 - \text{ind}_p) + C_{1p} \text{ind}_p / q_p & s = p \\ V_{pp}(1 - \text{ind}_p) & s < p \end{cases}, \quad V_{ps} = C_1 C_2 \dots C_{s-1} Q_s C_s \dots C_p \quad (9)$$

в которых Q_i – вспомогательные матрицы, используемые для вычисления производных от матриц поворотов

$$Q_i = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

при $C_i = \{C_x, C_y, C_z\}$ соответственно.

Параметр ind_s , характеризует тип шарнира: $\text{ind}_s = 1$ для вращательного шарнира, $\text{ind}_s = 0$ для поступательного.

$$\tilde{V}_{pks} = \frac{\partial \tilde{V}_{pk}}{\partial q_s} \quad (10)$$

$$r_p = \begin{cases} I_p & \text{при } p < i \\ r_{C,i} + I_i \text{ind}_i & \text{при } p = i \end{cases},$$

где $r_{C,i}$ – вектор координат центр масс i -ого звена в i -ой системе координат.

$$\tilde{J}_i = J_i - m_i r_{C,i} r_{C,i}^T \quad (11)$$

где J_i – матрица инерции i -ого звена манипулятора.

Матрица инерции звена манипулятора вычисляется через компоненты тензора инерции манипулятора по известной формуле [1, 2, 3]:

$$J_i = \begin{pmatrix} \frac{-(I_i)_{xx} + (I_i)_{yy} + (I_i)_{zz}}{2} & (I_i)_{xy} & (I_i)_{xz} \\ (I_i)_{yx} & \frac{(I_i)_{xx} - (I_i)_{yy} + (I_i)_{zz}}{2} & (I_i)_{yz} \\ (I_i)_{zx} & (I_i)_{zy} & \frac{(I_i)_{xx} + (I_i)_{yy} - (I_i)_{zz}}{2} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где I_i – тензор инерции i -ого звена манипулятора.

Тензоры инерции звеньев эквивалентного манипулятора могут быть получены путем сведения их к телам правильной геометрической формы по известным формулам с применением теоремы о параллельных осях.

Тензор инерции поворотной платформы:

$$I_1 = \begin{pmatrix} \frac{m}{12}(L^2 + h^2) + m(y_c^2 + z_c^2) & mx_c y_c & mx_c z_c \\ mx_c y_c & \frac{m}{12}(a^2 + h^2) + m(x_c^2 + z_c^2) & my_c z_c \\ mx_c z_c & my_c z_c & \frac{m}{12}(L^2 + a^2) + m(x_c^2 + y_c^2) \end{pmatrix} \quad (13)$$

где m , h , L , a – ее масса, высота, длина и ширина соответственно,

$$x_c = 0; y_c = \frac{L}{2} - R_k; z_c = \frac{h}{2} + d,$$

где R_k – радиус вращения кузова, d – просвет под поворотной платформой.

Тензор инерции стрелы экскаватора:

$$I_2 = \begin{pmatrix} \frac{mL^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mL^2}{3} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где m , L – ее масса и длина;

Тензор инерции седлового подшипника:

$$I_3 = \begin{pmatrix} \frac{mL^2}{12} + \frac{mr^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & mr^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mL^2}{12} + \frac{mr^2}{2} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где m , L , r – ее масса, длина и радиус.

Тензор инерции рукояти:

$$I_4 = \begin{pmatrix} \frac{mL^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mL^2}{3} \end{pmatrix} \quad (16)$$

где m , L – ее масса и длина.

Тензор инерции ковша экскаватора:

$$I_5 = \begin{pmatrix} \frac{m}{12}(L^2 + h^2) + m(y_c^2 + z_c^2) & mx_c y_c & mx_c z_c \\ mx_c y_c & \frac{m}{12}(a^2 + h^2) + m(x_c^2 + z_c^2) & my_c z_c \\ mx_c z_c & my_c z_c & \frac{m}{12}(L^2 + a^2) + m(x_c^2 + y_c^2) \end{pmatrix} \quad (17)$$

где m , h , L , a – его масса с учетом массы зачерпнутой породы, высота, длина и ширина соответственно, $x_c = 0$; $y_c = \frac{L}{2}$; $z_c = \frac{h}{2}$.

Система уравнений (3) была записана с учетом того, что две обобщенные координаты q_2 , q_5 являются фиктивными и не изменяются.

$$d_{11}\ddot{q}_1 + d_{13}\ddot{q}_3 + d_{14}\ddot{q}_4 + h_{111}\dot{q}_1\dot{q}_1 + h_{113}\dot{q}_1\dot{q}_3 + h_{114}\dot{q}_1\dot{q}_4 + h_{131}\dot{q}_3\dot{q}_1 + h_{133}\dot{q}_3\dot{q}_3 + h_{134}\dot{q}_3\dot{q}_4 + h_{141}\dot{q}_4\dot{q}_1 + h_{143}\dot{q}_4\dot{q}_3 + h_{144}\dot{q}_4\dot{q}_4 + p_1 = \tau_1;$$

$$d_{31}\ddot{q}_1 + d_{33}\ddot{q}_3 + d_{34}\ddot{q}_4 + h_{311}\dot{q}_1\dot{q}_1 + h_{313}\dot{q}_1\dot{q}_3 + h_{314}\dot{q}_1\dot{q}_4 + h_{331}\dot{q}_3\dot{q}_1 + h_{333}\dot{q}_3\dot{q}_3 + h_{334}\dot{q}_3\dot{q}_4 + h_{341}\dot{q}_4\dot{q}_1 + h_{343}\dot{q}_4\dot{q}_3 + h_{344}\dot{q}_4\dot{q}_4 + p_3 = \tau_3;$$

$$d_{41}\ddot{q}_1 + d_{43}\ddot{q}_3 + d_{44}\ddot{q}_4 + h_{411}\dot{q}_1\dot{q}_1 + h_{413}\dot{q}_1\dot{q}_3 + h_{414}\dot{q}_1\dot{q}_4 + h_{431}\dot{q}_3\dot{q}_1 + h_{433}\dot{q}_3\dot{q}_3 + h_{434}\dot{q}_3\dot{q}_4 + h_{441}\dot{q}_4\dot{q}_1 + h_{443}\dot{q}_4\dot{q}_3 + h_{444}\dot{q}_4\dot{q}_4 + p_4 = \tau_4.$$

Найденные координаты центров масс звеньев, позволили определить в символьном виде коэффициенты уравнений динамики модели экскаватора ЭКГ-15. Расчет производился с применением Symbolic Math Toolbox программы MATLAB.

Система уравнений динамики принимает вид:

$$\begin{aligned} d_{11}\ddot{q}_1 + h_{113}\dot{q}_1\dot{q}_3 + h_{131}\dot{q}_3\dot{q}_1 &= \tau_1; \\ d_{33}\ddot{q}_3 + d_{34}\ddot{q}_4 + h_{311}\dot{q}_1\dot{q}_1 + h_{314}\dot{q}_1\dot{q}_4 + h_{334}\dot{q}_3\dot{q}_4 + h_{341}\dot{q}_4\dot{q}_1 + h_{344}\dot{q}_4\dot{q}_4 + h_{343}\dot{q}_4\dot{q}_3 + p_3 &= \tau_3; \\ d_{43}\ddot{q}_3 + d_{44}\ddot{q}_4 + h_{411}\dot{q}_1\dot{q}_1 + h_{433}\dot{q}_3\dot{q}_3 + p_4 &= \tau_4. \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнения обобщенных моментов

Были получены выражения для обобщенных моментов, прикладываемых к звеньям.


$$M_D = 0,5M_{\text{элект}} - F_D(M_Y; \dot{\phi}_D; b) - F_C(\dot{\phi}_D; M_{CD});$$

$$\alpha = \varphi_L - \rho q_1;$$

$$M_y = Kdez(\alpha; 0, 5\Delta);$$

$$\ddot{\phi}_L = 1 / J_L M_L;$$

$$\tau_1 = 2\rho M_Y - F_{C\Gamma}(\dot{q}_1; M_{C\Gamma});$$

$$F_{\perp}(M_Y; \dot{\phi}_{\perp}; b) = M_Y(1 + b \operatorname{sgn} M_Y \operatorname{sgn} \dot{\phi}_{\perp});$$

$$F_C(\dot{\phi}_L; M_{CL}) = M_{CL} \operatorname{sgn} \dot{\phi}_L;$$

$$F_{\text{ctrl}}(\dot{q}_1; M_{\text{ctrl}}) = M_{\text{ctrl}} \operatorname{sgn} \dot{q}_1. \quad (18)$$

где $\Phi_d, \dot{\Phi}_d$ – угол поворота вала двигателя и круговая частота его вращения; M_d – момент, развиваемый одним двигателем; M_Ω – электромагнитный момент двигателя привода; M_y – упругий момент валопровода, приведенный к валу двигателя; M_{cd}, M_{cp} – абсолютные значения моментов статического сопротивления движению двигателя и поворотной платформы; $F_d(\dots)$ – динамический момент сил сопротивления движению; b – коэффициент, связанный с КПД механизма поворота; ρ, α – передаточное число редуктора механизма поворота и приведенный к валу двигателя угол закручивания валопровода; K, Δ – приведенные к валу двигателя жесткость валопровода и величина кинематического зазора; J_d – момент инерции двигателя.

Для вывода уравнений обобщенных моментов третьего и четвертого звеньев, обратимся к рис. 6. Из него видно, что на рукоять действует вращающей момент, создаваемый проекцией силы натяжения подъемного каната на ось,

перпендикулярную рукояти. Для учета сопротивления движению ковша породе введен момент силы сопротивления движению, пропорциональный скорости движения ковша в забое.

$$\tau_3 = 2Q_{\text{под}}(q_4 + r_3 + r_4/2) \sin \varphi; \quad (19)$$

где $Q_{\text{п}}$ – упругая сила в подъемном канате.

Выражение для упругой силы, возникающей в подъемном канате, имеет вид [7]:

$$Q_{\text{под}} = \frac{M_{\text{упр.мех}}}{R_{\text{под}}};$$

$$\frac{dM_{\text{упр.м}}}{dt} = C_{\text{под,мех}} \left(\dot{i}_{\text{под}}^2 - \frac{V_{\text{п}}}{R_{\text{под}}} \right);$$

$$i_{\text{под}} = i_{\text{ред}} i_{\text{пол}}. \quad (20)$$

где $M_{\text{упр.мех}}$ – упругий момент в механизме подъема, приведенные к вторичному валу редуктора; $R_{\text{под}}$ – радиус подъемного барабана; $i_{\text{ред}}$ – передаточное отношение редуктора; $i_{\text{пол}}$ – передаточное отношение полиспаста; $C_{\text{под,мех}}$ – жесткость подъемного каната, приведенная к вторичному валу редуктора; $V_{\text{п}}$ – скорость движения подъемного каната.

$$V_{\text{п}} = \frac{dl_{\text{п}}}{dt} \Big|_{q_4=\text{const}} = \frac{L(q_4 + r_3 + r_4/2) \sin q_3 \dot{q}_3}{\sqrt{(q_4 + r_3 + r_4/2)^2 + 2L(q_4 + r_3 + r_4/2) \cos q_3}} \quad (21)$$

$$\sin \varphi = \frac{L \sin q_3}{l_{\text{под}}}; \quad (22)$$

$$l_{\text{п}} = \sqrt{(q_4 + r_3 + r_4/2)^2 + L^2 + 2L(q_4 + r_3 + r_4/2) \cos q_3} \quad \text{—}$$

длина участка подъемного каната от головного блока стрелы до блока к рукояти в данный момент.

Выражение обобщенной силы, действующей на четвертое звено – рукоять имеет вид

$$\tau_4 = Q_{\text{нап}} - Q_{\text{под}} \cos \varphi. \quad (23)$$

В этом выражении $Q_{\text{нап}}$ – усилие в напорном канате, $Q_{\text{под}}$ – усилие в подъемном канате.

$$Q_{\text{нап}} = \frac{M_{\text{упр.мех}}}{R_{\text{нап}}};$$

$$\frac{dM_{\text{упр.мех}}}{dt} = C_{\text{нап,мех}} \left(\dot{i}_{\text{нап}}^2 - \frac{\dot{q}_4}{R_{\text{нап}}} \right);$$

$$i_{\text{нап}} = i_{\text{ред}} i_{\text{пол}}. \quad (24)$$

где $M_{\text{упр.мех}}$ – упругий момент в механизме напора, приведенный к вторичному валу редуктора; $R_{\text{под}}$ – радиус напорного барабана; $i_{\text{ред}}$ – передаточное отношение редуктора; $i_{\text{пол}}$ – передаточное отношение полиспаста; $C_{\text{нап,мех}}$ – жесткость напорного каната, приведенная к вторичному валу редуктора.

С учетом выражения (18) получаем:

$$\tau_4 = Q_{\text{нап}} - Q_{\text{под}} \sqrt{1 - \frac{L^2 \sin^2 q_3}{I_n^2}} \quad (25)$$

Имитационная модель динамики экскаватора

По уравнениям модели движения (14, 15, 16, 21) построена компьютерная модель динамики экскаватора – мехлопаты ЭКГ-15 в приложении Simulink программы MATLAB. Она состоит из трех основных подсистем: «Motors» – реализующих модели электроприводов и канатной системы экскаватора, «Excavator» – реализующей модель механической части экскаватора и подсистемы «Kinem» – вычисления координат ковша в базовой системе. Команды машиниста имитируются блоком «Signal Builder». Модель учитывает рост массы ковша в процессе черпания. Подсистема «Motors» – состоит из трех блоков моделей приводов и блоков вычисления обобщенных моментов в канатной системе. Подсистема «Excavator» содержит три блока моделей уравнений динамики движения звеньев. Модель позволяет получать переходные процессы по скоростям, токам и ускорения в приводах, скоростям и ускорения обобщенных координат, длине и скорости ее изменения для подъемного каната, обобщенным координатам, координатам ковша в базовой системе.

Подсистема «Motors» состоит из программной реализации моделей главных приводов – поворота, подъема и напора (соответственно подсистемы «Privod_povor», «Privod_podjom», «Privod_napor») и блоков вычисления обобщенных моментов, развиваемых канатными системами напора и подъема (подсистемы «Podjom_kanat» и «Naporny_kanat» соответственно).

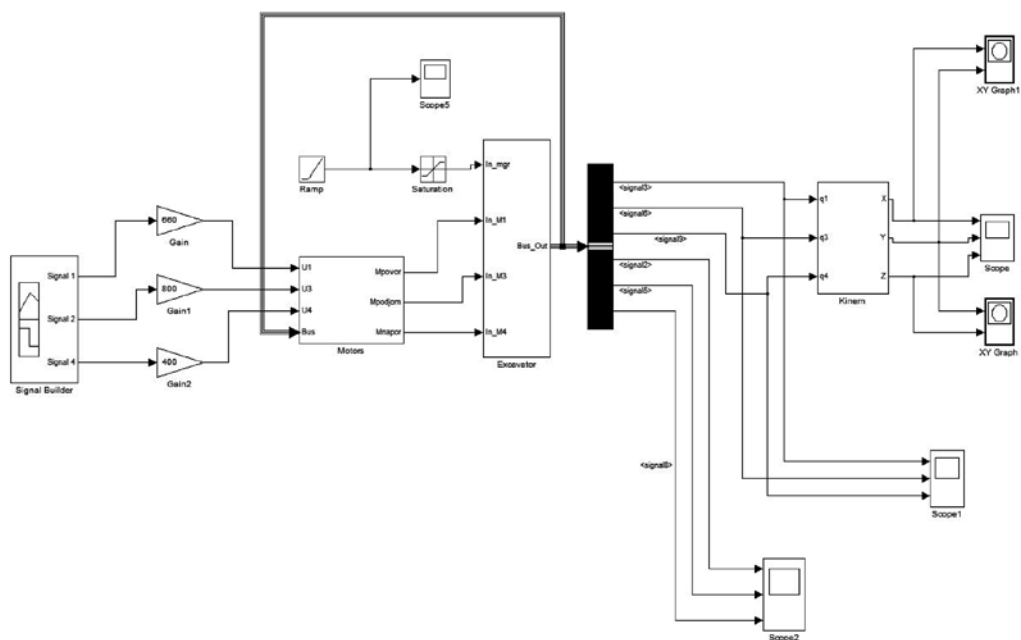


Рис. 7. Имитационная модель динамики экскаватора

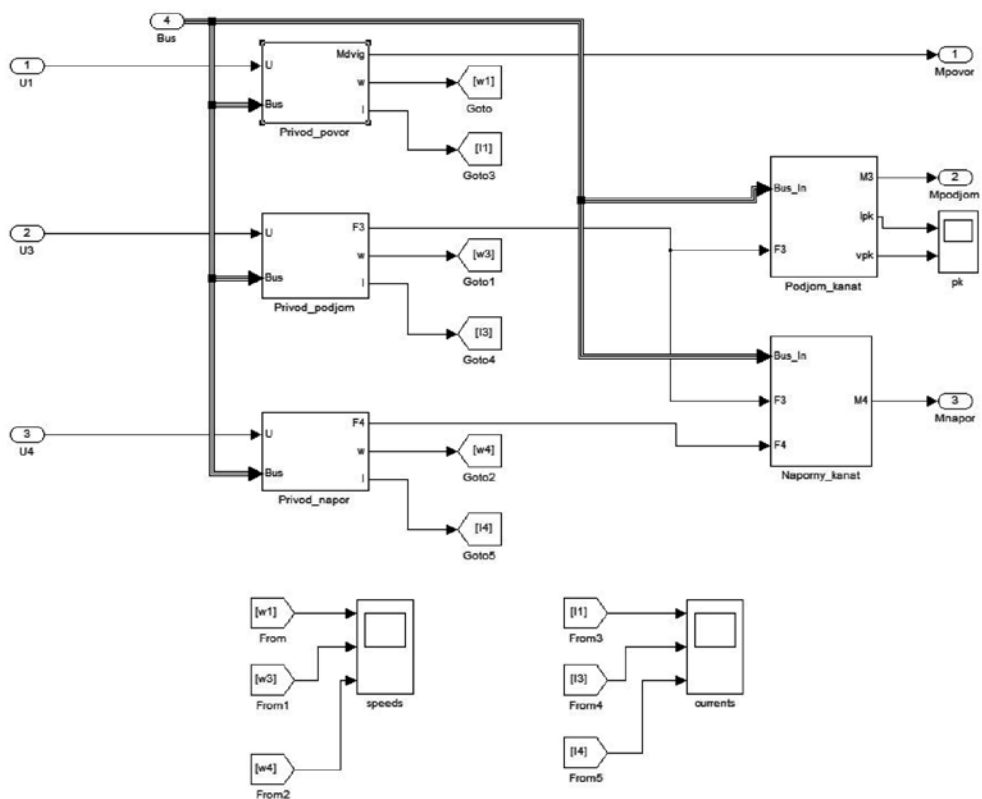


Рис. 8. Подсистема «Motors»

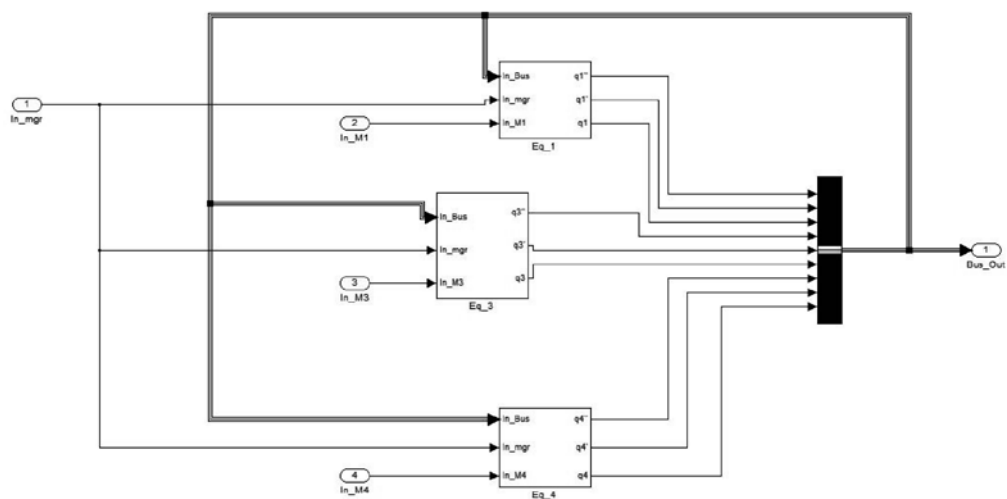


Рис. 9. Подсистема «Excavator»

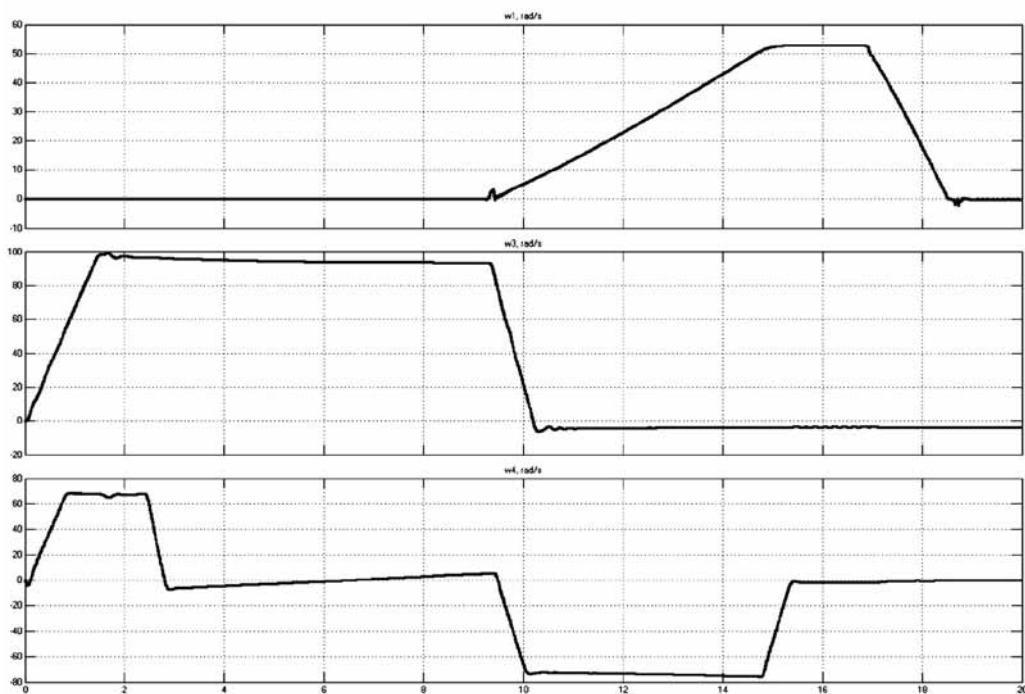


Рис. 10. Переходные процессы по скоростям приводов

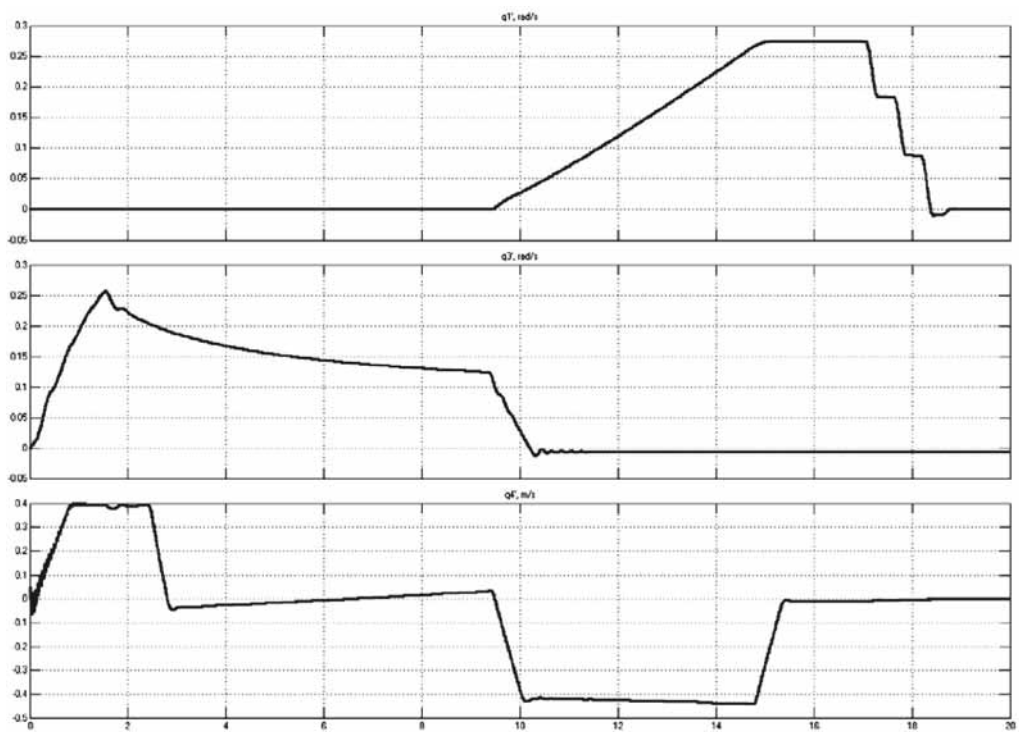


Рис. 11. Переходные процессы по скоростям изменения обобщенных координат

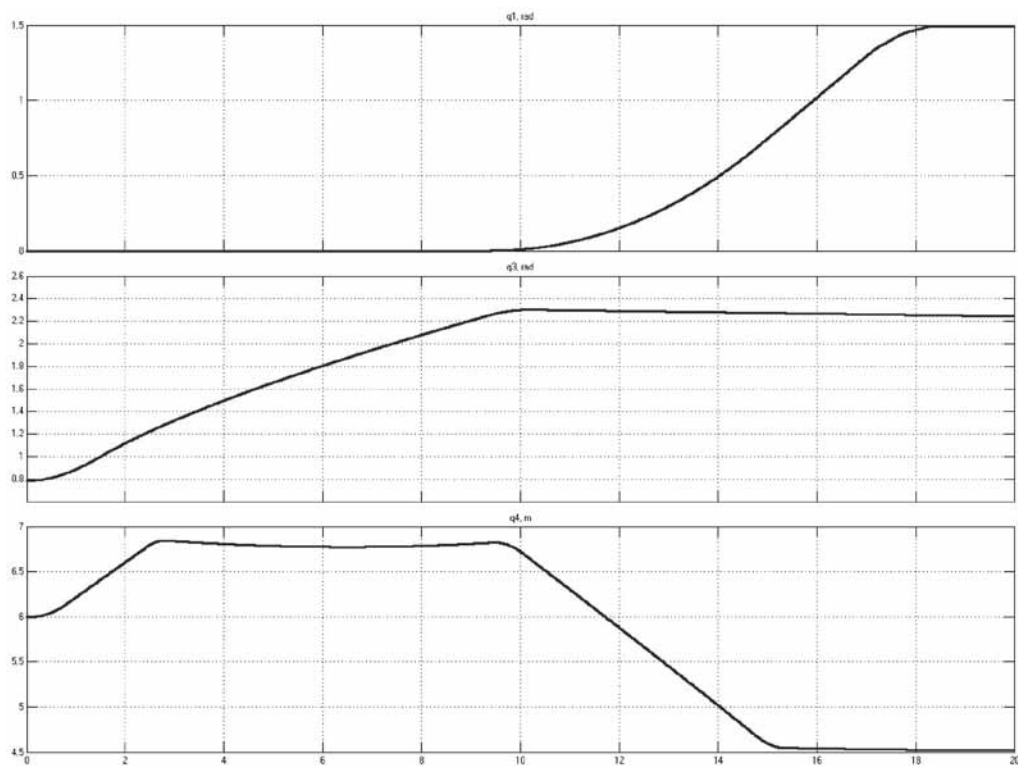


Рис. 12. Переходные процессы по обобщенным координатам

Подсистема «Excavator» содержит реализацию уравнений динамики движения поворотной платформы (Eq_1), седлового подшипника (Eq_3) и рукояти (Eq_4).

Выполнено моделирование следующей последовательности действий машиниста: производится черпание, в начале которого осуществляется небольшое выдвигание рукояти, затем поворот на разгрузку. После окончания черпания степень выдвигания рукояти немного уменьшается. Результаты моделирования представлены на рис. 10, 11, 12.

Анализ полученных результатов показал, что значения скоростей напора, поворота и подъема близки к паспортным значениям. Характер и времена переходных процессов хорошо согласуются с полученными по ранее известным методикам. Все вместе это позволяет говорить об адекватности полученной модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. – М.: Мир, 1989.
2. Шахинпур М. Курс робототехники. – М.: Мир, 1990.
3. Белоусов И.Р. Формирование уравнений динамики роботов-манипуляторов. – М.: Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 45, 2002.
4. Кравцов В.А. Разработка автоматизированной системы управления транспортными операциями экскаватора-мехлопаты: диссертация ... кандидата технических наук. – М.: МГИ, 1998.
5. Годжиев А.А. Исследование и разработка систем управления электроприводами подъемно-напорного механизма экскавато-

ров: диссертация ... кандидата технических наук. – М., 1995.

6. Мейлахс А.Л. Разработка и исследование интеллектуальных алгоритмов управления мощным драглайном для расширения его технологических возможностей: диссертация ... кандидата технических наук. – М.: МГТУ, 2004.

7. Семькина И.Ю. Снижение динамических нагрузок в электроприводах карьерных экскаваторов: диссертация ... кандидата технических наук. – Кемерово, 2007.

8. Беляков Ю.И. Экскаваторные работы: Справочник рабочего. – М.: Недра, 1992.

9. Вуль Ю.Я., Ключев В.И., Седаков Л.В. Наладка экскаваторных электроприводов. – М.: Недра, 1975. **ПИБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Певзнер Леонид Давидович – доктор технических наук, профессор,

Бабаков С.Е. – аспирант,

МГИ НИТУ «МИСиС», e-mail: ud@msmu.ru.

UDC 621.865.8:621

MATHEMATICAL MODELLING AND CONTROL OF QUARRY POWER-SHOVEL FOR TRANSPORTATION OPERATIONS

Pevzner L.D., Doctor of Technical Sciences, Professor,

Moscow Mining Institute, National University of Science and Technology «MISiS», Moscow, Russia,

e-mail: ud@msmu.ru,

Babakov S.E., Graduate Student,

Moscow Mining Institute, National University of Science and Technology «MISiS», Moscow, Russia.

Description over of dynamics of motion of working organ of quarry power-shovel for rock transportation is brought taking of his calculation chart to the chart of equivalent five link manipulation robot on the method of Belousova (Institute of the applied mathematics of Russian Academy of Sciences the name of M.V. Keldish). The mathematical model of kinematics of scoop cogs for power-shovel and coefficients of equalizations of his dynamics are got. The algorithm of transportation operation control, basis of a generalized coordinates control of the power-shovel is given.

Key words: excavator, quarry power-shovels, dynamics, transportation, rock, manipulator.

REFERENCES

1. Fu K., Gonsales R., Li K. Robototekhnika (Robototechnics), Moscow, Mir, 1989.
2. Shakhinpur M. Kurs robototekhniki (Course on robototechnics), Moscow, Mir, 1990.
3. Belousov I.R. Formirovanie uravnenii dinamiki robotov-manipulyatorov (Generation of equations for robot-manipulator dynamics), Moscow, Preprint IPM im. M.V. Keldysha RAN, no 45, 2002.
4. Kravtsov V.A. Razrabotka avtomatizirovannoi sistemy upravleniya transportnymi operatsiyami ekskavatora-mekhlapaty (Development of automated control for transfer operations of shoveling machine), Candidate's thesis, Moscow, MGI, 1998.
5. Godzhiev A.A. Issledovanie i razrabotka sistem upravleniya elektroprivodami pod'emno-napornogo mekhanizma ekskavatorov (Analysis and development of electric drive control for hoisting-and-crawling engine of shovel), Candidate's thesis, Moscow, 1995.
6. Meilakhs A.L. Razrabotka i issledovanie intellektual'nykh algoritmov upravleniya moshchnym draglainom dlya rasshireniya ego tekhnologicheskikh vozmozhnostei (Development and analysis of intellectual algorithms for operation of heavy-duty dragline toward expansion of its technical capabilities), Candidate's thesis, Moscow, MGGU, 2004.
7. Semykina I.Yu. Snizhenie dinamicheskikh nagruzok v elektroprivodakh kar'ernykh ekskavatorov (Decrease of dynamic load in electric drives of open pit shovels), Candidate's thesis, Kemerovo, 2007.
8. Belyakov Yu.I. Ekskavatornye raboty: Spravochnik rabochego (Excavation: Operator's manual), Moscow, Nedra, 1992.
9. Vul' Yu.Ya., Klyuchev V.I., Sedakov L.V. Naladka ekskavatornykh elektroprivodov (Electric drive tune-up), Moscow, Nedra, 1975.