

В.Е. Кондратенко, В.В. Девятьярова

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ВРЕМЕННОЙ АРОЧНОЙ КРЕПИ ТОННЕЛЯ

Приведена методика расчета на прочность временной секционной крепи тоннеля. Для определения внутренних силовых факторов, возникающих в крепи под действием вертикального и бокового давления горных пород использован метод сил. Ключевые слова: временная крепь, рама, прочность, метод сил.

При сооружении тоннеля комбайновым способом, выработка поддерживается сначала временной, многократно используемой секционной крепью из коробчатого профиля, затяжка боковых пород при этом осуществляется рулонной затяжкой из стеклопластика с нагнетанием за нее песчано-цементного раствора. Затем в зоне установившегося давления секционная крепь снимается и переносится в зону проходки, где повторно устанавливается при разработке комбайном следующей заходки.

Чертеж арочной крепи представлен на рис. 1.

В работе [1] рекомендовано опирание пят арочной крепи на породу принимать шарнирным. Рассматривается горизонтальное залегание пород, при котором нагрузка на крепь симметричная.

Интенсивность вертикальной нагрузки q , боковой – $p = \alpha \cdot q$. Принимаем для определенности коэффициент $\alpha = 0,5$.

Расчетная схема арочной крепи представлена на рис. 2.

Нижняя часть стойки выполнена из квадратного профиля $140 \times 140 \times 6,5$, верхняя часть стойки и арочная часть – из квадратного профиля $120 \times 120 \times 6$. Моменты инерции профиля [2] равняются, соответственно, $J_{\text{ст.}} = 963,6 \text{ см}^4$ и $J = 561,8 \text{ см}^4$. Отношение жесткости частей арочной крепи $E \cdot J_{\text{ст.}} = 1,715 \cdot E \cdot J$.

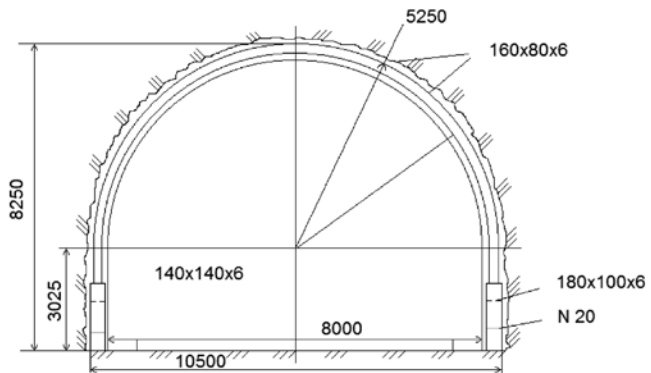


Рис. 1

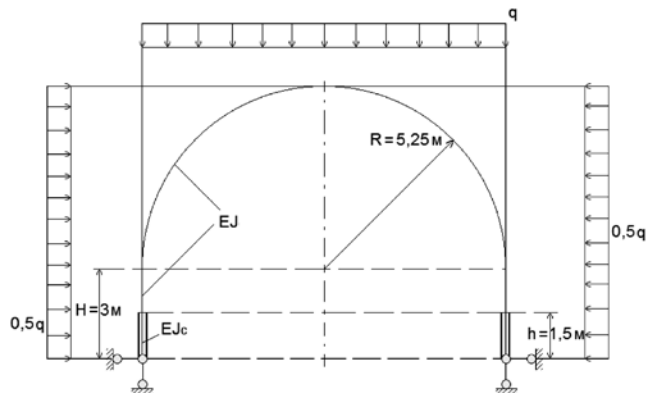


Рис. 2

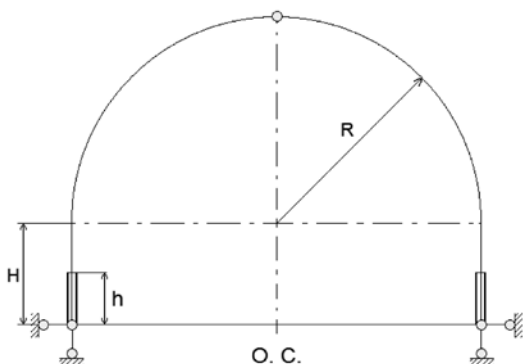


Рис. 3

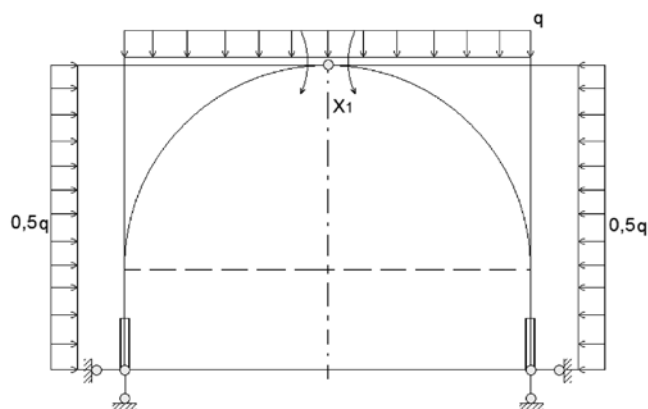


Рис. 4

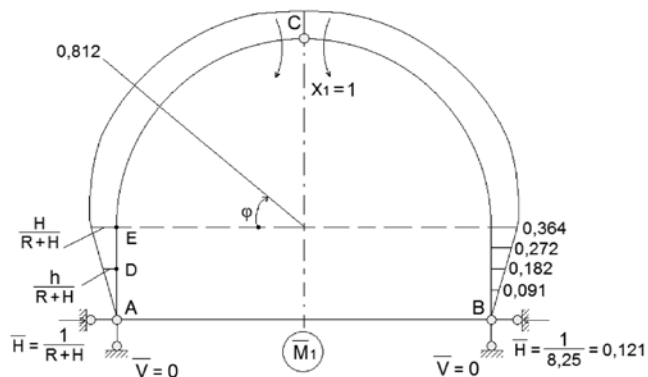


Рис. 5

$$\overline{M}_1 = \frac{H+R \cdot \sin \varphi}{H+R},$$

при $\varphi = 0$, $\overline{M}_1 = 0,364$; при $\varphi = \pi/2$, $\overline{M}_1 = 1$.

Рассматриваемая система является один раз статически неопределимой. Число лишних связей [3] $\Lambda = -3 \cdot D + 2 \cdot III + C_0 = -3 \cdot 1 + 0 + 4 = 1$.

В качестве основной системы метода сил примем систему, представленную на рис. 3. Эквивалентная система представлена на рис. 4.

Неизвестный момент в ключевом шарнире арки X_1 определяется каноническим уравнением метода сил:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1F} = 0. \quad (1)$$

Коэффициенты уравнения (1) вычисляются с помощью интегралов Мора:

$$\delta_{11} = \sum_s \int \frac{\overline{M}_1^2 \cdot dS}{E \cdot J}, \quad (2)$$

$$\Delta_{1F} = \sum_s \int \frac{\overline{M}_F \cdot \overline{M}_1 \cdot dS}{E \cdot J}, \quad (3)$$

где $\overline{M}_1$ – функция единичной эпюры изгибающих моментов в О. С. при $X_1 = 1$; $\overline{M}_F$ – функция грузовой эпюры изгибающих моментов в О. С.; S – линейная координата участка стержня.

Суммирование производится по участкам системы, имеющим одинаковую жесткость стержней и функции изгибающих моментов $\overline{M}_1$ и $\overline{M}_F$.

Единичная эпюра $\overline{M}_1$ представлена на рис. 5. На круговом участке крeпи момент изменяется по закону:

Вычисление интеграла Мора (2) производим для половины крепи (затем удваиваем результат), разбивая эпюру M_1 на участки:

$$\delta'_{11} = \overline{I_{AD}} + \overline{I_{DE}} + \overline{I_{EC}} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \overline{I_{AD}} &= \frac{1}{E \cdot J_{\text{ст}}} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{h}{R+H} \cdot h \right) \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{R+H} = \\ &= \frac{1}{1,715 \cdot E \cdot J} \cdot 0,5 \cdot 0,182 \cdot 1,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,182 = \frac{0,00965}{E \cdot J} \end{aligned}$$

$$\overline{I_{DE}} = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \frac{1,5}{6} \cdot (2 \cdot 0,182 + 2 \cdot 0,364 + 0,364 \cdot 0,182 + 0,182 \cdot 0,364) = \frac{1,228}{E \cdot J}$$

Выражая $dS = R \cdot d\varphi$, имеем:

$$\overline{I_{EC}} = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(H+R \cdot \sin \varphi)^2 \cdot (R d\varphi)}{(H+R)^2} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} E \cdot J \cdot \overline{I_{EC}} &= \frac{R}{(H+R)^2} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} (H+R \cdot \sin \varphi)^2 d\varphi = \\ &= \frac{R}{(H+R)^2} \cdot \left[H^2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi + 2 \cdot H \cdot R \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi d\varphi + R^2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \varphi d\varphi \right] = \\ &= \frac{R}{(H+R)^2} \cdot \left[H^2 \cdot \varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \cdot H \cdot R \cdot \cos \varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + R^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\varphi - \frac{1}{2} \cdot \sin 2\varphi \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \right] = \\ &= \frac{R}{(H+R)^2} \cdot \left(\frac{H^2 \cdot \pi}{2} + 2 \cdot R \cdot H + \frac{\pi \cdot R^2}{4} \right) \quad ; \quad (7) \end{aligned}$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$E \cdot J \cdot \overline{I_{EC}} = \frac{5,25}{(3+5,25)^2} \cdot \left(\frac{3^2 \cdot \pi}{2} + 2 \cdot 5,25 \cdot 3 + \frac{\pi \cdot 5,25^2}{4} \right) = 5,18$$

Суммируя (5), получим:

$$E \cdot J \cdot \delta'_{11} = 6,417 \quad \text{и} \quad E \cdot J \cdot \delta_{11} = E \cdot J \cdot \delta'_{11} = 12,835. \quad (8)$$

Расчетная схема для построения грузовой эпюры M_F представлена на рис. 6.

Определим реакции связей:

$$V_A = V_B = q \cdot R,$$

$$\sum M_c^{\text{лев}} = 0; \quad H_A \cdot (R+H) - (q \cdot R) \cdot R + \frac{q \cdot R^2}{2} + \frac{(0,5 \cdot q)(R+H^2)}{2} = 0,$$

откуда:

$$H_A = \frac{q}{(R+H)} \cdot \left(\frac{H^2}{4} + \frac{R \cdot H}{2} - \frac{R^2}{4} \right) = \frac{q}{8,25} \cdot \left(\frac{3^2}{4} + \frac{3 \cdot 5,25}{2} - \frac{5,25^2}{4} \right) = q \cdot 0,392$$

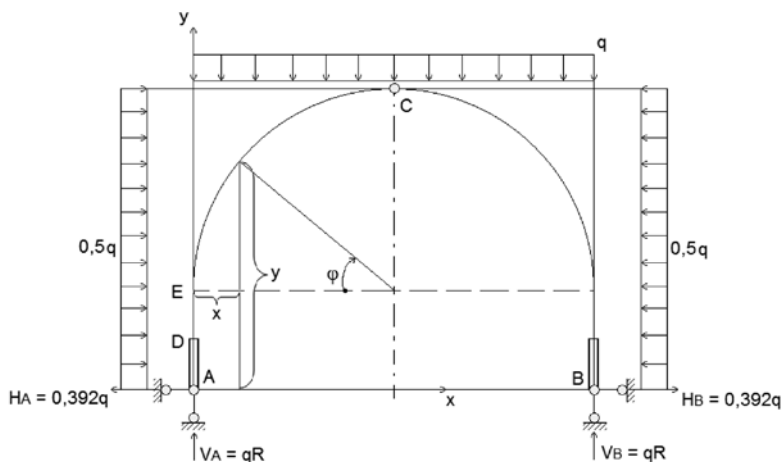


Рис. 6

Построим грузовую эпюру изгибающих моментов M_F (рис. 7).

На участке AE эпюра описывается функцией:

$$M_{F1} = H_A \cdot y - \frac{(0,5 \cdot q) \cdot y^2}{2} = 0,391 \cdot y \cdot q - \frac{q \cdot y^2}{4}$$

$$M_{F1}(1,5) = 0,026 \cdot q; \quad M_{F1}(1) = 0,142 \cdot q; \quad M_{F1}(3) = -1,074 \cdot q.$$

На участке EC функция изгибающего момента имеет вид:

$$M_F(\varphi) = H_A \cdot y + V_A \cdot x - \frac{(0,5 \cdot q) \cdot y^2}{2} - \frac{q \cdot x^2}{2} =$$

$$= H_A \cdot (H + R \cdot \sin \varphi) + q \cdot R^2 \cdot (1 - \cos \varphi) - \frac{q}{4} \cdot (H + R \cdot \sin \varphi)^2 - \frac{q \cdot R^2 \cdot (1 - \cos \varphi)^2}{2}$$

или

$$M_F(\varphi) = C + A \cdot \sin \varphi + B \cdot \cos \varphi + D \cdot \sin^2 \varphi + E \cdot \cos^2 \varphi, \quad (9)$$

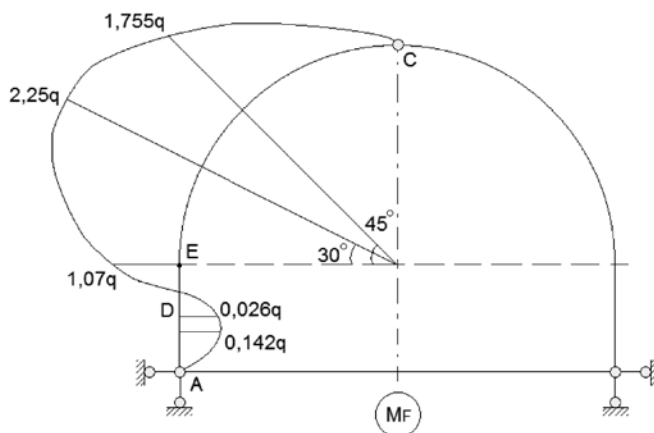


Рис. 7

где

$$C = \left(H_A \cdot H + \frac{q \cdot R^2}{2} - \frac{q \cdot H^2}{4} \right) = q \cdot \left(0,392 \cdot 3 + \frac{5,25^2}{2} - \frac{3^2}{4} \right) = q \cdot 12,71$$

$$A = H_A \cdot R - \frac{q \cdot H \cdot R}{2} = q \cdot \left(0,392 \cdot 5,25 - \frac{3 \cdot 5,25}{2} \right) = -5,817 \cdot q$$

$$B = q \cdot R^2 - q \cdot R^2 = 0;$$

$$D = -\frac{q \cdot R^2}{4} = -q \cdot \frac{5,25^2}{4} = -6,89 \cdot q$$

$$E = -\frac{q \cdot R^2}{2} = -\frac{5,25^2}{2} = -13,78 \cdot q$$

и

$$M_F(\varphi) = q \cdot (12,71 - 5,817 \cdot \sin \varphi - 6,89 \cdot \sin^2 \varphi - 13,78 \cdot \cos^2 \varphi) \quad (10)$$

$$M_F(0) = q \cdot (12,71 - 13,78) = -1,07 \cdot q;$$

$$M_F(\pi/2) = q \cdot (12,71 - 5,817 - 6,89 - 0) = 0;$$

$$M_F(\pi/4) = q \cdot (12,71 - 5,817 \cdot 0,707 - 6,89 \cdot 0,5 - 13,78 \cdot 0,5) = -q \cdot 1,755;$$

$$M_F(\pi/6) = q \cdot (12,71 - 5,817 \cdot 0,5 - 6,89 \cdot 0,5^2 - 13,78 \cdot 0,866^2) = -2,25 \cdot q.$$

Вычисление интеграла Мора (3) произведем на трех участках:

$$\Delta'_{1F} = I_{AD} + I_{DE} + I_{EC} \quad (11)$$

$$I_{EC} = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_F \cdot \overline{M_1} \cdot (R d\varphi) \quad (12)$$

Подставляем в (12) M_F по формуле (9) и $\overline{M_1}$ по формуле (4):

$$\overline{M_1} = a + b \cdot \sin \varphi, \text{ где } a = \frac{H}{H+R} = \frac{3}{3+5,25} = 0,363, \quad b = \frac{R}{H+R} = \frac{5,25}{3+5,25} = 0,636;$$

получим:

$$E \cdot J \cdot I_{EC} = C \cdot a \cdot I_0 + (A \cdot a + C \cdot b) \cdot I_1 + B \cdot a \cdot I_2 + (D \cdot a + A \cdot b) \cdot I_3 + B \cdot b \cdot I_4 + E \cdot a \cdot I_5 + D \cdot b \cdot I_6 + E \cdot b \cdot I_7. \quad (13)$$

$$I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi d\varphi = -\cos \varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi = \sin \varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

$$I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \cdot \left(\varphi - \frac{1}{2} \cdot \sin 2\varphi \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$I_4 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi \cdot \cos \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$I_5 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \cdot \left(\varphi + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\varphi \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$I_6 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \varphi d\varphi = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^2 \varphi) d(\cos \varphi) = -\cos \varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{\cos^3 \varphi}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$I_7 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi \cdot \sin \varphi d\varphi = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi d(\cos \varphi) = -\frac{\cos^3 \varphi}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3}$$

Подставляя числовые значения в (7), получим:

$$\begin{aligned} E \cdot J \cdot I_{EC} = q \cdot & \left[12,71 \cdot 0,363 \cdot \frac{\pi}{2} + (-5,817 \cdot 0,363 + 12,71 \cdot 0,636) \cdot 1 + 0 + \right. \\ & + (-6,89 \cdot 0,363 - 5,817 \cdot 0,636) \cdot \frac{\pi}{4} + 0 - 13,78 \cdot 0,363 \cdot \frac{\pi}{4} - 6,89 \cdot 0,636 \cdot \frac{2}{3} - \\ & \left. - 13,78 \cdot 0,636 \cdot \frac{1}{3} \right] = -1,42 \cdot q \end{aligned}$$

Так как на участке AE эпюра $\overline{M}_1$ – линейная, вычисление двух других интегралов можно произвести по формуле Симпсона:

$$I = \frac{l}{E \cdot J} \cdot \left(M_F^H \cdot \overline{M}_1^H + 4 \cdot M_F^C \cdot \overline{M}_1^C + M_F^K \cdot \overline{M}_1^K \right),$$

где M^H , M^C , M^K – значения изгибающих моментов в начале, середине и конце участка длиной l .

$$M_{FAD}^C = M_F \cdot (0,75) = 0,392 \cdot q \cdot 0,75 - \frac{q \cdot 0,75^2}{4} = 0,154 \cdot q$$

$$M_{FDE}^C = M_F \cdot (2,25) = 0,392 \cdot q \cdot 2,25 - \frac{q \cdot 2,25^2}{4} = -0,384 \cdot q$$

$$\overline{M}_1(0,75) = 0,091; \quad \overline{M}_1(2,25) = 0,272$$

$$I_{AD} = \frac{1}{E \cdot J \cdot 1715} \cdot (0 - q \cdot 4 \cdot 0,154 \cdot 0,091 - q \cdot 0,026 \cdot 0,182) = -\frac{q}{E \cdot J} \cdot 0,0354$$

$$\begin{aligned} I_{DE} &= \frac{1}{E \cdot J} \cdot (-q \cdot 0,026 \cdot 0,182 + q \cdot 4 \cdot 0,384 \cdot 0,272 + q \cdot 1,079 \cdot 0,367) = \\ &= -\frac{q}{E \cdot J} \cdot 0,761 \end{aligned}$$

Суммируя вычисленные интегралы по формуле (11), получим:

$$E \cdot J \cdot \Delta'_{1F} = q \cdot (-0,035 + 0,761 - 1,42) = -0,694 \cdot q;$$

$$E \cdot J \cdot \Delta_{1F} = 2 \cdot E \cdot J \cdot \Delta'_{1F} = -1,388 \cdot q.$$

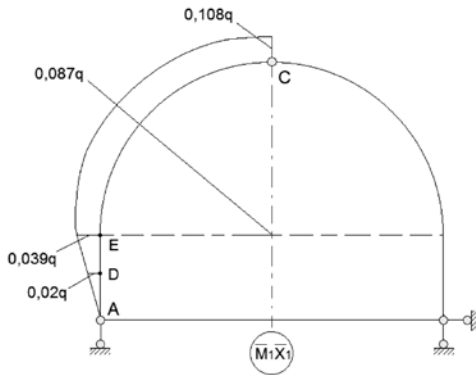


Рис. 8

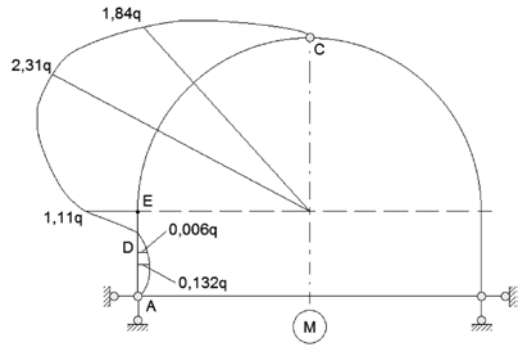


Рис. 9

Подставляем значения коэффициентов в каноническое уравнение:

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{1,388 \cdot q}{12,83} = 0,108 \cdot q \quad (\text{кН} \cdot \text{м}).$$

Окончательную эпюру изгибающих моментов M построим, суммируя исправленную единичную эпюру $M_1 \cdot X_1$ с грузовой M_F :

$$M = \overline{M_1} \cdot X_1 + M_F.$$

Эпюры $\overline{M_1} \cdot X_1$ и M представлены на рис. 8 и рис. 9.

Нормальная сила N участка AE :

$$N = V_A = q \cdot R = q \cdot 5,25.$$

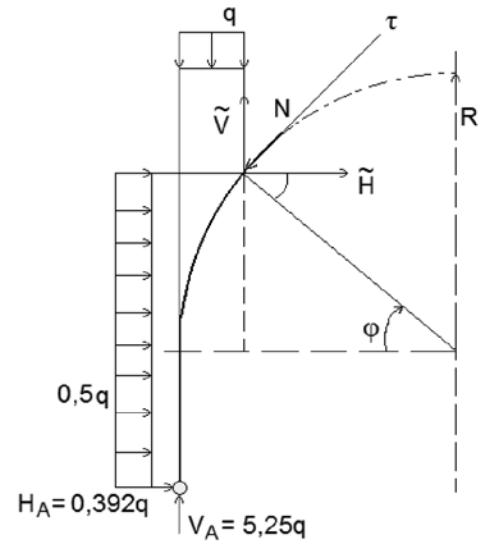


Рис. 10

Нормальную силу на участке EC находим из равновесия усеченной части крепи (рис. 10) (сжимающая сила N считается положительной):

$$N = \tilde{H} \cdot \sin \varphi + \tilde{V} \cdot \cos \varphi$$

где $\tilde{H} = 0,5 \cdot q \cdot (H + R \cdot \sin \varphi) - H_A$ – сумма всех горизонтальных сил;

$$\tilde{V} = V_A - q \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi)$$

Тогда

$$N = q \cdot [(0,5 \cdot (3 + 5,25 \cdot \sin \varphi) - 0,392) \cdot \sin \varphi + 5,25 \cdot \cos \varphi] \quad (14)$$

$$N(0) = 5,25 \cdot q;$$

$$N(\pi/2) = q \cdot [(0,5 \cdot (3 + 5,25 \cdot 0,866) - 0,392) \cdot 0,866 + 5,25 \cdot 0,5] = 5,55 \cdot q;$$

$$N(\pi/6) = q \cdot [(0,5 \cdot (3 + 5,25 \cdot 0,5) - 0,392) \cdot 0,5 + 5,25 \cdot 0,866] = 5,75 \cdot q;$$

$$N(\pi/4) = q \cdot [(0,5 \cdot (3 + 5,25 \cdot 0,707) - 0,392) \cdot 0,707 + 5,25 \cdot 0,707] = 5,81 \cdot q;$$

$$N(\pi/3) = q \cdot [(0,5 \cdot (3 + 5,25 \cdot 0,866) - 0,392) \cdot 0,866 + 5,25 \cdot 0,5] = 5,55 \cdot q.$$

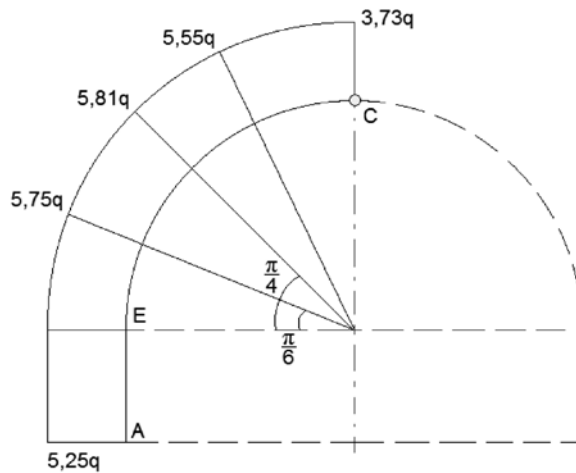


Рис. 11

Эпюра нормальных сил, рассчитанная по формуле (14), представлена на рис. 11.

Элементы крепи испытывают изгиб и сжатие.

Максимальные напряжения в сечениях крепи:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} + \frac{N}{A}$$

где M – изгибающий момент; N – продольная сила; $W = 93,6 \text{ см}^3$ – момент сопротивления сечения; $A = 26,4 \text{ см}^2$ – площадь сечения.

Оценки показывают, что максимальные напряжения возникают в сечениях с максимальным изгибающим моментом ($\varphi = \pi/6$):

$$M_{\max} = 2,31 \cdot q \text{ (кН} \cdot \text{м)},$$

$$N = 5,75 \cdot q \text{ (кН)}$$

Тогда

$$\sigma_{\max} = \frac{2,31 \cdot q}{93,6 \cdot 10^{-6}} + \frac{5,75 \cdot q}{26,4 \cdot 10^{-4}} \quad (15)$$

Допускаемые напряжения $[\sigma] = R_y \cdot \gamma_c$ [5].

Принимая $R_y = 225 \text{ МПа}$ – расчетное сопротивление материала крепи, $\gamma_c = 0,85$ – коэффициент условий работы, получим значение:

$$[\sigma] = 225 \cdot 0,85 = 191 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{\max} = \frac{2,3 \cdot [q]}{0,936 \cdot 10^{-4}} + \frac{5,75 \cdot [q]}{26,4 \cdot 10^{-4}} = [q] \cdot 2,68 \cdot 10^4 \quad (16)$$

Используя последнее выражение можно рассчитать шаг расстановки рам крепи из условия прочности.

Например, давление горных пород в кровле $q_k = 30 \text{ кН/м}^2$. Принимая шаг расстановки рам 1 м получаем значение нагрузки $q = 30 \text{ кН/м}$.

Тогда

$$\sigma_{\max} = 30 \cdot 2,68 \cdot \frac{10^4 \text{ кН}}{\text{м}^2} = 804 \text{ МПа} > [\sigma] = 191 \text{ МПа}$$

Для снижения напряжений до допускаемых значений необходимо уменьшить шаг расстановки рам временной крепи. Шаг расстановки

$$a = \frac{[\sigma]}{\sigma_{\max}} = \frac{191}{804} = 0,24 \text{ м.}$$

Выводы

Приведенная в работе методика расчета рамной конструкции арочной крепи горизонтальной горной выработки (тоннеля) позволяет рассчитать сечение элементов крепи и шаг расстановки секций из условия прочности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Картозия Б.А., Борисов В.Н. Инженерные задачи механики подземных сооружений. – М.: Изд. МГТУ, 2001.
2. ГОСТ 30245–2003. Профили стальные гнутые замкнутые для строительства конструкций. – М.: МНТКС, 2003.
3. Киселев В.А. Строительная механика. – М.: Стройиздат, 1986.
4. СНиП II-23–81. Стальные конструкции. – М.: Стройиздат, 1988. **ГИАБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Кондратенко Валерий Ерофеевич – кандидат технических наук, доцент,
Девятьярова Виктория Викторовна – доцент, e-mail: vikdev@yandex.ru,
МГИ НИТУ «МИСиС».

UDC 622.23.05

CALCULATION OF THE STRENGTH OF TEMPORARY ARCH SUPPORT TUNNEL

Kondratenko V.E., Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor,
Moscow Mining Institute, National University of Science and Technology «MISiS», Moscow, Russia,
Devyatyarova V.V., Assistant Professor, e-mail: vikdev@yandex.ru,
Moscow Mining Institute, National University of Science and Technology «MISiS», Moscow, Russia.

The paper presents the methodology for calculating the strength of the temporary sectional lining of the tunnel. To determine the internal force factors arising in the lining under the influence of vertical and lateral pressure of rocks used method forces.

Key words: temporary support, frame, strength, technique forces.

REFERENCES

1. Kartoziya B.A., Borisov V.N. *Inzhenernye zadachi mekhaniki podzemnykh sooruzhenii* (Engineering problems in mechanics of underground structures), Moscow, Izd. MGTU, 2001.
2. *Profili stal'nye gnutye zamknuty dlya stroitel'stva konstruktssii. GOST 30245–2003* (Steel formed closed sections for construction. State Standart 30245–2003), Moscow, MNTKS, 2003.
3. Kiselev V.A. *Stroitel'naya mekhanika* (Construction mechanics), Moscow, Stroiizdat, 1986.
4. *Stal'nye konstruktssii. SNiP II-23–81* (Steel structures. Construction Norms and Regulations SNiP II-23–81), Moscow, Stroiizdat, 1988.