© К.В. Фомин, А.И. Жигульская, Р.Г. Исаев, 2014

УДК 622.23.05:622.7

***К.В. Фомин, А.И. Жигульская, Р.Г. Исаев***

# *ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МОМЕНТА НАГРУЖЕНИЯ НА РАБОЧЕМ ОРГАНЕ МАШИНЫ ГЛУБОКОГО ФРЕЗЕРОВАНИЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ТОРФЯНОЙ ЗАЛЕЖИ К ЭКСПЛУАТАЦИИ*

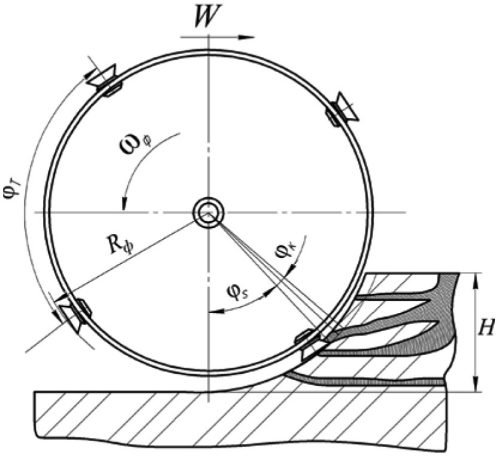
*Предложена модель формирования момента нагружения на рабочем органе машины глубокого фрезерования при взаимодействии с торфяной залежью при подготовке к эксплуатации. Получены выражения для определения вероятностных характеристик момента на фрезе на стадии проектирования с учетом режимов работы, конструкции рабочего органа и вероятностных характеристик случайных условий эксплуатации.*

*Ключевые слова: машина глубокого фрезерования, математическая модель, спектральная плотность момента нагружения, вероятностные характеристики нагрузок, динамические нагрузки.*

При подготовке торфяной залежи к добыче и ремонте производственных площадей широкое применение нашли машины глубокого фрезерования [1]. Они обладают высокой производительностью, позволяют сократить число технологических операций, а так же дают возможность обеспечить комплексную механизацию безотходной добычи и переработки торфодревесного сырья [2].

Опыт эксплуатации показывает их недостаточную надежность. Это связано с высокой динамической нагруженностью элементов привода и их конструкций [3]. При этом динамические нагрузки могут рассматриваться как результат вынужденных колебаний упругой системы привода от воздействия на исполнительном органе сил внешнего сопротивления [3, 4].

При работе машины глубокого фрезерования происходит измельчение торфа совместно с произрастающей на поверхности лесокустарниковой растительностью, ее корневой системой и древесными включениями (см. рисунок). При этом структурная неоднородность торфяной залежи, изменчивость физико-механических свойств предопределяет резко переменный, случайный характер нагрузки на фрезе. Методика определения вероятностных характеристик момента нагружения на рабочем органе при взаимодействии с древесными включениями представлена в [4, 5].




***Взаимодействие режущего элемента с торфяной залежью***

При анализе нагрузки на фрезе возможно использование двух систем отсчета [3, 5]. Первая может быть связана с углом поворота рабочего органа относительно оси вращения φ, вторая с текущим временем. Переход от одной системы осуществляется с помощью соотношения $\varphi = \omega_ф t$, где $\omega_ф$ – угловая скорость вращения рабочего органа.

Нагрузка на рабочем органе машины глубокого фрезерования с торфяной залежью при ее подготовке к эксплуатации представляет собой последовательность импульсов со случайными параметрами [3, 4, 5]. Таким образом, момент сопротивления в системе относительно угла поворота может быть представлен в виде [5]:

$$M(\varphi) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_{nm}\left(\varphi - \varphi_{nm}; P_{nm}\right), \quad (1)$$

где $M$ – число плоскостей резания; $n$ – номер импульса нагружения на $m$-й плоскости резания; $M_{nm}(\varphi)$ – функция, описывающая изменения момента нагружения на одиночном режущем элементе в $m$-й плоскости резания; $\varphi_{nm}$ – значение угла поворота рабочего органа связанное с возникновением $n$-го импульса нагрузки на $m$-й плоскости резания; $P_{nm}$ – случайные параметры $n$-го импульса на $m$-й плоскости резания.

С учетом взаимодействия режущего элемента с торфом и корневой системой момент нагружения в пределах угла контакта можно записать

$$M_{nm}(\varphi) = M_{nmT}(\varphi) + \sum_{s=1}^{S} M_{nms}(\varphi - \varphi_{snm}), \quad (2)$$

где $M_{nmT}(\varphi)$ – функция описывающая изменение момента на ноже $m$-й плоскости резания при взаимодействии с торфом; $s$ – номер акта взаимодействия с корнями в пределах угла контакта режущего элемента с залежью; $S$ – общее, случайное число актов взаимодействия с корнями; $M_{nms}(\varphi)$ – момент нагружения на режущем элементе при $s$–м акте взаимодействия с корнем; $\varphi_{snm}$ – угол от начала взаимодействия режущего элемента с залежью до момента взаимодействия с $s$-м корнем.

Учитывая случайный характер нагрузок, действующих на рабочий орган машины глубокого фрезерования, для анализа воспользуемся аппаратом теории случайных функций [6, 7, 8]. Известно, что для полного описания таких процессов необходимо знать многомерные, в общем случае зависимые от времени функции распределения. Для практических нужд достаточно знание одномерных и двумерных характеристик [3, 6, 7], то есть можно ограничиться использованием корреляционной теории. Поэтому рассмотрим два первых момента распределения, которые характеризуются математическим ожиданием, дисперсией и спектральной плотностью.

Математическое ожидание импульсного случайного процесса равно [8]:

$$m_1\left\{M(t)\right\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} m_1\left\{Z_n^{(k)}(\omega)\right\}\exp(j\omega t)\,d\omega, \quad (3)$$

где $m_1\{\ \}$ – знак усреднения; $Z_n^{(k)}(\omega)$ – спектр последовательности импульсов (рассматривается $k$-я реализация случайного процесса).

На основании выражения (1) и (2) запишем спектр $k$-й реализации случайного процесса

$$Z_M(j\omega) = Z_T(j\omega) + Z_K(j\omega), \quad (4)$$

где $Z_T(j\omega)$ – спектр $k$-й реализации момента нагружения на рабочем органе при взаимодействии с торфом

$$Z_T(j\omega) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=-N}^{N} S_{0T}(\omega; P_{nm})\exp(-j\omega\varphi_m)\exp(-j\omega n\varphi_T), \quad (5)$$

$Z_K(j\omega)$ – спектр $k$-й реализации момента на фрезе при взаимодействии с корнями

$$Z_K(j\omega) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{s=1}^{S} S_{0s}(\omega; P_{snm})\exp(-j\omega\varphi_{snm})\exp(-j\omega\varphi_m)\exp(-j\omega n\varphi_T), \quad (6)$$

где $S_{0T}(j\omega; P)$, $S_{0s}(j\omega; P_s)$ – соответственно, преобразование Фурье функций, описывающих момент нагружения на ноже при резании торфа и момента при взаимодействии с $s$-м корнем в пределах угла контакта с залежью; $P$, $P_S$ – соответственно, случайные параметры импульсов при резании с торфа и при взаимодействии с корнями; $\varphi_T$ – угол между двумя соседними режущими элементами в плоскости резания; $\varphi_m$ – угол сдвига между ножами, находящимися на первой и $m$-й плоскостях резания.

Подставляя (4) в (3) получим:

$$m_1\{M(\varphi)\} = m_1\{M_T(\varphi)\} + m_1\{M_K(\varphi)\},$$

где $m_1\{M_T(\varphi)\}$, $m_1\{M_K(\varphi)\}$ – соответственно, математические ожидания моментов при фрезеровании с торфа, величина которого может быть определена на основании методики, предложенной в [3, 4] и при взаимодействии с корневой системой.

Учитывая теорему о математическом ожидании суммы случайного числа случайных величин [8] из (3) с учетом (6) для $m_1\{M_K(\varphi)\}$ можно записать

$$m_1\{M_K(\varphi)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=-\infty}^{\infty} m_1\left\{\sum_{s=1}^{S} S_{0s}(j\omega; P_{snm})\exp(-j\omega\varphi_{snm})\right\}\exp(-j\omega\varphi_m)\times$$

$$\times\exp(-j\omega n\varphi_T)\exp(j\omega\varphi)\,d\omega.$$

При статистической независимости параметров импульсов нагружения при взаимодействии режущего элемента с корневой системой, используя тождество Вальда и преобразуя, получим:

$$m_1\{M_K(\varphi)\} = \frac{\lambda_{kop}\varphi_\tau}{\varphi_T}\sum_{r=-\infty}^{\infty} K_K\left(j\frac{2\pi r}{\varphi_T}\right)\theta_{\varphi s}\left(-j\frac{2\pi r}{\varphi_T}\varphi_\tau\right)\times$$

$$\times\sum_{m=1}^{M}\exp\left(-j\frac{2\pi r}{\varphi_T}\varphi_m\right)\exp\left(j\frac{2\pi r}{\varphi_T}\varphi\right), \quad (7)$$

где $\lambda_{кор}$ – число корней приходящихся на единицу длины контакта режущего элемента с залежью [9]; $\varphi_\tau$ – угол контакта режущего элемента с залежью; $\theta_{\varphi s}(j\omega)$ – характеристическая функция угла поворота режущего элемента до встречи с корнями в пределах угла контакта с залежью.

В выражении (7) введено обозначение

$$K_K\left(j\omega\right) = m_1\left\{S_{0s}\left(j\omega;P_s\right)\right\} = \int_0^\infty S_{0s}\left(j\omega;P_s\right)w\left(P_s\right)dP_s \quad ,$$

где $w(P_s)$ – плотность распределения параметров древесных (диаметров, расположения относительно рабочего органа, глубина залегания).

Учитывая периодический характер математического ожидания, зачастую удобнее использовать ее усредненное значение [3, 8]:

$$m_M = \lim_{T'} \frac{1}{T'} \int_{-T'/2}^{T'/2} m_1\left\{M\left(t\right)\right\}dt \quad , \tag{8}$$

где $T'$ – интервал времени, на котором рассматривается случайная функция. Из (8) имеем

$$m_M = \frac{M}{\varphi_T} m_1\left\{\int_0^{\varphi_\tau} M\left(t\right)dt\right\} . \tag{9}$$

На основании выражения (9) могут быть получены выражения математического ожидания с учетом конструкции рабочего органа, его режимов работы, физико-механических свойств торфа их вероятностных характеристик, а так же параметров лесо-кустарниковой растительности [9].

$$m_k = M\frac{\varphi_\tau}{\varphi_T}\lambda_{kop}\frac{\pi^2}{32\omega_\phi} m_1\left\{\tau_c\right\}\left(m_d^3 + 3\sigma_d^2 m\right)K_h K_{\varepsilon в} K_{\varepsilon г} \quad ,$$

где $m_d$, $\sigma_d$, – соответственно среднее и среднеквадратическое отклонение диаметров корней и стволов лесокустарниковой растительности;

$$K_{\varepsilon г} = m_1\left\{\frac{1}{\cos\varepsilon_г}\right\} = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\cos\varepsilon_г}w\left(\varepsilon_г\right)d\varepsilon_г \quad ,$$

$$K_h K_{\varepsilon в} = m_1\left\{\frac{1}{\sin\left[\varphi_d\left(h\right) - \varepsilon_в\right]}\right\} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sin\varphi_d\left(h\right) - \varepsilon_в}w\left(h\right)w\left(\varepsilon_в\right)dhd\varepsilon_в \quad ,$$

где $w(\varepsilon_г)$, $w(\varepsilon_в)$, $w(h)$ – соответственно, плотности распределения отклонение положения корня в горизонтальном направлении в момент взаимодействия с режущим элементом, отклонение положения корня в вертикальном направлении и плотность распределения глубины залегания корней; $\varphi_d(h)$ – угол поворота фрезы при котором происходит встреча с корнем [9].

Одной из важнейших характеристик случайного процесса, дающей распределение мощности по частотам является спектральная плотность [8]. Для ее определения воспользуемся понятием энергетического спектра случайного импульсного процесса [8]:

$$F(\omega)=\lim_{N\to\infty}\frac{2}{(2N+1)\varphi_T}m_1\left\{\left|Z^{(k)}(\omega)\right|^2\right\}, \qquad (10)$$

связанного со спектральной плотностью следующим соотношением [8]:

$$F(\omega)=S(\omega)+2\pi m^2\delta(\omega),$$

где $N$ – число рассматриваемых импульсов; $\delta(\omega)$ – дельта-функция.

Дисперсия стационарной случайной функции равна [8]:

$$D=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)d\omega-m^2.$$

Определяя квадрат модуля спектра (4) и подставляя в (10) для энергетического спектра момента получим

$$F_M(\omega)=F_T(\omega)+F_{TK}(\omega)+F_{KT}(\omega)+F_K(\omega),$$

где $F_T(\omega)$ – энергетический спектр момента нагружения на рабочем органе при взаимодействии с торфом; $F_{TK}(\omega)$, $F_{KT}(\omega)$ – взаимные энергетические спектры моментов при взаимодействии с торфом и корневой системой; $F_K(\omega)$ – энергетический спектр момента нагружения при взаимодействии с корневой системой.

Выражения для определения энергетических спектров нагрузок на рабочем органе машины глубокого фрезерования при взаимодействии с торфом получены в работах [3, 4, 10].

Сумма взаимных энергетических спектров равна

$$F_B(j\omega)=F_{TK}(\omega)+F_{KT}(\omega)=$$

$$=\lim_{N\to\infty}\frac{2}{(2N+1)T}\left[m_1\left\{Z_T(j\omega)Z_K^*(j\omega)\right\}+m_1\left\{Z_K(j\omega)Z_T^*(j\omega)\right\}\right], \qquad (11)$$

где * обозначена комплексно-сопряженная величина.

Подставляя (5) и (6) в (11), вводя обозначения

$$K_T(\omega)=m_1\left\{S_{0T}(\omega;P;\omega_\phi)\right\}=\int_{-\infty}^{\infty}S_{0T}(\omega;P)w(P)dP,$$

$$K_K(\omega)=m_1\left\{S_{0s}(\omega;P_s;\omega_\phi)\right\}=\int_{-\infty}^{\infty}S_{0a}(\omega;P_s)w(P_s)dP_s,$$

где $w(P)$, $w(P_s)$ – соответственно, плотности распределения параметров импульсов нагружения при взаимодействии с торфом и параметров корневой системы и преобразуя, получим

$$F_B(\omega)=\frac{2\varphi_\tau\lambda_{kop}}{\varphi_T}\left[K_T(\omega)K_K^*(\omega)\theta_{ts}(\omega)+K_K(\omega)K_T^*(\omega)\theta_{ts}^*(\omega)\right]\times$$

$$\times\sum_{m=1}^{M}\sum_{l=1}^{M}\exp\left(-j\omega(\varphi_m-\varphi_l)\right)\frac{2\pi}{\varphi_T}\sum_{r=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega-\frac{2\pi r}{\varphi_T}\right).$$

Энергетический спектр момента нагружения на рабочем органе при взаимодействии с корневой системой может быть получен из выражения (10) с учетом (6):

$$F_K(\omega) = \frac{2\varphi_\tau \lambda_{kop}}{\varphi_T}\left[ Mm_1\left\{\left|S_{0s}(\omega;P_s)\right|^2\right\} - M\left|m_1\left\{S_{0s}(\omega;P_s)\right\}\right|^2 \left|\theta_{ts}(j\omega)\right|^2 + \right.$$

$$\left. +\varphi_\tau \lambda_{kop}\left|m_1\left\{S_{0s}(\omega;P_s)\right\}\right|^2 \left|\theta_{ts}(j\omega)\right|^2 \sum_{m=1}^{M}\sum_{l=1}^{M} \exp\left(-j\omega(\varphi_m - \varphi_l)\right)\frac{2\pi}{\varphi_T}\sum_{r=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega - \frac{2\pi r}{\varphi_T}\right)\right].$$

Для вычисления вероятностных характеристик момента сопротивления на рабочем органе фрезерующего агрегата необходимо знать форму импульсов нагружения и вероятностные характеристики их параметров [3, 5, 10], которые в свою очередь определяются конструкцией и режимами работы фрезерующего агрегата, изменчивостью условий работы, прочностных свойств залежи, плотности торфа, профиля поверхности карты, количеством древесных включений, их формой, расположением и размерами, а так же параметрами корневой системы. При этом могут быть использованы методики и экспериментальные данные, представленные в [3].

Спектральная плотность момента нагружения на рабочем органе служит исходной информацией для определения вероятностных характеристик динамических нагрузок в элементах привода машины глубокого фрезерования [11].

## *СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*


1. *Солопов С.Г., Горцаколян Л.О., Самсонов Л.Н., Цветков В.В.* Торфяные машины и комплексы. Учебное пособие для вузов. – М.: Недра, 1981. – 416 с.

2. *Жигульская А.И., Беляков В.А.* Технология использования древесины, полученной при глубоком сплошном фрезеровании торфяной залежи // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2014. – № 2. – С. 33–35.

3. *Самсонов Л.Н., Фомин К.В.* Элементы статистической динамики торфяных фрезерующих агрегатов. Учебное пособие для вузов. – Тверь: Тверской государственный технический ун-т, 2005. – 168 с.

4. *Фомин К.В.* Анализ нагрузки на рабочем органе торфяного фрезерующего агрегата // Известия вузов. Горный журнал. – 1989. – № 1. – С. 85–89.

5. *Самсонов Л.Н., Фомин К.В.* Определение вероятностных характеристик момента нагружения на рабочем органе торфяного фрезерующего агрегата // Известия вузов. Горный журнал. – 2003. – № 3. – С. 106–112.

6. *Светлицкий В.А.* Статистическая механика и теория надежности. – М.: Издательство МГТУ им Баумана, 2002. – 504 с.

7. *Докукин А.В., Красников Ю.Д., Хургин З.Я.* Статистическая динамика горных машин – М.: Машиностроение, 1978. – 238 с.

8. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.

9. *Фомин К.В., Жигульская А.И.* Определение удельного расхода энергии при взаимодействии рабочего органа машины глубокого фрезерования с торфяной залежью при подготовке ее к эксплуатации // Труды ИНСТОРФА. – 2013. – № 8 (61). – С. 33–39.

10. *Фомин К.В.* Моделирование и анализ момента нагружения на рабочем органе торфяного фрезерующего агрегата // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2000. – № 2. – С. 222–226.

11. *Фомин К.В.* Моделирование и анализ динамических нагрузок в элементах привода торфяного фрезерующего агрегата // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2002. – № 9. – С. 189–191. ГИАБ

## *КОРОТКО ОБ АВТОРАХ*

*Фомин Константин Владимирович* – доктор технических наук, профессор,
e-mail: fomin-tver@mail.ru,
*Жигульская Александра Ивановна* – кандидат технических наук, доцент,
e-mail: 9051963@gmail.com,
*Исаев Руслан Геннадьевич* – аспирант,
Тверской государственный технический университет.

UDC 622.23.05:622.7

**DETERMINATION OF PROBABILISTIC CHARACTERISTICS OF LOAD MOMENT AT THE DRIVEN ELEMENT OF A DEEP MILLING MACHINE IN DEVELOPING A PEAT DEPOSIT**

*Fomin K.V.*, Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: fomin-tver@mail.ru,
*Zhigulskaya A.I.*, Candidate of Engineering Sciences, Assistant Professor,
e-mail: 9051963@gmail.com,
*Isaev R.G.*, Graduate Student,
Tver State Technical University.

*The model of load moment generation at the driven element of a deep milling machine working on a peat deposit developed for production is suggested. The expression to determine the milling machine moment probabilistic characteristics at the blueprint stage subject to modes of operation, driven element design and probabilistic characteristics of random field conditions is derived.*

*Key words: deep milling machine, mathematical model, load moment spectral density, probabilistic characteristics of load moment, dynamic loads.*

**REFERENCES**

1. Solopov S.G., Gorcakoljan L.O., Samsonov L.N., Cvetkov V.V. *Torfjanye mashiny i kompleksy. Uchebnoe posobie dlja vuzov* (Peat machines and machine sets. College tutorial), Moscow, Nedra, 1981, 416 p.

2. Zhigul'skaja A.I., Beljakov V.A. *Gornyj informacionno-analiticheskij bjulleten'*, 2014, no 2, pp. 33–35.

3. Samsonov L.N., Fomin K.V. *Jelementy statisticheskoj dinamiki torfjanyh frezerujushhih agregatov. Uchebnoe posobie dlja vuzov* (Elements of statistical dynamics of peat milling machines. College tutorial), Tver, Tverskoj gosudarstvennyj tehnicheskij un-t, 2005, 168 p.

4. Fomin K.V. *Izvestiya vuzov. Gornyj zhurnal*, 1989, no 1, pp. 85–89.

5. Samsonov L.N., Fomin K.V. *Izvestiya vuzov. Gornyj zhurnal*, 2003, no 3, pp. 106–112.

6. Svetlickij V.A. *Statisticheskaja mehanika i teorija nadezhnosti* (Statistical mechanics and theory of reliability), Moscow, Izdatel'stvo MGTU im Baumana, 2002, 504 p.

7. Dokukin A.V., Krasnikov Ju.D., Hurgin Z.Ja. *Statisticheskaja dinamika gornyh mashin* (Statistical dynamics of mining machines), Moscow, Mashinostroenie, 1978, 238 p.

8. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoj radiotehniki* (Theoretical basic of statistical radio engineering), Moscow, Radio i svjaz', 1989, 656 p.

9. Fomin K.V., Zhigul'skaja A.I. *Trudy INSTORFA*. 2013, no 8 (61), pp. 33–39.

10. Fomin K.V. *Gornyj informacionno-analiticheskij bjulleten'*. 2000, no 2, pp. 222–226.

11. Fomin K.V. *Gornyj informacionno-analiticheskij bjulleten'*. 2002, no 9, pp. 189–191.