

А.М. Валуев**О МОДЕЛЯХ И МЕТОДАХ ОПТИМИЗАЦИИ
В ЗАДАЧАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАЗРАБОТКИ
МЕСТОРОЖДЕНИЙ ОТКРЫТЫМ СПОСОБОМ***

Рассмотрены постановка и решение задач определения проектных конечных и этапных границ карьера с применением методов оптимизации и человеко-машинного диалога. Сопоставлены возможности и перспективы развития методов, основанных на блочном, контурном и комбинированном представлении формы карьера. Для методов типа Лерчса-Гроссмана предложены способы определения графа допустимого взаимного расположения блоков, позволяющие учесть неоднородность массива горных пород в отношении устойчивых углов наклона бортов. Отмечено, что эффективный учет этой неоднородности может быть выполнен в итерационном процессе локализованного изменения горизонтальных размеров блоков. Рассмотрены возможности модификации границ карьера, полученных в блочной модели, с учетом условий транспортного доступа. Методы оптимизации границ карьера на контурных моделях рассмотрены как способ уточнения принципиальной конфигурации и границ, полученных на блочных моделях, с учетом дополнительных условий технологической реализуемости. Предложен переход к контурным моделям со скачкообразными изменениям значений параметров на поверхностях контакта пород и границах технологических зон, построенным по аналогии с гибридными динамическими системами (событийно-переключаемыми процессами). Проанализирован опыт применения и особенности секторных моделей для задач планирования горных работ на год и несколько лет и возможности их использования в задачах проектирования карьеров.

Ключевые слова: разработка месторождений открытым способом, конечные и этапные границы карьера, математические модели, оптимизация, оптимальное управление, гибридные системы.

Введение

В процессе проектирования разработки месторождений открытым способом необходимо принимать многочисленные решения относительно качественных и количественных характеристик проекта. Проектные решения могут быть количественно оценены, что создает условия для того, чтобы для их выбора могли применяться методы оптимизации. Практически речь может идти многокритериальной оптимизации, т.к. при принятии проектных решений, даже частных, обойтись одним оценочным показате-

лем чаще всего невозможно. В этом контексте решение традиционных задач оптимизации по единственному критерию составляет лишь отдельный элемент решения более общей задачи, которое в целом представляет собой интерактивный человеко-машинный процесс.

С другой стороны, поэтапная детализация проектных решений требует использования для отдельных уровней детализации разной формы представления частных задач оптимизации проектных решений и преобразования данных из одной формы

* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках базовой части государственного задания МПГУ.

в другую. В настоящей работе анализируется опыт применения оптимизационных методов в рассматриваемой области, основанных на различной форме математических моделей проектируемых производственных систем и их элементов, и высказываются соображения о направлениях их дальнейшего развития.

Возможности и ограничения дискретных (блочных) моделей и направления их развития

Наиболее известными и широко применяемыми методами оптимизации в области проектирования разработки месторождений открытым способом, являются методы определения конечных границ открытой разработки на блочных моделях месторождения и карьера. Они основаны на специализированных вариантах динамического программирования и имеют строгое обоснование [1–3], реализованы в промышленных программных комплексах, в т.ч. самых новых [4, 5].

Эти методы имеют бесспорную полезность как средства предварительной оценки таких важнейших характеристик, как конечные границы и конечная глубина открытой разработки, а возможно, и производственная мощность проектируемого карьера. Могут быть предварительно решены такие вопросы, целесообразно ли отрабатывать месторождение одним или несколькими карьерами и с какой глубины карьер может распадаться на несколько котлованов. Дискретная форма модели позволяет формальным образом, без использования человеческой интуиции и опыта породить такие варианты.

Однако все получаемые решения опираются лишь на информацию о форме залежи (отдельных пластов или рудных тел), качестве полезного ископаемого, а также физико-механических свойствах пород, определяющих

максимальные углы наклона бортов. На основании этих данных блокам, на которые делится массив горных пород, присваивается определенная экономическая оценка – положительная для рудных блоков и отрицательная для породных. Задача состоит в поиске устойчивой конфигурации борта в конечном положении, для которого суммарная ценность блоков внутри него максимальна. Однако оценки блоков являются приблизительными, поскольку затраты на транспортные работы не могут быть с приемлемой точностью оценены без знания расположения транспортных коммуникаций и отвалов, в т.ч. внутренних. Сама возможность проведения требуемых путей транспортирования никак не вытекает из полученного решения. Наконец, разновременность затрат тем более никак не учитывается.

Полученные решения могут быть уточнены с помощью тех же методов, но только в одном отношении – путем использования более точных оценок блоков. Это потребует более детальной проработки проектных вариантов, однако результаты выполненной работы не будут использованы, если при повторении расчета конечных границ с новыми оценками новое решение будет существенно отличаться от предыдущего. Поэтому последовательное уточнение конечных границ таким способом вряд ли может быть рекомендовано как систематический метод проектирования.

Итерационный процесс уточнения конечных границ может иметь смысл в отношении более точного учета условий устойчивой конфигурации борта. Они состоят в том, что вместе с любым блоком из массива должен быть извлечен конусоподобный объем, в основании которого лежит данный блок. Боковая поверхность этого конуса должна быть наклонена по отношению к горизонтальной плоскости под

углом, обеспечивающим устойчивость. Но этот угол в неоднородном массиве является переменной величиной.

В блочных моделях конусы дискретизируются. Метод Лерчса-Гроссмана и подобные ему основаны на введении графа G допустимого взаимного расположения блоков. Вершины графа соответствуют блокам, дуги соединяют блоки (как правило, смежных слоев), и выражают следующие связи: блок, соответствующий концу дуги, должен быть извлечен для того, чтобы мог быть извлечен блок, связанный с началом дуги. Минимальная размерность G достигается, если из каждого блока исходит пять дуг, концами которых служат лежащий над ним блок следующего слоя и четыре его соседа. Но такие ограничения на взаимное расположение блоков приблизительно выражают требование устойчивой конфигурации лишь в том случае, если отношение высоты блока к его ширине (если в горизонтальной проекции блок представляет собой квадрат) равно тангенсу максимального угла наклона бортов. Следовательно, разбиение массива горных пород на такие блоки не позволяет варьировать максимальные углы наклона бортов в массиве. Но описание допустимых конфигураций через попарные связи никак не регламентирует количества вершин, смежных с определенной вершиной, и их принадлежность к определенным слоям; а для применения методов дискретной оптимизации границ карьера не требуется одинаковость конусов.

В силу сказанного выше, если мы уменьшим ширину блока, скажем, в 5 раз, то получим возможность ограничивать тангенс угла наклона бортов, в зависимости от расположения блоков, не только стандартной величиной T , но и, скажем, величинами $3T/5$, $4T/5$, $6T/5$, $7T/5$, что, с учетом приближенности всей используе-

мой информации, может быть вполне достаточно. Однако такое преобразование модели означает неприемлемо большое увеличение объема вычислительной работы: количество блоков возрастет в 25 раз, а трудоемкость в соответствии с характеристиками метода динамического программирования – в лучшем случае в $625=25^2$ раз, т.е. кардинально изменится.

Мы видим выход из этой ситуации в итерационном процессе определения границ карьера, предполагающем изменение размеров блоков, но не для всего массива, а только в области предварительно определенных границ; вдали от них блоки и конусы останутся прежними. Размерность задачи и в этом случае существенно возрастет, но не так драматически. Вместо дробления блоков можно где-то заменить квадратные комбинации 3×3 блока на комбинации 2×2 , 4×4 или 5×5 блоков.

Оставаясь в рамках описания возможных конфигураций карьера в форме графа допустимого взаимного расположения блоков, блочная модель не может выразить другие условия допустимости, в частности ограничения на плавность границ и другие условия обеспечения транспортной доступности извлекаемых участков. На рис. 1, любезно предоставленным ведущим научным сотрудником Горного института Кольского научного центра РАН к.т.н. О.В. Наговицыным, показаны рассчитанные оптимизационным методом с помощью программной системы MINEFRAME [4, 5] границы карьера в виде линий, соединяющих центры граничных блоков одного слоя. Видно, что на нижних горизонтах они местами весьма извилисты и поэтому нереализуемы по условиям транспортной доступности.

Идея в отношении локального исправления границ с учетом условий транспортной доступности состоит

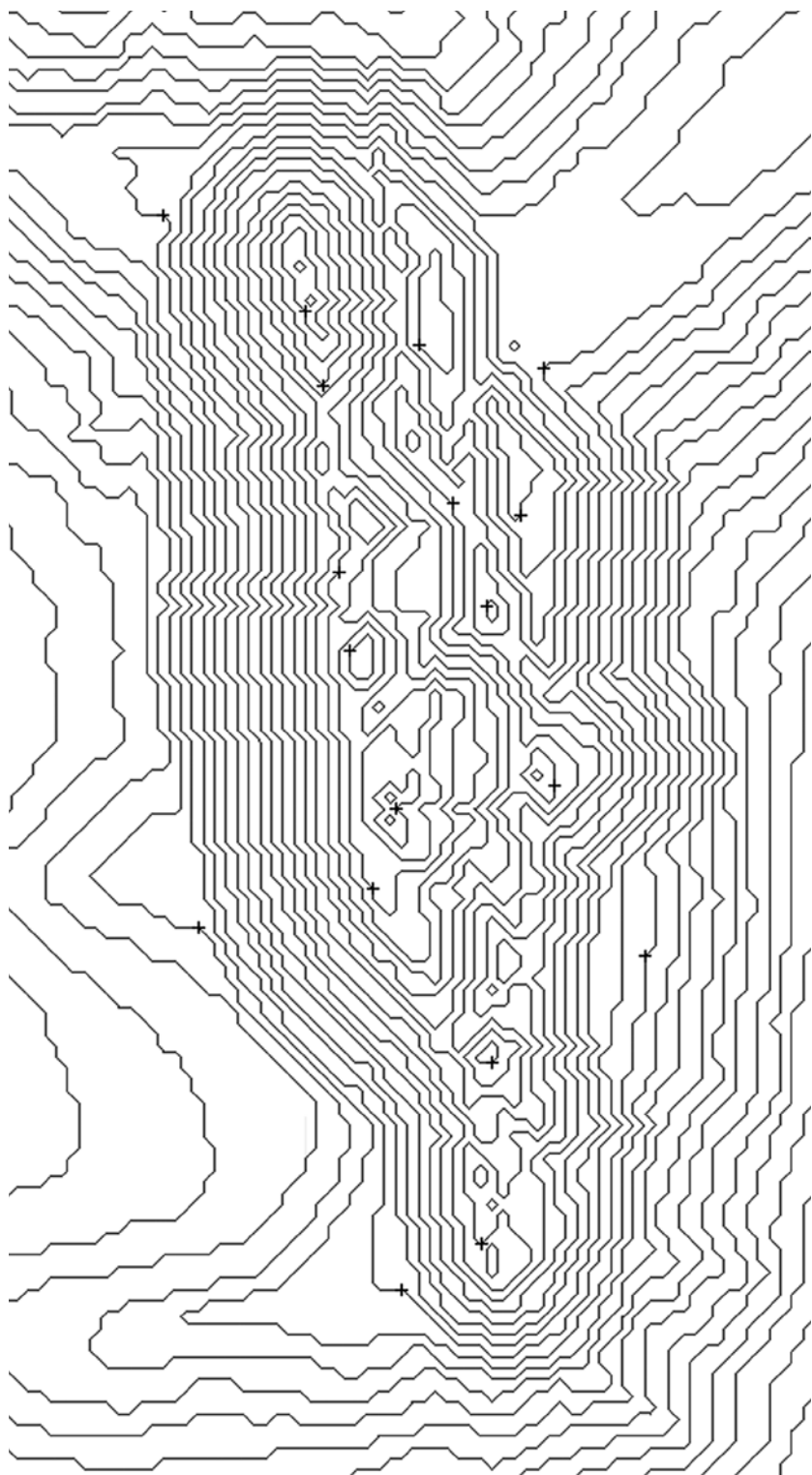


Рис. 1

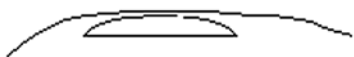


Рис. 2

в следующем. Такие условия в своем приближенном дискретном выражении связывают совместной принадлежностью карьеру блоки одного слоя, но не пары, а бóльшие их совокупности. Легко понять, что если радиус кривизны границы не менее $R_{\min}$, то внутри границ для каждой точки должна помещаться дуга окружности такого радиуса, касающаяся границы в этой точке (рис. 2). Вместе с дугой внутрь границ попадает сегмент круга, высота которого соответствует минимальному расстоянию между противоположными бортами.

Сегмент круга определенного радиуса и высоты и с определенным углом α поворота дуги относительно оси абсцисс также можно дискретизировать в виде комбинации $\text{sec}(R_{\min}, \alpha, D)$ блоков заданной ширины D . Такая дискретизация возможна, если $R_{\min} \gg D$; если это не так, то нет и проблемы сглаживания границ. Ввиду того, что $\text{sec}(R_{\min}, \alpha, D)$ при любом α дискретно, набор $\text{SEC}(R_{\min}, D)$ таких $\text{sec}(R_{\min}, \alpha, D)$ для всевозможных α конечен. Тогда ставим условие, что вместе с блоком в границах карьера оказывается один из наборов блоков из $\text{SEC}(R_{\min}, D)$. Исправление формы карьера по сформулированному условию тогда будет состоять в добавлении или удалении отдельных граничных блоков, преимущественно на нижних уровнях, с соответствующей коррекцией набора блоков на выше-лежащих уровнях, входящих в конус удаляемых или добавляемых блоков.

Определение этапных границ разработки может быть предварительно выполнено теми же методами с фиксацией количества разрабатываемых слоев. В этом случае можно говорить

лишь об условно-динамической оптимизации проекта открытой разработки, т.к., хотя границы нового этапа включают границы предыдущего, но оптимизируются они порознь. Отсутствие возможности учесть развитие системы транспортных коммуникаций и других технологических условий делает полученные решения сугубо предварительными, требующими детальной проработки и коррекции.

Модели в непрерывных переменных и методы оптимизации для них

Поиск принципиальных рациональных вариантов открытой разработки, о которых шла речь выше, не может быть сведен к решению каких-либо задач в непрерывных переменных, и таким образом, описанные выше задачи оптимизации на блочной модели залежи и карьера играют важную роль. Однако более детальная проработка найденных вариантов, и в первую очередь решение вопроса о транспортировании руды и вскрышных пород, требует моделей, представляющих возможные конфигурации карьера с учетом применяемых технологий открытых горных работ, для чего дискретные модели мало подходят. Вопрос организации транспортирования затрагивает и работы по экскавации горной массы, поскольку горизонтальные или слабонаклонные площадки, на которых располагаются экскаваторы, служат также для перевозки горной массы, соответственно их форма должна обеспечивать такую возможность для выбранного вида транспорта.

Здесь возможны два подхода. Первый, перспективный, но систематически не применявшийся, основан на погоризонтном описании формы карьера без привязки к какому-либо варианту направления развития горных работ. Такое описание называет-

ся контурной моделью карьера. В самом принципиальном виде эта форма в контурной модели может быть охарактеризована следующей квазидинамической системой

$$\begin{aligned} dx_l / ds &= \cos \varphi_l, \quad dy_l / ds = \sin \varphi_l, \\ d\varphi_l / ds &= k_l, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x_l(S_l) &= x_l(0), \quad y_l(S_l) = y_l(0), \\ \varphi_l(S_l) &= \varphi_l(0), \end{aligned} \quad (2)$$

$$|k_l| \leq R_{\min}^{-1}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rho(x_l(s), y_l(s); x_l(s'), y_l(s')) &\geq g, \\ s, s' \in [0, S_l], |s - s'| &\geq \pi R_{\min}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \rho(x_l(s), y_l(s); x_{l+1}(s'), y_{l+1}(s')) &\geq d_l, \\ s \in [0, S_l], s' \in [0, S_{l+1}], l &= 1, \dots, L-1. \end{aligned} \quad (5)$$

характеризующей набор бровок уступов в горизонтальной проекции – гладких несамопересекающихся линий ограниченной кривизны, не превышающей $R_{\min}^{-1}$ и не образующих петель ширины менее g , таких, что между l -ой и $(l+1)$ -ой линией имеется полоса ширины не менее d_l (это расстояние складывается из горизонтальной проекции откоса уступа и ширины горизонтальной площадки). Система соотношений (1)–(5) описывает карьер регулярной формы, с единственным дном (не распадающийся на отдельные котлованы ни на каком уровне) может быть естественным образом обобщена и на другие случаи, с добавлением дополнительных линий, замкнутых или незамкнутых (для отдельных уступов нагорных карьеров). Разным принципиальным вариантам конечных границ карьера соответствуют разные модели типа (1)–(5). Полученные на блочной модели границы карьера могут быть приближенно преобразованы в системы кривых, удовлетворяющих условиям соответствующей модели типа (1)–(5), которые можно использовать также в качестве начального приближения

в различных задачах оптимизации на такой модели.

Задача о границах карьера с наибольшей ценностью горной массы в ее пределах, рассмотренная выше в ее блочном представлении, для карьера регулярной формы приводится к виду

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^L H_l \iint_{Q_l} C_l(x, y) dx dy = \\ = \sum_{l=1}^L H_l \int_0^{S_l} E(x_l(s), y_l(s)) \cos \varphi_l(s) ds \rightarrow \max, \end{aligned} \quad (6)$$

где $C_l(x, y)$ характеризует ценность горной массы (с учетом стоимости извлечения и транспортирования) в элементарном столбике l -го расчетного слоя с горизонтальными координатами x, y , а

$$E(x, y) = \int_0^y C(x, Y) dY.$$

При заранее вычисленной функции задача (1)–(6) представляет собой комбинацию L традиционных задач оптимального управления с квазирезервными параметрами $s_1, \dots, s_L$, связанных между собой своеобразными ограничениями (4)–(5). Конечномерная аппроксимация такой системы [6] позволяет приближенно свести задачу оптимизации (1)–(6) и другие задачи оптимизации на модели (1)–(5) к задачам нелинейного программирования с блочной структурой ограничений, подобной задачам оптимизации дискретных процессов. Важно, что модели типа (1)–(5) и их конечномерные аппроксимации дают значительно большие возможности учета разнообразных дополнительных факторов (например, длины фронта добычных и вскрышных работ) и расширения с добавлением других объектов (транспортные коммуникации, внутренние и внешние отвалы), что позволяет использовать более адекватные оценки ценности горной массы в массиве.

Структура системы ограничений позволяет [7, 8] применять декомпозиционные методы типа [9], разработанные первоначально для оптимизации динамических систем с дискретным временем. Эта возможность была успешно продемонстрирована [10] на примере оптимизации этапных контуров для Экибастузского месторождения для варианта его разработки одним карьером в соответствии с проектом [11] (рис. 3). Важно подчеркнуть своеобразие структуры соотношений конечномерной задачи: – количество аппроксимированных ограничений (4)–(5) квадратично зависит от размерности вектора управления, что требует применения специальных приемов. Следует, правда, отметить также, что при расчетах [10] залегание угля было представлено чрезвычайно укрупненно, в виде границ укрупненных пластов, без учета качества. В настоящее время, с учетом успехов в развитии

компьютерных технологий моделирования месторождений полезного ископаемого и ростом возможностей вычислительной техники в таких упрощениях нет никакой необходимости.

В модели (1)–(5) величины d_i считались постоянными, тогда как в действительности они зависят от координат, причем имеются разрывы на поверхностях контакта пород с существенно различными механическими свойствами. Разрывы имеют место и на границах технологических зон, т.к. для разных видов горных машин характерны и разные значения минимальной ширины рабочей площадки. В этом случае для каждой зоны p постоянства $d_i(x, y) = d_{ip}$ (или непрерывной зависимости $d_{ip}(x, y)$) есть поверхности, при переходе которых происходит переход в другую зону. Граница между зонами p и q на высотной отметке z_l может быть описана

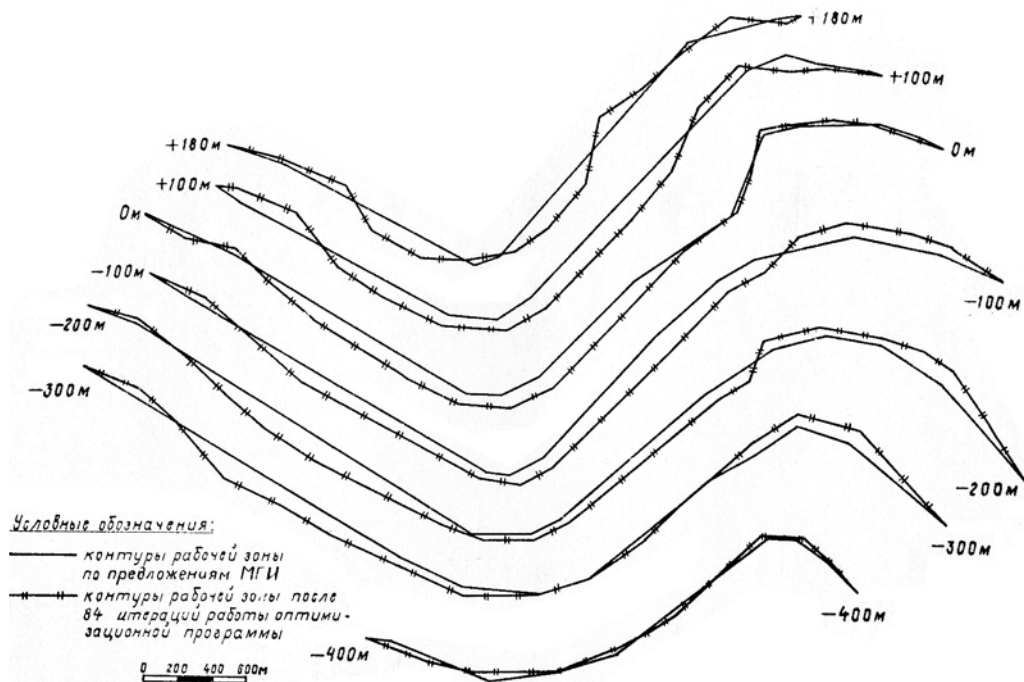


Рис. 3

уравнением $F_{pq}(x, y) = 0$ причем при $F_{pq}(x, y) < 0$ точка принадлежит зоне p , а при $F_{pq}(x, y) > 0$ – зоне q . Следовательно, при известной зоне $p(l, 1)$ для точки с координатами при некотором $s = S(l, 1)$, удовлетворяющем условию

$$F_{p(l,1)p(l,2)l}(x_l(S(l,1)), y(S(l,1))) = 0,$$

произойдет переход к зоне $p(l, 2)$ и т.д. Условие переключения качественного состояния процесса на гиперповерхностях аналогично условиям переключения для класса гибридных систем, названных автором «событийно-переключаемыми процессами» (СПП) [12]. Таким образом, в значительном ряде случаев требуется разработка и применение моделей более сложной, гибридной структуры, где переключения отдельных элементов, в отличие от обычных гибридных систем, происходят не во времени, а в пространстве. В служащих для них аналогом задачах оптимизации СПП рассматривается дискретного набора сценариев – последовательностей переключений; в рамках сценария условия переключения имеют форму промежуточных условий в задачах оптимального управления. Задачи оптимального управления с промежуточными условиями-равенствами исследованы давно, для них получены условия оптимальности и построены численные методы оптимизации.

Возможности секторных моделей

Определенным ограничителем для дальнейшего развития оптимизации на контурных моделях является характер принятия большинства управленческих решений относительно развития горных работ, которые в современных условиях редко затрагивают период более нескольких лет. Для этих случаев вполне приемлемым является секторное представление положений горных работ. Опыт оптимизационных расчетов для получения последова-

тельностью годовых планов для весьма крупного, сложного и глубокого Нерюнгринского месторождения показывает его результативность [12]. Поиск оптимального развития горных работ на период в 4–5 лет потребовал расчета множества качественно (по критерию и ограничениям) и количественно (по значениям отдельных параметров, например, желательного коэффициента вскрыши, максимальной скорости подвигания фронта горных работ и др.) различающихся оптимизационных задач, решения которых также оказались совершенно различными.

Данный подход также требует дальнейшего развития – разработки модификаций использованных и пригодных для использования методов оптимизации и их компьютерной реализации со статических на динамические. Иначе говоря, оптимизация последовательностей этапных положений горных работ может и должна выполняться как решение единой задачи. А точнее, как высокоуровневый интерактивный процесс с выбором целевых показателей и значений ключевых параметров специалистами и программным расчетом динамических задач оптимизации, соответствующих такому выбору.

По своей форме секторные модели также заслуживают развития. Не теряя основных вычислительных преимуществ секторного представления – простоты и быстроты вычисления показателей горной массы в этапных объемах и компактной системы ограничений, удобной для применения при решении задач оптимизации, они должны приближаться к контурным ради уменьшения грубости представления контуров карьеров. Примеры такого развития контурной формы моделей границ карьера дают работы [13].

Применительно к задачам проектирования контурные модели также могут найти широкое применение, но с другим разделением функций между

программным комплексом и специалистом-проектировщиком – другое, чем при использовании контурных моделей. Последнему нужно не только определять условия решаемых оптимизационных задач и их параметры,

но и в общих чертах определять направления развития горных работ на каждом этапе, в соответствии с чем и будет построена система секторов, в рамках которой определяются этапные положения горных работ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lerchs H., Grossman I.F. Optimum design of open-pit mines // The Canad. mining and metallurg. bull. – 1965. – Vol. 58. – No. 633. – P. 47–54.

2. David M., Dowd P.A., Korobov S.D. Forecasting departure from planning in open pit design and grade control // Proceedings of the XII-th APCOM Symposium. Denver, Colorado, USA, April 1974.

3. Коробов С.Д. Анализ методов проектирования границ карьеров с использованием ЭВМ // Горный журнал. – 1981. – № 4. – С. 59–62.

4. Наговицын О.В., Лукичев С.В., Алисов А.Ю. Решение задач проектирования и планирования открытых горных работ в системе MINEFRAME // Записки Горного института. – 2012. – Т. 198. – С. 49–54.

5. Наговицын О.В., Лукичев С.В. Автоматизированные инструменты инженерного обеспечения горных работ в системе MINEFRAME // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2013. – № 7. – С. 184–192.

6. Валуев А.М. Моделирование пространственного распределения горных работ на карьерах: инженерный и аппроксимационный подход // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2008. – № 1. – С. 298–30.

7. Валуев А.М. Комбинированные декомпозиционные схемы для оптимизации динамических и иерархических систем // Обозрение прикладной промышленной математики. – 2005. – Т. 12. – Вып. 3. – С. 708–711.

8. Валуев А.М. Декомпозиционные методы в задачах управления производством на карьерах // Горный информационно-анали-

тический бюллетень. – 2008. – № ОБ10. – С. 151–157.

9. Валуев А.М. Численный метод для многошаговых задач оптимизации с пошаговым вычислением направлений спуска // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1987. – Т. 27. – № 10. – С. 1474–1488.

10. Валуев А.М. О применении дискретного оптимального управления для решения задач определения контуров рабочей зоны карьера // Открытая разработка угольных месторождений: Межвузовский сборник научных трудов. – Кемерово, 1987. – С. 62–67.

11. Варийчук М.И., Манкевич В.В., Супрун В.И., Томаков П.И. и др. Исследовать и обосновать порядок разработки Экибастузского месторождения на длительную перспективу во взаимосвязи со схемой вскрытия рабочих горизонтов и структурами комплексной механизации, провести опытно-промышленную проверку и внедрение предложений на разрезах объединения: Отчет по х/д теме ТО-2–236, рук. П.И. Томаков. Т. 1. НГР 80022226. – М.: МГИ, 1982. – 191 с.

12. Valuev A.M. A new model of resource planning for optimal project scheduling // Mathematical Modelling and Analysis. – 2007. – Vol. 12. – No. 2. – P. 255–266.

13. Валуев А.М. Метод и программа оптимизации рабочей зоны угольного разреза // Горный информационно-аналитический бюллетень. Отдельные статьи (специальный выпуск). – 2003. – № 8. – 22 с.

14. Валуев А.М. Комбинированные модели борта карьера в задачах годового и среднесрочного планирования // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2006. – № 8. – С. 110–113. **ПЛАБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Валуев Андрей Михайлович – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, e-mail: valuev.online@gmail.com, МГИ НИТУ «МИСиС».

ON MODELS AND OPTIMIZATION METHODS FOR PROBLEMS OF OPEN PIT DESIGN

Valuev A.M., Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor, Professor,
e-mail: valuev.online@gmail.com,
Moscow Mining Institute, National University of Science and Technology «MISiS», Moscow, Russia.

The setup and solution of ultimate and intermediate open pit design contour determination problems with the aid of optimization methods and man-machine dialog are considered. Possibilities and prospects of methods based on block, contour and combined representation of a quarry shape are compared. For Lerchs-and-Grossman type methods ways of determination of a graph of possible block mutual disposition are proposed that enable to take into account non-uniformity of a rock mass resulting in change of stable inclination of slopes. It is emphasized that the efficient treatment of such non-uniformity may be effected with a iterative process of localized change of horizontal block sizes. Possibilities of improvement of pit limits obtained from a block model by imposing condition of transportation access are considered as well.

Methods of open pit limits optimization via contour models are treated as ways of improvement of a pit principal shape and contour obtained from block models to satisfy additional conditions of technological implementability. It is proposed to evolve recent contour models into the model with parameter skips on surfaces separating rock types and technological zones. Such models may be constructed like hybrid dynamic systems (event-switched processes).

Experience of application on sectoral models for problems of planning for a year or several year period is analyzed as well as possibilities of their application for problems of open pit design.

Key words: open-cast mining, ultimate and stage pit limits, mathematical models, optimization, optimum control, hybrid systems.

ACKNOWLEDGEMENTS

The study was supported by the RF Ministry of Education and Science within the framework of basic task of the Government Assignment for Moscow State Mining University.

REFERENCES

1. Lerchs H., Grossman I.F. Optimum design of open-pit mines. *The Canad. mining and metallurg. bull.* 1965. Vol. 58. No. 633. Pp. 47–54.
2. David M., Dowd P.A., Korobov S.D. Forecasting departure from planning in open pit design and grade control. *Proceedings of the XII-th APCOM Symposium*. Denver, Colorado, USA, April 1974.
3. Kopobov S.D. *Gornyi zhurnal*. 1981, no 4, pp. 59–62.
4. Nagovitsyn O.V., Lukichev S.V., Alisov A.Yu. *Zapiski Gornogo instituta*. 2012, vol. 198, pp. 49–54.
5. Nagovitsyn O.V., Lukichev S.V. *Gornyi informatsionno-analiticheskii byulleten'*. 2013, no 7, pp. 184–192.
6. Valuev A.M. *Gornyi informatsionno-analiticheskii byulleten'*. 2008, no 1, pp. 298–30.
7. Valuev A.M. *Obozrenie prikladnoi promyshlennoi matematiki*. 2005, vol. 12, issue 3, pp. 708–711.
8. Valuev A.M. *Gornyi informatsionno-analiticheskii byulleten'*. 2008, special edition no 10, pp. 151–157.
9. Valuev A.M. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki*. 1987, vol. 27, no 10, pp. 1474–1488.
10. Valuev A.M. *Otkrytaya razrabotka ugol'nykh mestorozhdenii: Mezhvuzovskii sbornik nauchnykh trudov* (Surface mining of coal deposits): Intercollege collection of scientific papers), Kemerovo, 1987, pp. 62–67.
11. Variichuk M.I., Mankevich V.V., Suprun V.I., Tomakov P.I. *Issledovat' i obosnovat' poryadok razrabotki Ekibastuzskogo mestorozhdeniya na dlitel'nyuyu perspektivu vo vzaimosvyazi so skhemoi vskrytiya rabochikh gorizontov i strukturami kompleksnoi mekhanizatsii, provesti opytno-promyshlennuyu proverku i vnedrenie predlozhenii na razrezakh ob"edineniya: Otchet po kh/d teme TO-2-236*, ruk. P.I. Tomakov (To investigate and substantiate the long-term order of Ekibastuz deposit mining in connection with the scheme of working horizons opening and complex mechanization structures, to perform experimental-industrial testing and implementation of formulated proposals on quarries of the company: Research report on TO-2-236 theme, under the leadership by P.I. Tomakov, vol. 1, Moscow, MGU, 1982, 191 p.
12. Valuev A.M. A new model of resource planning for optimal project scheduling. *Mathematical Modeling and Analysis*. 2007. Vol. 12. No. 2. P. 255–266.
13. Valuev A.M. *Gornyi informatsionno-analiticheskii byulleten'*. 2003, special edition no 8, 22 p.
14. Valuev A.M. *Gornyi informatsionno-analiticheskii byulleten'*. 2006, no 8, pp. 110–113.