

**М.В. Курленя, А.В. Патутин, Л.А. Рыбалкин, Р.Д. Чечурова,
С.В. Сердюков**

ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД МЕТОДОМ ГИДРОРАЗРЫВА*

Приведено аналитическое решение задачи формирования двух радиальных трещин разрыва в массиве. Рассмотрен способ одноосного нагружения стенок скважины с целью измерения напряженного состояния горных пород. Проведен анализ известных методик для оценки давления гидроразрыва.

Ключевые слова: гидроразрыв, массив горных пород, напряженное состояние, одноосное нагружение.

В отличие от классического подхода, концепция, рассматриваемая ниже, основана на постоянном учете существующих трещин и является продолжением теории Гриффитса, в которой реальные трещины аппроксимируются тонкими, эллиптическими в сечении трещинами [1]. Ее появление обусловлено ошибками в определении σ_{11} и ориентации горизонтальных напряжений, которые дает классическая теория, если трещина гидроразрыва распространяется вдоль начальной трещины, не совпадающей с направлением действия σ_{11} . Механика трещин предполагает линейно упругий характер поведения среды за исключением малой области вблизи конца трещины, в которой имеют место пластические деформации и другие нелинейные эффекты [2]. Напряженное состояние вблизи конца трещины характеризуется коэффициентом интенсивности напряжений, значение которого зависит от геометрии трещины и тела, а также от дальнего поля напряжений.

Распространение трещины отрыва (тип I) имеет место, когда коэффициент интенсивности напряжений для такой трещины K_I достигает критического значения K_{IC} (fracture toughness), являющегося внутренним свойством материала.

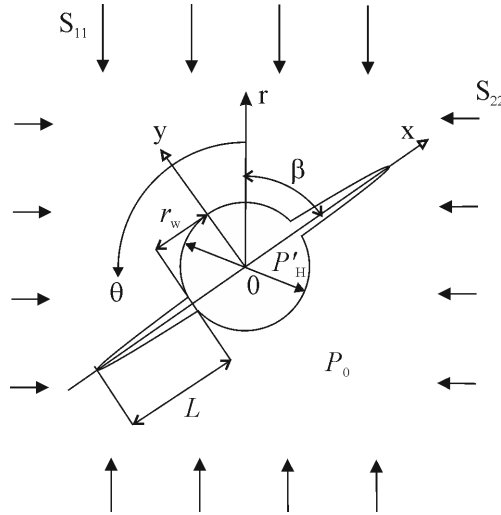
Парис и Си приводят решение задачи о простой прямой трещине в бесконечной пластине, если известны напряжения $\sigma_y(x; 0)$ и $\tau_{xy}(x; 0)$ на предполагаемой поверхности трещины в ее отсутствии [3]

$$\begin{aligned} K_I &= \frac{1}{\sqrt{\pi L}} \cdot \int_{-L}^L \sigma_y(x; 0) \cdot \sqrt{\frac{L+x}{L-x}} dx \\ K_{II} &= \frac{1}{\sqrt{\pi L}} \cdot \int_{-L}^L \tau_{xy}(x; 0) \cdot \sqrt{\frac{L+x}{L-x}} dx \end{aligned} \quad (1)$$

где K_{II} соответствует трещине сдвига (тип II), а L – полудлина трещины.

Рассмотрим случай двух радиально симметричных трещин одинаковой длины, берущих начало на контуре скважины, подвергнутой действию внутренне-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-05-00629 а.



Гидроразрыв двух радиально симметричных трещин

го давления P'_H . Жидкость из скважины не проникает в окружающую горную породу, в которой поровое давление постоянно и равно P_0 . Пусть направление трещин составляет угол β с направлением действия максимального главного напряжения S_{11} (рисунок).

Допустим, что рабочая жидкость гидроразрыва не проникает в породу, но проникает в трещину. Используя принцип суперпозиции, запишем

$$K_I(\sigma_{or}, \sigma_{ax}, P_H) = K_I(P_H) + K_I(\sigma_{or}) + K_I(\sigma_{ax}) \quad (2)$$

где σ_{or} – компонента дальнего поля напряжений, действующая перпендикулярно поверхности трещины, а σ_{ax} – параллельно, $P_H = P'_H - P_0$.

Если за размер, характеризующий систему, выбрать r_w , то вместо (2) запишем

$$K_I(\sigma_{or}, \sigma_{ax}, P_H) = \sqrt{r_w} \cdot (P_H \cdot h + \sigma_{or} \cdot g + \sigma_{ax} \cdot f) \quad (3)$$

где h, g, f – функции, зависящие от L и r_w . Выражая σ_{or}, σ_{ax} через $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \beta$ и используя критерий разрыва, получим

$$P_{C1} - P_0 = \frac{K_{IC}}{\sqrt{r_w} \cdot h} - \frac{\sigma_{11}}{2} \cdot \left[\frac{f+g}{h} - \frac{g-f}{h} \cdot \cos 2\beta \right] - \frac{\sigma_{22}}{2} \cdot \left[\frac{f+g}{h} + \frac{g-f}{h} \cdot \cos 2\beta \right] \quad (4)$$

где $\sigma_{11} = S_{11} - P_0$, $\sigma_{22} = S_{22} - P_0$ – эффективные главные напряжения, P_{C1} – давление развития трещины гидроразрыва.

Параметр $\frac{K_{IC}}{\sqrt{r_w} \cdot h}$ соответствует прочности на разрыв T классической теории.

Для одной и той же породы T зависит от $\sqrt{r_w}$ и отношения L/r_w .

Согласно [4], заменяя скважину с двумя радиальными трещинами эквивалентной эллиптической трещиной и вводя специального вида весовую функцию, характеризующую геометрию системы, перепишем (3) в виде

$$K_I(\sigma_{or}, \sigma_{ax}, P_H) = \sqrt{r_w} \cdot C(L; r_w) \cdot (P_H \cdot h^* + \sigma_{or} \cdot g^* + \sigma_{ax} \cdot f^*) \quad (5)$$

где $C(L; r_w) = 1 + \frac{0,256}{\left(1 + \frac{L}{r_w}\right)^4}$ – функция, учитывающая влияние скважины при

$L/r_w \rightarrow 0$ [3], а рассматриваемые типы нагружений представлены в следующих выражениях

$$\begin{aligned} h^*(L; r_w) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{1 + \frac{L}{r_w}} \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\frac{1}{1 + \frac{L}{r_w}} \right) \right] \\ f^*(L; r_w) &= -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{1 + \frac{L}{r_w}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{L}{r_w}\right)^4} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{L}{r_w}\right)^2 - 1} \\ g^*(L; r_w) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{1 + \frac{L}{r_w}} \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\frac{1}{1 + \frac{L}{r_w}} \right) + \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{L}{r_w}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{L}{r_w}\right)^4} \right] \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{L}{r_w}\right)^2 - 1} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

Сравнение результатов полученного аналитического решения и численного решения задачи в точной постановке для одноосного и равномерного двухосного нагружений на бесконечности показывает, что расхождение составляет меньше 2–3% и не превышает погрешности самого численного решения [4, 5]. Это позволяет использовать приведенные зависимости для оценки напряжений в горном массиве.

Комбинированное использование одноосного нагружения стенок скважины перпендикулярно к плоскости формируемой трещины и давления жидкости разрыва эффективно с точки зрения управления гидроразрывом. В этом случае вместо (3) будет

$$K_I(\sigma_{or}, \sigma_{ax}, P_H) = \sqrt{r_w} \cdot (P_H \cdot h + \sigma_{or} \cdot g + \sigma_{ax} \cdot f + P_p \cdot q) \quad (7)$$

где $h = C(L; r_w) \cdot h^*$, $g = C(L; r_w) \cdot g^*$, $f = C(L; r_w) \cdot f^*$, $q = C(L; r_w) \cdot q^*$, P_p – давление одноосного нагружения, q – функция, соответствующая одноосному нагружению стенок скважины.

Используя подходы к проведению оценки распорного нагружения в скважине [6] и выражение (1), запишем

$$q^* = -\frac{f^*}{2} \cdot \left\{ (1 + L/r_w)^2 - [2 + (1 + L/r_w)^2] \cdot \cos 2\theta'' \right\} \quad (8)$$

где $\theta'' = 0$ в направлении действия распорного нагружения.

Максимальное значение q^* принимает при $\theta'' = \pi/2$, минимальное – при $\theta'' = 0$. Комбинированное нагружение, также как и искусственная трещина вызывает снижение P_{C1} в заданном направлении, но, в отличие от последней, увеличивает также P_{C1} в направлении перпендикулярном заданному, что дополнительно снижает вероятность отклонения направления развития гидроразрыва от заданного, а, следовательно, снижает и вероятность существенных ошибок в определении σ_{11} . Величину РР можно выбрать достаточно большой, чтобы для заданных σ_{11} , σ_{22} и L/r_w трещин, имеющих в интервале нагружения, гидроразрыв развивался бы в заданном или близком к нему направлениях. Степень допустимого отклонения также можно задавать исходя из требований точности измерения напряженного состояния.

В том случае, когда рабочая жидкость в трещину не попадает, в формуле (4) вместо h надо использовать функцию $\tilde{h} = C(L/r_w) \cdot \tilde{h}^*$, где

$$\tilde{h}^*(L/r_w) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot (1 + L/r_w)^{-1/2} \cdot [1 - (1 + L/r_w)^{-2}]^{1/2} \quad (9)$$

Из (6) и (9) получим соотношения

$$\begin{aligned} \tilde{h}^* &= -(1 + L/r_w)^2 \cdot f^* \\ h^* &= [1 + (1 + L/r_w)^2] \cdot f^* + g^* \\ \frac{f^* + g^*}{h^*} &= 1 - (1 + L/r_w)^2 \cdot \frac{f^*}{h^*} \\ L/r_w &= [(h^* - f^* - g^*) / f^*]^{1/2} - 1 \end{aligned} \quad (10)$$

L/r_w	$C(L/r_w)$	$-f$	g^*	h^*	$q_{\max}^*$ при $\theta''=90^\circ$	q^* при $\theta''=45^\circ$	$q_{\min}^*$ при $\theta''=0$
0,0	1,26	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,1	1,22	0,37	1,33	0,51	0,82	0,23	-0,37
0,2	1,13	0,40	1,69	0,71	0,98	0,29	-0,40
0,3	1,09	0,37	1,90	0,90	1,00	0,32	-0,37
0,4	1,07	0,34	2,04	1,03	1,01	0,34	-0,34
0,5	1,07	0,31	2,15	1,14	1,01	0,35	-0,31
0,6	1,05	0,27	2,25	1,29	0,96	0,35	-0,27
0,8	1,04	0,22	2,40	1,47	0,93	0,36	-0,22
1,0	1,02	0,17	2,54	1,69	0,85	0,34	-0,17
1,5	1,00	0,10	2,83	2,11	0,72	0,32	-0,10
2,0	0,99	0,07	3,09	2,39	0,70	0,31	-0,07
3,0	0,98	0,03	3,56	3,05	0,51	0,24	-0,03
5,0	0,97	0,01	4,35	3,98	0,37	0,18	-0,01
10,0	0,98	0,00	5,88	5,88	0,00	0,00	-0,00
>>10,0	1,00	0,00	–	–	0,00	0,00	-0,00

Значения функций f^* , h^* , g^* , и $C(L/r_w)$ приведены в таблице.

Вместо (4) запишем, учитывая также эффект проникания рабочей жидкости

$$P_{C1} - P_0 = \frac{1}{K_B} \cdot \left\{ \frac{K_{IC}}{\sqrt{r_w} \cdot C(L/r_w) \cdot h^*} - \frac{\sigma_{11}}{2} \left[\frac{f^* + g^*}{h^*} - \frac{g^* - f^*}{h^*} \cdot \cos 2\beta \right] - \frac{\sigma_{22}}{2} \left[\frac{f^* + g^*}{h^*} + \frac{g^* - f^*}{h^*} \cdot \cos 2\beta \right] \right\} \quad (11)$$

где K_B – коэффициент, характеризующий проницаемость горной породы для рабочей жидкости разрыва при нагружении [7, 8]

Если нагружение производится через пластырную оболочку, то $K_B = 1$ и вместо h^* необходимо поставить h^* . В этом случае, чем больше L/r_w , тем выше давление разрыва; когда жидкость проникает в трещину – то наоборот, чем больше L/r_w , тем ниже P_{C1} .

Аналогично методике [2], чтобы определить значение σ_{11} и ориентацию σ_{11} , σ_{22} , достаточно провести два гидроразрыва в близлежащих интервалах скважины так, чтобы направления действия распорного нагружения в них были развернуты друг относительно друга, например на 90° . Сравним выражения для P_{C1} , рассмотренные в данной работе (I), с оценками Руммеля (II) [1] и Абу-Сэйда (III) [2]. Для $\beta = 0$ получим

$$\begin{aligned} I. \quad P_{C1} - P_0 &= \frac{1}{K_B} \cdot \left\{ \frac{K_{IC}}{\sqrt{r_w} \cdot C(L/r_w) \cdot h^*} - \frac{f^*}{h^*} \cdot \sigma_{11} - \frac{g^*}{h^*} \cdot \sigma_{22} \right\} \\ II. \quad P_{C1} - P_0 &= \frac{K_{IC}}{\sqrt{r_w} \cdot h^*} - \frac{f^*}{h^*} \cdot \sigma_{11} - \frac{g^*}{h^*} \cdot \sigma_{22} \\ IIIa. \quad P_{C1} - P_0 &= \frac{K_{IC}^{(0)}}{\sqrt{r_w} \cdot C(L/r_w) \cdot (f^* + g^*)} - \frac{f^*}{f^* + g^*} \cdot \sigma_{11} - \frac{g^*}{f^* + g^*} \cdot \sigma_{22} \\ IIIb. \quad P_{C1} - P_0 &= \frac{C(\sigma) \cdot K_{IC}}{\sqrt{r_w} \cdot 0,4 \cdot C(L/r_w) \cdot (f^* + g^*)} - 1,5 \frac{f^*}{f^* + g^*} \cdot \sigma_{11} - \frac{g^*}{f^* + g^*} \cdot \sigma_{22} \end{aligned} \quad (12)$$

где $C(\sigma)$ – некоторая функция, определяющая зависимость K_{IC} от окружающих давлений [3], – значение K_{IC} при нулевых окружающих давлениях.

Предположим, что $K_B \cong 1$. В этом случае различие выражений I и II в (12) заключается в том, что вместо h^* в члене при K_{IC} стоит произведение функций $C(L/r_w)$ и h^* , учитывающее отклонение эквивалентной модели от точной (рисунки), которое существенно для небольших значений L/r_w (см. таблицу).

Различие выражений I и IIIa сводится к тому, что в последнем вместо h^* используется сумма функций f^* и g^* , что находится в противоречии с экспериментальными данными. Из (10) следует, что $h^* \leq f + g^*$, где $f < 0$, а равенство достигается при $L/r_w = 0$.

Для приведения формулы IIIa в соответствие с экспериментальными данными Абу-Сэйд ввел поправочные коэффициенты (выражение IIIb). Правомерность их введения обосновывается тем, что реальная трещина, вдоль которой начинается развиваться гидроразрыв, не является «туннельной», а ограничена по вертикали. Сравнивая выражения для простой туннельной трещины, диско-

образной и эллиптической в плане трещин, значения поправочных коэффициентов выбираются свободным образом, не учитывая того, что если следовать предложениям о примерном равенстве L и размера инициирующей трещины по вертикали, а также о наличии на стенках скважины множество примерно одинаковых по размеру, но различно ориентированных трещин, то при проведении гидроразрыва устройством, имеющим длину интервала нагружения скважины $L \gg L$, значение K_I , а следовательно P_{C1} будут определяться системой таких трещин, а не единичной трещиной. При этом K_I такой системы будет близким к значению K_I трещины, чей размер по вертикали примерно равен L [3]. Из соответствующего выражения для эллиптической в плане трещины следует, что при $L \geq 10 \cdot [2 \cdot (L + r_w)]$ значение K_I будет практически совпадать с тем, что дает двумерная теория.

В работе Абу-Сэйда [2] при $r_w = 111$ мм и $L = 4,27$ м получено, что $L = 8$ мм, то есть введение поправочных коэффициентов не корректно. Выражение IIIb в (12) справедливо лишь для конкретных значений L/r_w , σ_{11} , σ_{22} , $\sqrt{r_w}$, K_{IC} имевших место в эксперименте. Сам факт введения множителя 0,4 при $(f + g)$ свидетельствует в пользу использования в формулах I и II функции h^* .

Иначе дело обстоит с введением вместо K_{IC} произведения $C(\sigma) \cdot K_{IC}(0)$, подчеркивающего тот факт, что K_{IC} горной породы обычно определяют на разгруженных образцах и что значение K_{IC} существенно увеличивается при повышении окружающих давлений. Так, для известняка зарегистрировано увеличение K_{IC} в 1,6 раза при нагружении образца окружающим давлением 24 МПа [3].

Отсюда следует, что эксперименты по определению K_{IC} для определения напряжений методом гидроразрыва следует проводить на нагруженных образцах с различным значением окружающих давлений, например, по оригинальной методике предложенной Руммелем [1]. Ее суть заключается в использовании формулы (11) при $\beta = 0$, $K_B = 1$ и $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma$. Проводя разрывы при различных значениях σ определяем $\left| \frac{dP_C}{d\sigma} \right|$ и $T = \frac{K_{IC}}{\sqrt{r_w} \cdot C(L; r_w) \cdot h^*}$. По известному

$$\left| \frac{dP_C}{d\sigma} \right| \text{ определяем } L_0/r_w, \text{ а по нему } C(L_0/r_w) \cdot h^*. \text{ Тогда}$$

$$K_{IC} = T \cdot \sqrt{r_w} \cdot C(L_0; r_w) \cdot h^*(L_0; r_w) \quad (13)$$

Значения нагружения σ берутся в интересующем интервале соответствующем, примерно, ожидаемым натурным условиям и достаточно узком, чтобы в его пределах зависимостью K_{IC} от σ можно было пренебречь.

Таким образом, в работе представлены основные расчетные зависимости, позволяющие оценить напряженное состояние горного массива с помощью метода гидроразрыва за счет направленного одноосного нагружения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rummel F. Hydraulic fracturing as a tectonic stress measuring technique // Proc. of the 1981 Indo-German Workshop on Rock Mech. New Delhi (India): Council of Scientific and Industrial Research, 1983.
2. Abou-Sayed A.S., Brechtel C.E., Clifton R.J. In situ stress determination by hydrofracturing: A fracture mechanics approach // Journal of Geophysical Research. – 1978. – Vol. 83 (B6). – Pp. 2851–2862.
3. Парис П., Си Дж. Анализ напряженного состояния около трещины / Прикладные вопросы вязкости разрушения. – М.: Мир, 1968. – С. 64–142.

4. Курленя М.В., Зворыгин Л.В., Сердюков С.В. Управление продольным гидроразрывом скважин // ФТПРПИ. – 1999. – № 5. – С. 3–12.
5. Павлов В.А., Янкайте А.В., Сердюков С.В. Развитие метода гидроразрыва применительно к оценке напряженного состояния горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2009. – № 12. – С. 248–255.
6. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости – М.: Наука, 1979. – 560 с.
7. Haimson B.C. Determination of in-situ stresses around underground excavations by means of hydraulic fracturing. – Madison: Wisconsin University, 1974. – 101 p.
8. Biot M.A., Willis D.G. The elastic coefficients of the theory of consolidation // Journal of Applied Mechanics. – 1957. – Vol. 24. – Pp. 594–601. **ГИАБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Курленя Михаил Владимирович – академик, доктор технических наук, профессор, и.о. директора, e-mail: Kurlenya@misd.nsc.ru,
Патутин Андрей Владимирович – кандидат технических наук, младший научный сотрудник, e-mail: andrey.patutin@gmail.com,
Рыбалкин Леонид Алексеевич – аспирант, инженер, e-mail: leonid.rybalkin@gmail.com,
Чечурова Регина Дмитриевна – студент Новосибирского государственного университета, техник, e-mail: burnedelefant@gmail.com,
Сердюков Сергей Владимирович – доктор технических наук, зав. лабораторией, e-mail: ss3032@yandex.ru,
Институт горного дела им. Чинакала СО РАН.

UDC 539.375:622.831

THE STRESS STATE EVALUATION BASED ON HYDRAULIC FRACTURING OF ROCK MASS

Kurlenya M.V., Academician, Doctor of Technical Sciences, Professor, acting Director, e-mail: Kurlenya@misd.nsc.ru,
Patutin A.V., Candidate of Technical Sciences, Junior Researcher, e-mail: andrey.patutin@gmail.com,
Rybalkin L.A., Graduate Student, Engineer, e-mail: leonid.rybalkin@gmail.com,
Chechurova R.D., Student, Novosibirsk State University, e-mail: burnedelefant@gmail.com,
Serdyukov S.V., Doctor of Technical Sciences, Head of Laboratory, e-mail: ss3032@yandex.ru,
Institute of Mining of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences.

The paper shows the analytical solution for the problem of formation of two radial cracks in the rock mass. The uniaxial loading of the borehole walls method to measure the stress state is considered. The known techniques for estimating the fracture pressure were analyzed.

Key words: hydraulic fracturing, rock massif, stress state, uniaxial loading.

REFERENCES

1. Rummel F. Hydraulic fracturing as a tectonic stress measuring technique. *Proc. of the 1981 Indo-German Workshop on Rock Mech. New Delhi (India): Council of Scientific and Industrial Research*, 1983.
2. Abou-Sayed A.S., Brechtel C.E., Clifton R.J. In situ stress determination by hydrofracturing: A fracture mechanics approach. *Journal of Geophysical Research*. 1978. Vol. 83 (B6). Pp. 2851–2862.
3. Paris P., Si Dzh. *Prikladnye voprosy vyazkosti razrusheniya* (Applied Problems of Fracture Toughness), Moscow, Mir, 1968, pp. 64–142.
4. Kurlenya M.V., Zvorygin L.V., Serdyukov S.V. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh*. 1999, no 5, pp. 3–12.
5. Pavlov V.A., Yankaite A.V., Serdyukov S.V. *Gornyi informatsionno-analiticheskii byulleten'*. 2009, no 12, pp. 248–255.
6. Timoshenko S.P., Gud'er Dzh. *Teoriya uprugosti* (Theory of Elasticity), Moscow, Nauka, 1979, 560 p.
7. Haimson B.C. *Determination of in-situ stresses around underground excavations by means of hydraulic fracturing*. Madison: Wisconsin University, 1974. 101 p.
8. Biot M.A., Willis D.G. The elastic coefficients of the theory of consolidation. *Journal of Applied Mechanics*. 1957. Vol. 24. Pp. 594–601.