© А.Е. Петров, 2014

УДК 338.26.015:658.5

А.Е. Петров

ТЕНЗОРНЫЕ АНАЛОГИИ СЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ ГОРНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ. ЧАСТЬ II[*]

Рассмотрено моделирование систем горной промышленности, основанное на тензорном методе двойственных сетей, используются аналогии с электрической цепью; применение показано на примере балансовых задач нефтепереработки и производства продуктов.

Ключевые слова: двойственные сети, аналогии процессов и структуры, тензорный анализ, сетевые модели систем, нефтепереработка, межотраслевой баланс.

Аналогии физических величин

Качество физических величин определяет их размерность. Величины играют роль воздействий, откликов и метрических характеристик в уравнениях поведения предметных областей, например, сложной системы горного месторождения. Воздействие – давление горных пород и механизмов. Сопротивление – свойства упругости пород, вязкости углеводородов. Отклик – поток добычи ископаемого (руды, нефти, угля).

Впервые понятие «размерность» как физико-математическая категория встречается в форономии Я. Германа в 1716 г. для установления связи телесных (геометрических) и без телесных величин. Фурье в 1822 г. ввел понятие размерность в физику для выделения границ однородных групп (качеств), а в 1855 г. Дж. Максвелл ввел квадратные скобки, подчеркивая качественное различие величин, определяемое их размерностью и единицей. Сама величина выражает количественную определенность, численное значение величины, определяемое ее отношением к единице измерения (И. Ньютон, 1711 г.).

Кроме известных систем физических единиц СИ и СГС, можно выразить все физические величины через длину L и время T. Р.Л. Бартини, П.Г. Кузнецов построили таблицу LT для размерностей физических величин. П.Г. Кузнецов показал, что клетки физических величин соответствуют различным видам типам геометрии и физической теории. Каждой физической величине соответствует своя геометрия, своя группа преобразования координат соответствующей структуры.

Установление и применение аналогий сетевой модели с предметной областью обеспечивает двойственность величин воздействия и отклика, которые по способу их измерения делятся на два типа:

- величины, которые измеряют в одной точке (например, электрический ток), – продольные величины;
- величины, которые измеряют как разность значений в двух различных точках, (например, напряжение измеряют как разность потенциалов между узлами), – поперечные величины.

Воздействие и отклик, составляющие вектор потока энергии, всегда представлены парой: продольной величиной и поперечной величиной.

Физические величины воздействий и откликов, характеризующие потоки энергии, по типу измерения (продольные и поперечные) для открытых и закрытых систем меняются местами.

[*] Часть I – ГИАБ № 8, 2014, с. 285–291.

	Воздействие	Отклик
Закрытая система, базис определяют замкнутые пути	Поперечная величина	Продольная величина
Открытая система, базис – разомкнутые пути	Продольная величина	Поперечная величина

Базисом для процессов в открытой системе являются разомкнутые пути. Базисом для процессов в закрытой системе являются замкнутые пути. Отношения между этими понятиями представлены в таблице.

Например, для электрической цепи. Источники напряжения (поперечная величина) расположены в ветвях самой цепи, являются внутренними воздействиями. Отклики, токи (продольная величина) возникают в контурах. Проводим контурным методом расчет токов в базисных контурах, по ним определяем в ветвях токи и падения напряжения, которые и являются решением задачи, описывают процесс – поток электрической энергии в цепи как замкнутой системе.

Источники тока (продольная величина) являются внешними воздействиями, они расположены вне цепи и действуют через узлы входа и выхода. Отклики, напряжения (поперечная величина) возникают в разомкнутых путях. Проводим узловым методом расчет напряжений между узлами, по ним – падения напряжений на ветвях и токи в ветвях. Напряжения и токи на ветвях и являются решением задачи, описывают процесс – поток электрической энергии в цепи как открытой системе. Должны выполняться законы Кирхгофа для токов и для напряжений.

Аналогии для сетевых моделей предметных областей

Используя рассмотренные типы двойственности структуры и процессов в системе, рассмотрим сетевые модели для объекта нефтепереработки и баланса потоков продуктов [1].

Для подсистемы прогнозирования пожароопасных ситуаций (ОПСС) в АСУ ТП объектов нефтепереработки построена сетевая модель массообмена при нефтепереработке с целью расчета изменений параметров процессов при изменении структуры и выработки управляющих воздействий для вывода системы из предаварийного режима, ликвидации аварии. Разрывание связей, разрушение каналов потоков продуктов происходит вследствие превышения критических показателей параметров технологии (температура, давление, напряжение и т.д.) на время, достаточное для разрушения. Контроль превышения предельно допустимых значений (ПДЗ) позволяет снизить риск аварии.

Процесс ректификации – прохождение потоков разделяемых фаз в сети, структура которой задана тарелками, насадками связанных ректификационных колонн, в которых экстрагируются продукты нефтепереработки. Экстракторы рассматриваются как отдельные ветви сетевой модели нефтепереработки. Перенос вещества между фазами обусловлен разностью концентраций компонента в отсутствии равновесия. Разность температур жидкости и пара вызывает движение компонент из одной фазы в другую, поскольку нарушает равновесие.

Сетевая модель представляет процессы и структуру связей элементов системы. Элементами сети являются устройства, в которых происходит разделение смеси. Потоками являются продукты, преобразуемые от сырой нефти в конечные продукты (бензин, масло, дизтопливо, др.). Воз-

действия: изменения температуры, давления, скорости потока, разность концентраций, химические воздействия и т.д. Отклики на воздействия: потоки нефти на входе и потоки конечных продуктов переработки на выходе. Потоки продуктов преобразуются при изменении температуры и концентрации. Мера инерции движения потока – коэффициент диффузии. Переход веществ из одной фазы в другую при ректификации переработке нефти позволяет установить аналогии между массообменом и сетевой моделью.

Подключение или отключение элементов, по технологии, или в результате аварий изменяет значения параметров, обладающих свойствами разрушения, приводит, например, к превышению ПДЗ давления. При выходе из строя элементов или подсистем, расчет сети проверяет соответствие параметров ПДЗ, чтобы определить воздействия по возвращению системы в штатный режим. Это важно для систем, в состав которых входят пожароопасные установки и технологии: нефте- и газодобычи, транспортировки нефти и газа, НПЗ.

Роль источников контурной части сети в тепловом балансе играют разности температуры компонента как между фазами на тарелках, так и нагрев жидкости в нижней части колонны и охлаждение фаз колонны (пар и жидкость) в верхней части. Нагревание и охлаждение создают разность температур, тепловой потенциал, который накладывается на узловую часть сети, связанную с потоками материи, и представляет собой влияние контурной части, связанной с потоками тепловой энергии в установке.

Роль напряжений отклика на тарелках колонны, представляемых ветвями сети, играют разности температур между фазами жидкости и пара на каждой тарелке. Эти напряжения измеряют энтальпиями (термодинамический потенциал) в уравнениях теплового баланса. Токами отклика являются потоки ректификата и остатка, что связывает между собой уравнения материального баланса и теплового баланса. Внутри колонны напряжения представлены градиентом температуры, который выводит компоненты фаз жидкости и пара на тарелках из равновесия.

Роль сопротивлений тепловому потоку на ветвях, представляющих потоки продуктов в колонне и обмена веществом между паром и жидкостью, играют коэффициенты теплопередачи (тепловые емкости) компонент. Эти показатели сопоставимы друг с другом по физической размерности и аддитивны.

На рис. 6 представлена сетевая схема обмена компонентами между фазами на одной тарелке. Слева две линии изображают поток жидкой смеси ВКК и НКК сверху вниз, справа две линии изображают поток паровой смеси ВКК и НКК снизу вверх. Поток ВКК изображен жирными линиями, поток НКК – тонкими. Тарелка изображена схематически снизу.

На этой схеме горизонтальные линии с кружками изображают неравновесный переход НКК из жидкой фазы в парообразную, а ВКК из парообразной – в жидкую. Круги – эквивалентные источники напряжения в образуемой контурной сети – представляют разность температур фаз, которая является движущей силой процесса. Сами потоки фаз движутся под действием нагрева в нижней части и охлаждения в верхней части. Нагрев и охлаждение играют роль узловых источников тока. Коэффициенты массоотдачи играют роль взаимных сопротивлений между ветвями основных потоков фаз.

Таким образом, процесс ректификации можно рассматривать как про-

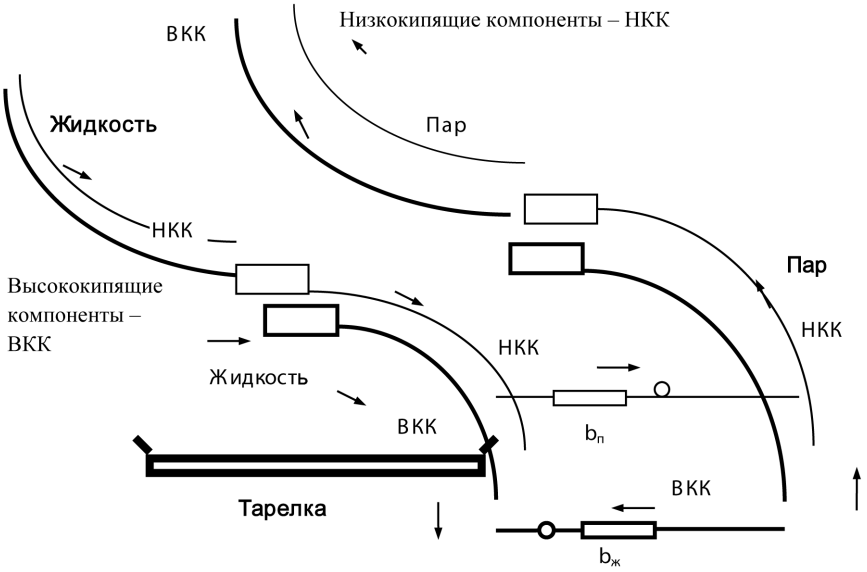

Рис. 6. Сетевая схема обмена ВКК и НКК между жидкостью и паром при массообмене на одной тарелке

хождение потоков разделяемых фаз по сети, структура которой задана тарелками, насадками связанных ректификационных колонн. В качестве ветвей можно выбрать отдельные тарелки или потоки каждой фазы (пара и жидкости) через тарелки и между тарелками.

Сетевая модель может учесть изменения температуры и концентраций компонент в фазах при переходе от тарелки к тарелке, движение компонент из ядра фазы к границе раздела фаз. Это усложнит структуру. Схема потоков на рис. 6 определяет структуру одной подсистемы сети. Она состоит из 6 ветвей, с замкнутыми путями, и разомкнутыми путями.

Схему сети можно представить двояко. С одной стороны, жидкость и пар образуют два встречных, но единых потока. На тарелках они разделяются на потоки фракций, которые взаимодействуют, связывая потоки пара и жидкости, как показано на рис. 6. При этом возникают внутренние циклы в каждой фазе, что создает контурные токи отдельно внутри жидкости и внутри пара и показывает неявную циркуляцию между НКК и ВКК в фазах. Компоненты независимы, но такая циркуляция возможна, если учесть химические преобразования компонент под действием давления и температуры. Одна из матриц преобразования для схемы

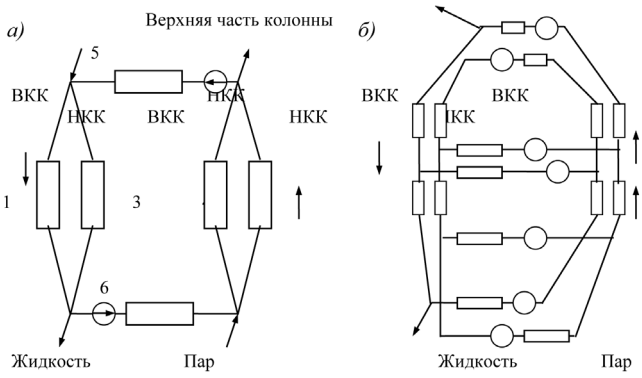

Рис. 7. Схемы подсистемы сети, соответствующие одной тарелке: а) схема общего потока НКК и ВКК, б) раздельные потоки НКК и ВКК

на рис. 7, *а*. для подсетей показана ниже.

Можно рассматривать два независимых цикла-потока компонент через колонну – НКК отдельно, ВКК отдельно. Обмен веществом происходит под действием разности температур и концентраций. Эквивалентная схема показана на рис. 7, *б*. Эти циклы проходят независимо по всем тарелкам и в верхней части колонны подвергаются охлаждению, а в нижней – нагреву. ВКК имеют отток в нижней части, НКК – в верхней части. Этой схеме соответствуют свои матрицы преобразования.

Для каждого из вариантов контурные источники напряжения, связывающие потоки на тарелках, имеют две составляющих – разность температур и разность концентраций вещества во фракциях, которые и вызывают процесс передачи массы из одной фазы в другую. Движущая сила процесса массообмена на тарелках имеет вид источников напряжения, обозначенных кружками, для ВКК (компонент *x*):

$$e_x = dT + dx = (t_п - t_ж) + (x_п - x_ж); \quad (6)$$

для НКК (компонент *y*):

$$e_y = dT - dy = (t_п - t_ж) - (y_ж - y_п). \quad (7)$$

Разность температур способствует испарению НКК в большей степени, чем конденсации ВКК.

В сети на рис. 7, *а* число ветвей $n = 6$, узлов $J = 4$, подсеть одна $s = 1$, т.е. независимых разомкнутых путей $j = J - s = 3$ и независимых контуров $m = n - j = 3$. Матрица преобразования имеет вид (см. ниже).

Это матрица преобразования отдельных ветвей в связанную сеть. При изменениях структуры, в том числе при аварийных ситуациях, матрица преобразования принимает другой вид, в котором отражаются изменения путей: замыкание одних путей, размыкание других путей. Соответственно изменяются уравнения материального и теплового баланса, которые определяют основные величины в ректификационной колонне.

Тензоры и аналогии сетевой модели потоков продуктов

Математическая модель задачи межотраслевого баланса (балансового планирования) представляет производство потоков ресурсов (валового выпуска), которые обеспечивают спрос рынка (план). Эта задача известна также как модель «затраты – выпуск»: отрасли производят продукцию в количестве, определяемом спросом рынка (заданным планом), а также поставляют другим отраслям. Сами отрасли потребляют поставки других отраслей, ресурсы, энергию, труд, необходимые для производства [2].

За решение этой задачи американский экономист, выходец из России, В. Леонтьев получил в 1973 г. Нобелевскую премию. Расчет межотраслевого баланса (МОБ) осуществляет Росстат; результаты применяются для управления производством как на государственном уровне, так и на уровне крупных предприятий.

Математически задача МОБ имеет вид уравнений потоков продуктов.

$C^a_b =$

	1	2	3	4	5	6	
1	1		3		1	1	*m*
2		1		1	1	1	*m*
3	1	–1					*m*
4	1						*j*
5				–1			*j*
6			1		1		*j*

Есть n отраслей, которые производят продукты с валовым выпуском X^{α} (где $\alpha = 1, \ldots, n$), чтобы обеспечить план (спрос) y_{α} и поставки $x_{\alpha\beta}$. При этом сами потребляют ресурсы и поставки. На выходе отраслей получаем систему уравнений распределения валового выпуска [3, 4]:

$$X_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^{n} x_{\alpha\beta} + y_{\alpha}. \qquad (8)$$

Поставки определяют коэффициенты прямых затрат (КПЗ), которые обозначают $a^{\alpha\beta}$; они численно равны количеству продукта отрасли α, которое необходимо для производства единицы продукта отрасли β. По определению Росстата, КПЗ есть затраты одного продукта на производство другого продукта (например, угля на производство электроэнергии), их рассчитывают в рублях на 1000 руб. продукции [10]. Значения поставок продуктов между отраслями выражаются уравнением:

$$x^{\alpha\beta} = a^{\alpha\beta} X_{\beta}. \qquad (9)$$

Матрица КПЗ обозначается $a^{\alpha\beta} = A$. Аналогично определяются КПЗ потребления ресурсов $b^{\alpha\beta}$, численно равные количеству ресурса γ для производства единицы продукта отрасли β:

$$r^{\gamma\beta} = b^{\gamma\beta} X_{\beta}. \qquad (10)$$

Таким образом, коэффициенты $a^{\alpha\beta}$ и $b^{\gamma\beta}$ устанавливают пропорции между воздействием, (валовым выпуском), и откликом (поток поставки или ресурса). Подставляя (9) в (8), получим уравнения в матричной форме:

$$X = (I - A)\, Y \qquad (11)$$

где $(I - A)$ – так называемая экономическая матрица (I – единичная матрица). Обращение экономической матрицы дает решение задачи:

$$X = (I - A)^{-1}\, Y. \qquad (12)$$

Для реальных задач порядок этой матрицы составляет тысячи строк и столбцов, а время решения превышает плановый период. Это затрудняет управление экономикой. Создание позволит применять алгоритмы расчета по частям, что резко снизит время расчета. Кроме того, топология сетевой модели позволяет связать потоки продуктов и денег.

Для построения сетевой модели надо привести уравнения баланса к тензорному виду. Т.е. все величины (выпуски, поставки, ресурсы, спрос) при изменении системы координат, например, структуры хозяйственных связей, структурных реформах, должны преобразовываться по линейным законам. Оказывается, что для этого надо описать все потоки в системе.

Уравнения МОБ описывают баланс (закон сохранения) потоков продуктов в узлах на выходе отраслей подобно первому закону Кирхгофа в электрической цепи. Коэффициенты прямых затрат для поставок и ресурсов в (9) и (10) подобны метрической матрице. Они аналогичны закону Ома в цепи. Другие соотношения обычно не используют. Однако, как можно видеть на рис. 8, существует связь между потоками в узлах входов отраслей. Эту связь можно записать в виде системы уравнений:

$$X^{\alpha} = \sum x^{\alpha\beta} + \sum r^{\gamma\beta} = \sum a^{\alpha\beta} X_{\beta} + \\ + \sum b^{\alpha\beta} X_{\beta} = (\sum a^{\alpha\beta} + \sum b^{\alpha\beta})\, X_{\beta}. \qquad (13)$$

Потоки ресурсов $r^{\gamma\beta}$ и поставок $x^{\alpha\beta}$ пропорциональны величине выпуска. В формуле (13) можно приравнять коэффициенты при X_{β}:

$$\sum a^{\alpha\beta} + \sum b^{\alpha\beta} = 1. \qquad (14)$$

Физически это означает: для выпуска единицы данного продукта должны быть обеспечены все необходимые поставки и ресурсы – условие очевидное, и обычно не используемое, Однако оно дает полноту описания потоков в сети и позволяет привести уравнения к тензорному виду.

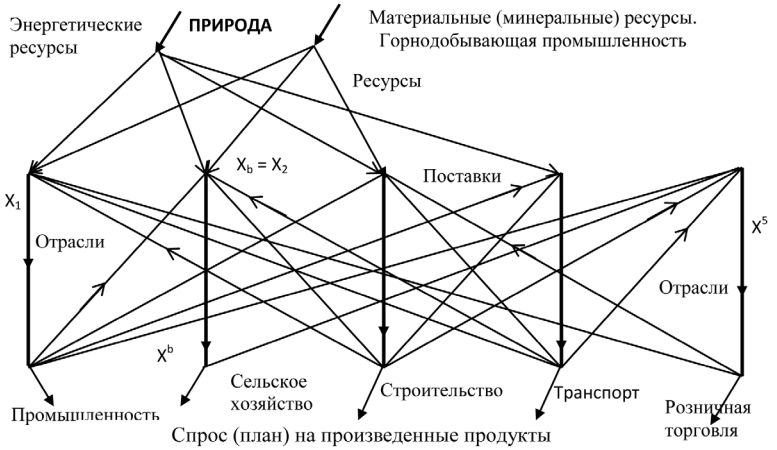

Рис. 8. Структура сети потоков продуктов в отраслях

Рассмотрим аналогии между задачей МОБ и электрической цепью. План-спрос будем представлять в модели как узловой ток, а потоки в отраслях, поставки и ресурсы – как отклики. Это предпочтительнее, чем использовать источник напряжения, поскольку разомкнутые пути обеспечивают представление экономики как открытой системы, вне которой формируется спрос. Ресурсы также поступают извне, но они могут представлять поставки со стороны тех отраслей, которые не вошли в данную систему отраслей. Это позволяет выбирать, какие отрасли включать в сетевую модель, а какие считать «внешней средой».

При использовании сетевых аналогий необходимо учесть разницу между техникой и экономикой. В электрической цепи при наложении связей токи, как отмечено выше, не возрастают. Валовые выпуски отраслей, должны превышать заданный спрос (план), поскольку обеспечивают также поставки другим отраслям. Это отражает суть разделения труда в процессе производства, представляя один из механизмов создания прибавочной стоимости. Поставки создают структуру производства. Сама прибавочная стоимость есть экономическое выражение процесса извлечения из потока солнечной энергии, превышающей затраты на получение. Вообще говоря, живые системы получают больше энергии, чем затрачивают на ее получение, что обеспечивает им рост и размножение. Таким образом, несмотря на внешнее сходство, потоки в сетевой модели и потоки продуктов отраслей принципиально отличаются друг от друга.

Для представления поток продукта электрическим током, используем двойственность токов в замкнутых и разомкнутых путях. Эти токи вызваны двойственными источниками воздействия, которые не зависят друг от друга. Отклики можно использовать для создания суммарных потоков в сети, соответствующих потокам продуктов. Используем аналогии электротехники для сетевой модели: будем задавать источники напряжения в контурах, так, чтобы отклики-токи на них дополняли отклики-токи на источники тока до величин, которые равны потокам продуктов в ветвях сетевой модели.

Допустим, что сначала заданы только узловые токи (представляющие спрос y^{α}), обозначим их как I^{α}. Эти токи заданы на ветвях отраслей. В качестве аналогии КПЗ $a^{\alpha\beta}$ для по-

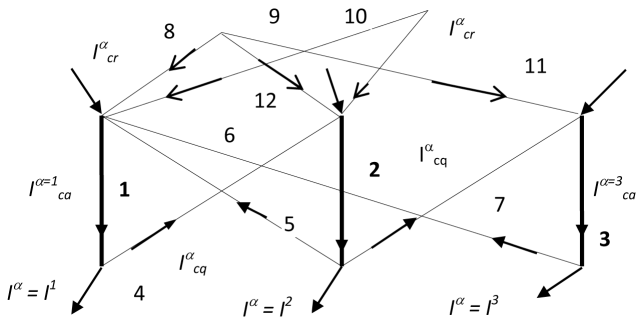

Рис. 9. Модель сети потоков продуктов с узловыми воздействиями

ставок и $b^{\gamma\beta}$ для ресурсов примем проводимости ветвей $Y^{\alpha\beta}$. Если отрасли не потребляют свою продукцию, то $Y^{\alpha\alpha} = a^{\alpha\alpha} = 1$. Расчет данной сети дает отклики – узловые токи в ветвях I^{α}_{c}. Откликам в ветвях отраслей, поставок и ресурсов добавим индексы, и обозначим, соответственно, как I^{α}_{ca}, I^{α}_{cq}, I^{α}_{cr}. Пример такой сети для трех отраслей представлен на рис. 9. Индекс α перечисляет ветви данной сети: сначала отрасли от 1 до n, затем поставки от $n + 1$ до $n + q$, ресурсы от $n + q + 1$ до $N = n + q + r$, где N – общее количество ветвей в сети. Стрелки на выходе отраслей (выделены жирным) показывают, где задан спрос. Ветви 1–3 представляют отрасли; 4–7 – поставки, ветви 8–12 ресурсы. Ориентация ветвей выбрана в соответствии с направлениями, в которых должны двигаться потоки продуктов.

Однако реальные токи в такой сети не равны потокам продуктов, и даже не совпадают с ними по направлениям. При соединении ветвей в сеть мощность уменьшается, а разность «переходит» в двойственную сеть. Поэтому отклики в ветвях отраслей не достигают величин, равных сумме заданного плана и поставок. Закон Кирхгофа для узловых токов в узлах выхода отраслей не соответствует балансу потоков продуктов.

Таким образом, аналогии между токами и продуктами нет, хотя структура их соединений одинакова. Используем двойственность замкнутых и разомкнутых путей. Допустим, что есть такие источники напряжения в сети, что отклики на них, контурные токи, дополняют узловые токи до значений потоков продуктов.

Где и как надо расположить источники напряжения, чтобы они обеспечили выполнение этих условий? Общее число узлов $J = 2n + k$, где k показывает, сколько есть видов ресурсов. На рис. 8 представлены два вида ресурсов, $k = 2$, например, материальные и энергетические ресурсы. Чтобы создать любые значения откликов в ветвях сети, надо задать столько источников, сколько есть независимых путей данного типа. Они составят базис, в котором можно задать вектор потока с необходимыми значениями.

Всего ветвей в данной сети $N = n + q + r$. Если каждую отрасль снабжает ресурс одного типа, то $r = n$, тогда $N = 2n + q$. Тогда общее число узлов в сети составит $J = 2n + 1$, а число независимых разомкнутых путей равно: $j = J - 1 = 2n$, т.е. сумме ветвей отраслей и ресурсов. Число независимых контуров: $m = N - j = q$, т.е. равно числу поставок. Если в поставках расположить источники напряжения e^{q}_{α}, то можно подобрать их значения так, что отклики в ветвях сети, т.е. i^{α}_{c}, примут заданные значения. Например, дополнят токи отклика в ветвях I^{α}_{c} (от источников тока I^{α}) до любой необходимой величины.

В результате сумма токов принимает значения потоков продуктов в системе производства. Продолжим выбирать значения источников так, чтобы они обеспечили в ветвях при расчете степенного ряда такую сумму узловых и контурных токов, которая равна потокам продуктов в сети отраслей при ре-

шении балансовой задачи. Тогда получим для p-ого этапа расчета следующие двойственные узловые и контурные токи, которые численно равны потокам продуктов. Для валовых в ветвях отраслей выпусков отраслей получим:

$$X_p^{\alpha} = I_n^{\alpha} + \sum_{\mu=0}^{\mu=p} i_{n\mu}^{\alpha} = \sum_{\mu=0}^{\mu=p-1} (a_{\alpha\beta})^{\mu} y^{\beta} =$$

$$= y^{\alpha} + a_{\alpha\beta} y^{\beta} + (a_{\alpha\beta})^2 y^{\beta} + \ldots + (a_{\alpha\beta})^{p-1} y^{\beta},$$

в ветвях поставок между отраслями:

$$x^{\alpha\beta}{}_p = I_m^{\alpha} + \sum_{\mu=1}^{\mu=p} i_{m\mu}^{\alpha} = \sum_{\mu=1}^{\mu=p-1} (a_{\alpha\beta})^{\mu} y^{\beta}$$

в ветвях ресурсов, потребляемых отраслями:

$$r_p^{\gamma\alpha} = I_r^{\alpha} + \sum_{\mu=1}^{\mu=p} i_{r\mu}^{\alpha} = b_{\gamma\alpha} (y^{\alpha} + \sum_{\mu=0}^{\mu=p-1} (a_{\alpha\beta})^{\mu} y^{\beta})$$

Эти суммы независимых, двойственных контурных и узловых токов, численно равны потокам продуктов в отраслях, поставках и ресурсах, получаемым при вычислении p членов степенного ряда (при обращении экономической матрицы). Данные уравнения представляют потоки продуктов в системе отраслей (производств), как комбинацию токов в сетевой модели задачи баланса.

Для расчета по частям сеть делится на подсистемы, решения которых затем соединяют в решение всей системы, что ускоряет плановые расчеты.

Величина контурных источников напряжения определяется итерационным процессом перехода от несвязанных отраслей к связанным отраслям, которые обмениваются своими продуктами в процессе производства. Включение двойственных величин в сети обеспечивает представление процессов в живой, в данном случае – экономической системе с помощью комбинации двойственных величин в сети – неживой электрической цепи.

Вместе с тем благодаря топологии структуры и двойственности сетевая модель дает новую информацию. Помимо токов в ней возникают напряжения. Распределение напряжений представляет особый интерес, поскольку они должны быть пропорциональны (с точностью до курсов валют и скорости оборота денег) распределению финансовых потоков в системе производства. В данном случае речь может идти о распределении оборотных средств. Вопросы получения прибыли, создания прибавочной стоимо-

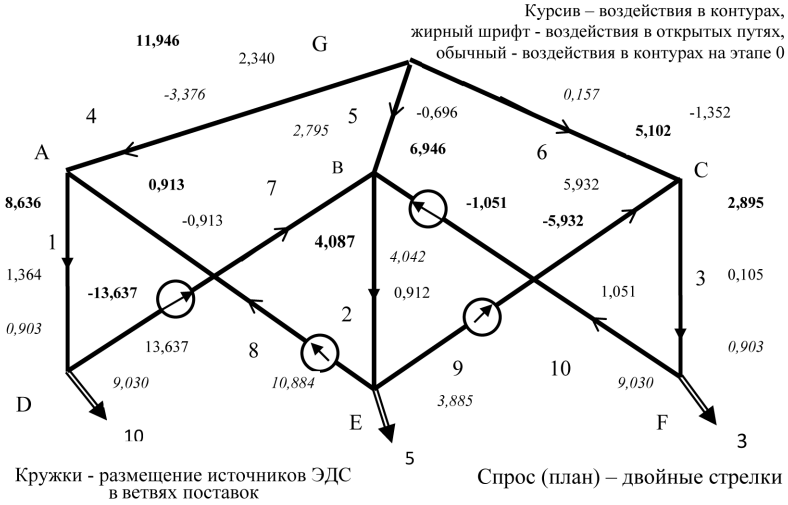

Рис. 10. Результаты расчета напряжений в сетевой модели

сти, кредитования, инвестирования в обновление производства и т.д. в данной модели не рассматриваются.

На рис. 10 представлено распределение напряжений в ветвях по результатам расчета нулевого этапа (внешние воздействия, спрос и внутренние, компенсирующие воздействия), а также по результатам расчетов внутренних воздействий последующих этапов.

Для анализа распределения напряжений, их сопоставления с финансовыми показателями, необходимо рассмотреть модель с реальными данными, например, производства и распределения ВВП.

Таким образом, сетевая модель адекватно представляет задачу межотраслевого баланса, а также дает информацию для расчета объединенного материально-финансового баланса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петров А.Е.* Тензорный метод двойственных сетей. – МГГУ, М.: Дополненное интернет-издание на сайте САПР МГГУ. – Режим доступа: http://sapr.msmu.ru/lectmaterials/tmdc.pdf, свободный, 2009.– 610 с.

2. *Петров А.Е.* Сетевые методы планирования производства: учебно-методическое пособие. – М.: МГГУ, 2010. – 148 с.

3. *Петров А.Е.* Тензорная методология в теории систем. – М.: Радио и связь, 1985. – 152 с.

4. *Крон Г.* Исследование сложных систем по частям (диакоптика). – М.: Наука, 1972. – 544 с.

5. *Крон Г.* Тензорный анализ сетей: Пер. с англ. / Под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова. – М.: Сов. Радио, 1978. – 720 с.

6. *Свами М., Тхуласираман К.* Графы, сети и алгоритмы: Пер. с англ. / Под ред. В.А. Горбатова. – М.: Мир, 1984. – 455 с. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Петров Андрей Евгеньевич – доктор технических наук, профессор,
e-mail: Helen_pet@mail.ru, МГИ НИТУ «МИСиС».

UDC 338.26.015:658.5

MINING INDUSTRY SYSTEMS NETWORK MODELS TENSORIAL ANALOGIES

Petrov A.E., Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: Helen_pet@mail.ru,
Moscow Mining Institute, National University of Science and Technology «MISiS».

The article describes the mining industry systems modeling based on the tensor method of dual networks, provides the substantiation of this mechanism, gives an analogy with the electrical circuit; the use of this technology is illustrated on the examples of inter-branch balance economy.

Key words: dual network, structures and process analogies, tensor analysis, mining industry systems modeling, oil refining, inter-branch balance.

REFERENCES

1. Petrov A.E. *Tenzornyj metod dvojstvennyh setej. MGGU, M.: Dopolnennoe internet-izdanie na sajte SAPR MGGU* (Dual network tensor method. Moscow State Mining University, Moscow: Enlarged Internet Edition. Available on website of the Chair of Computer-Aided Design Engineering Systems of the Moscow State Mining University), available at: http://sapr.msmu.ru/lectmaterials/tmdc.pdf, 2009, 610 p.

2. Petrov A.E. *Setevye metody planirovanija proizvodstva: uchebno-metodicheskoe posobie* (Production network planning methods: guidance manual), Moscow, MGGU, 2010, 148 p.

3. Petrov A.E. *Tenzornaja metodologija v teorii sistem* (Tensor methodology in system theory), Moscow, Radio i svjaz', 1985, 152 p.

4. Kron G. *Issledovanie slozhnyh sistem po chastjam (diakoptika)* (Analysis of complex systems by piecemeals (diakoptics)), Moscow, Nauka, 1972, 544 p.

5. Kron G. *Tenzornyj analiz setej*. Per. s angl. Pod red. L.T. Kuzina, P.G. Kuznecova (Network tensor analysis, Kuzin L.T., Kuznecov P.G. (Eds.), English–Russian translation), Moscow, Sov. Radio, 1978, 720 p.

6. Svami M., Thulasiraman K. *Grafy, seti i algoritmy*. Per. s angl. Pod red. V.A. Gorbatova (Graphs, networks, algorithms, Gorbatov V.A. (Ed.), English–Russian translation), Moscow, Mir, 1984, 455 p.