© А.О. Аристов, 2013

УДК 519.179.2:004.94

А.О. Аристов

ЦИРКУЛЯЦИЯ В КВАЗИКЛЕТОЧНЫХ СЕТЯХ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

Рассмотрен новый тип дискретных структур не имеющих сигнатуру - квазиклеточные сети. Предложены различные типы циркуляции в квазиклеточных сетях и их классификация.

Ключевые слова: Квазиклеточная сеть, дискретная структура, поток, циркуляция, классификация.

В работах [1, 2] введён новый тип дискретных структур – квазиклеточные сети. Согласно базовому определению, квазиклеточными сетями названы дискретные структуры, не имеющие явно заданной сигнатуры. Рассмотрен синтез квазиклеточных сетей на основе графа, называемого базовым графом квазиклеточной сети (рис. 1).

Однако, следует отметить, что квазиклеточная сеть предусматривает изменение состояния клеток (рис. 2). Несмотря на это, изменение состояния возможно как с течением времени (циркуляция), так и при определённых условиях, что схоже с сетями Петри [3] и конечными автоматами[4]. Отмеченная особенность позволит выделить два типа квазиклеточных сетей – соответственно квазиклеточные сети постоянной циркуляции и условно-событийные квазиклеточные сети. Фактически, условно-событийные квазиклеточные сети интуитивно понятно сводятся к дискретным структурам, описанным в работах [3, 4, 5]. Поэтому в дальнейшем под словосочетанием «квазиклеточные сети» следует понимать именно квазиклеточные сети постоянной циркуляции.

Фактически, квазиклеточные сети являются динамическими дискретными структурами, представленными в виде односортного множества.

На следующем этапе рассмотрения квазиклеточных сетей выделим их классификацию. Прежде всего, следует установить критерии для классификации. Первым критерием классификации можно считать особенности циркуляции в квазиклеточных сетях. Ранее определены квазиклеточные сети с переменным и постоянным количеством фишек [5]. Для таких сетей характерно, что их состояния являются дискретными двоичными величинами, т. е. $S \in (0,1)$. Однако, в определении отмечено, что состояние квазиклеточных сетей определяется вектором фазовых переменных $S_p = (p_1, p_2, \ldots, p_L)$. В качестве фазовой переменной выберем количество фишек, которые могут одновременно находиться в клетке. Тогда получим разновидность квазиклеточных сетей, предполагающую циркуляцию вида $\begin{matrix} S_v(t+\theta) = S_v(t) + \delta \\ S_u(t+\theta) = S_u(t) - \delta \end{matrix}$,

где δ - количество фишек, передаваемое каждый момент времени θ ($\delta \le S_u(t)$)

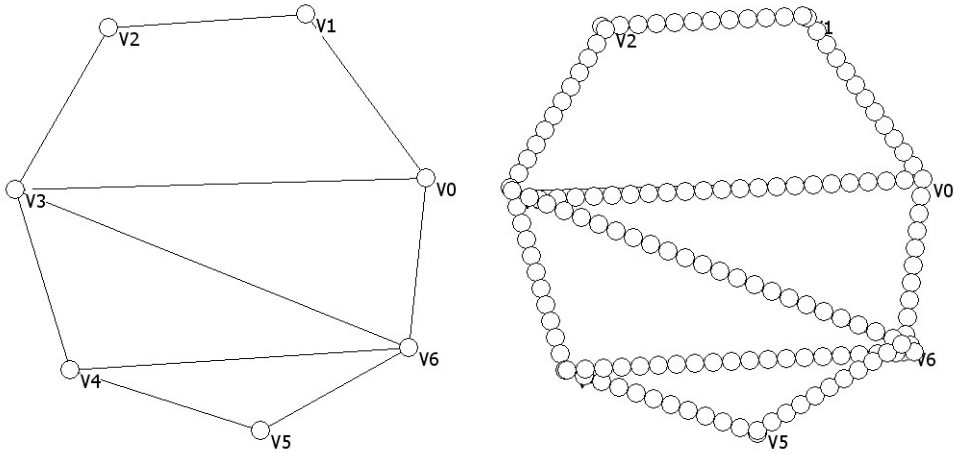

Рис. 1. Исходный граф и построенная на его основе квазиклеточная сеть

для $Q_u = (x_u, y_u, S_u)$ и
$Q_v = (x_v, y_v, S_v)$
где $(x_u - x_v)^2 + (y_u - y_v)^2 \le (2 \in R)^2$ и $u \neq v$. Квазиклеточные сети такого вида назовём *квазиклеточные сети суммирования*. Фактически сети суммирования являются разновидностью квазиклеточных сетей с постоянным количеством фишек. Однако, в отличие от сетей с постоянным количеством фишек, здесь состояние каждой клетки принимает целочисленное десятичное значение. В простейшем случае δ является константой, и каждый момент времени переходит только одна фишка.

Итак, выше с точки зрения циркуляции рассмотрены различные классы квазиклеточных сетей. Особое внимание уделено сетям, для которых $S \in (0,1)$, т.е состояние таких сетей дискретно. В общем случае состояние клетки в квазиклеточной сети имеет вид $S_p = (p_1, p_2, \ldots, p_L)$. Сеть для которой состояние определяется как

$$\begin{cases} S_p = (p_1, p_2, \ldots, p_L) \\ \quad p_k \in (0,1) \end{cases} \tag{1}$$

назовём сетью с дискретным состоянием или сетью с бинарным (двоичным) состоянием.

Стоит также отметить, что дискретное состояние (1) характерно как для сетей с постоянным, так и для сетей с переменным количеством фишек.

Таким образом, можно определить базовую классификацию квазиклеточных сетей по характеру циркуляции (рис. 3). Кроме приведённой классификации возможен вариант с построением квазиклеточных сетей, обладающих как признаками условно-событийных, так и сетей постоянной циркуляции, т. е. *квазиклеточных сетей смешанного типа.*

В работе [1] даны общие сведения о циркуляции в квазиклеточных сетях . В частности отмечено выработано представление о циркуляции, сформулирована идея постоянного и переменного количества фишек.

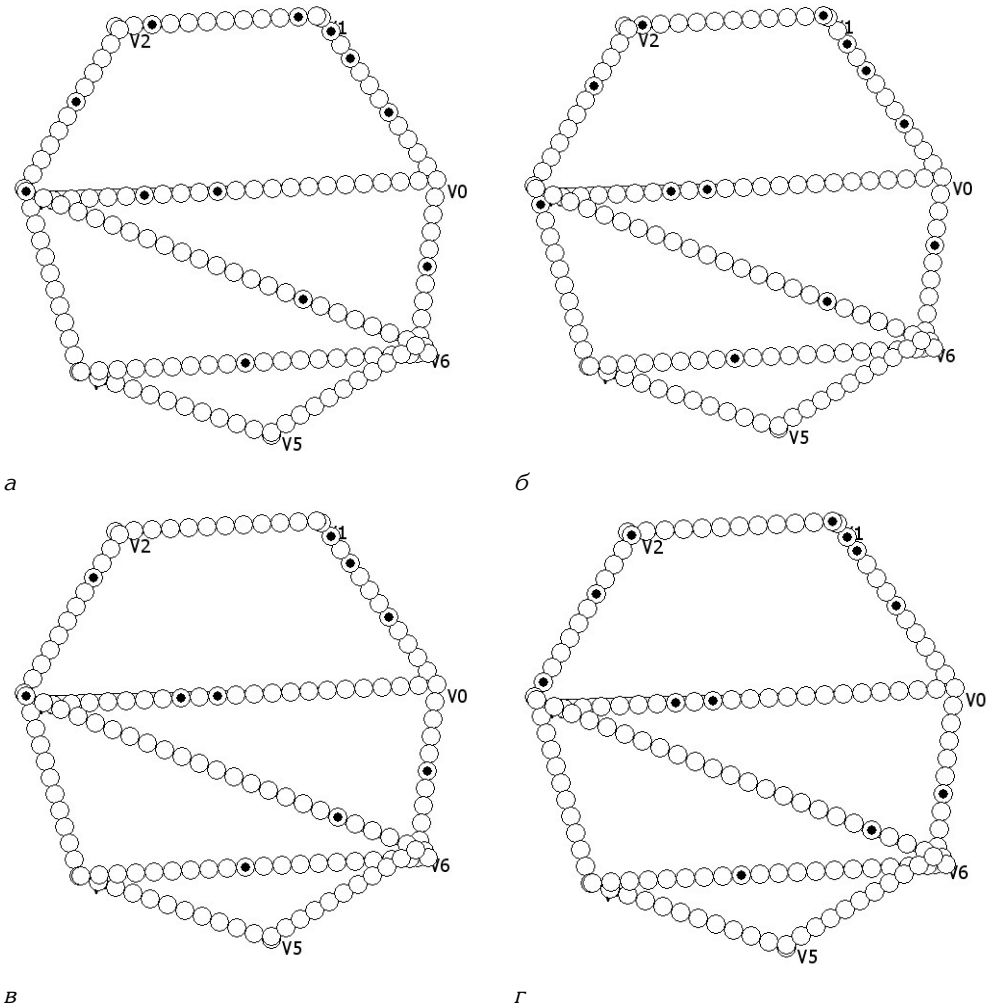

Рис. 2. Циркуляция в квазиклеточной сети. *Показано состояние сети: а — в момент времени t, б — в момент времени* $t+\theta$ *; в — в момент времени* $t+2\theta$ *, г — в момент времени* $t+3\theta$

Несмотря на это, циркуляция фактически является хаотичной. Тем не менее, во многих случаях рассмотрение массового поведения каких-либо объектов и потоков предполагает целенаправленное движение. Именно поэтому в случае возможных переходов состояния между клетками $Q_u \to Q_{v1}$, $Q_u \to Q_{v2}$, … , $Q_u \to Q_{vm}$ следует определить дополнительные условия, устанавливающие, какие именно переходы будут выполняться и с какой вероятностью. В общем случае предполагается, что при циркуляции переходы $Q_u \to Q_{v1}$, $Q_u \to Q_{v2}$, … , $Q_u \to Q_{vm}$ выполняются соответственно с вероятностями $p(Q_u \to Q_{v1})$, $p(Q_u \to Q_{v2})$, … , $p(Q_u \to Q_{vm})$, причём $p(Q_u \to Q_{vi}) \neq p(Q_u \to Q_{vj})$ при $\forall(vi, vj)$. . Отдельно стоит остановится на случае, когда

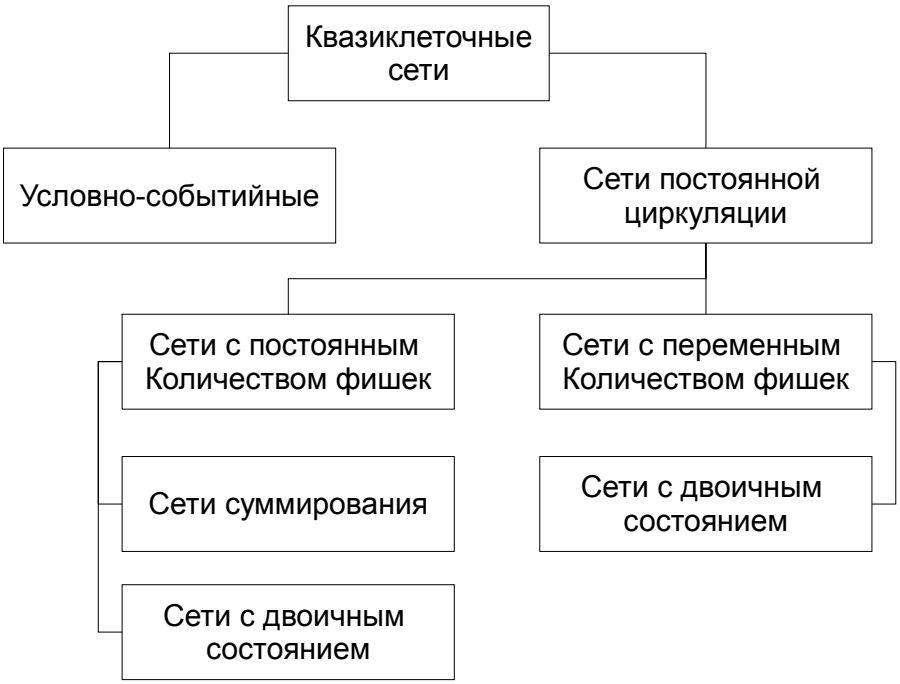

Рис. 3. Классификация квазиклеточных сетей по характеру циркуляции

$$\begin{cases} p(Q_u \to Q_{v1}) = 1 \\ p(Q_u \to Q_{v2}) = 0 \\ \quad \dots \\ p(Q_u \to Q_{vm}) = 0 \end{cases} \tag{2}$$

Циркуляция такого вида называется направленной. Однако, особо стоит рассмотреть вариант при котором $vm = 1$, т.е случай когда существует единственный возможный переход. В такой ситуации могут оказаться некоторые фишки, однако условие (1) определяется для циркуляции всех фишек в квазиклеточной сети, поэтому направленность циркуляции также является свойством квазиклеточной сети в целом, а не конкретных её фишек.

Стоит также отметить, что направление циркуляции фишек в сети можно определить не только вероятностью перехода, но и конкретными координатными характеристиками, к которым фишка стремится. Введём координаты x_T, y_T, в которые стремится переместиться фишка. Тогда если фишка находится в клетке $Q_u = (x_u, y_u, 1)$, то из всех состояний $Q_{vi} = (x_{vi}, y_{vi}, S_{vi})$, для которых $(x_u - y_{vi})^2 + (y_u - y_{vi})^2 \le (2 \cdot R)^2$ и $u \ne v$ следует выполнить переход $Q_u \to Q_{vj}$, для которого выполняется

$$\min_j \sqrt{(x_{vj} - x_T)^2 + (y_{vj} - y_T)^2} \tag{3}$$

т. е. переход производится в клетку граничащую с $Q_u = (x_u, y_u, 1)$, расположенную ближе всего к x_T, y_T. Однако, если клетка занята, т. е. $Q_j = (x_j, y_j, 1)$, то необходимо ввести дополнительные требования, т. е. либо считать переход запрещённым, либо выбирать только переходы в клетки, для которых $Q_{vi} = (x_{vi}, y_{vi}, 0)$.

Итак, были рассмотрены квазиклеточные сети, в которых все циркулирующие фишки стремятся к некоторым координатным x_T, y_T.

Ранее рассмотрены типы квазиклеточных сетей, для которых характерна циркуляция, определяемая для всех клеток сети. К такому классу сетей относятся как сети со случайной, так и сети с направленной циркуляцией. Рассмотрим ещё один тип квазиклеточных сетей, предполагающих, что для каждой клетки $Q_u = (x_u, y_u, S_u)$ однозначно определяется клетка $Q_v = (x_v, y_v, S_v)$, причём определяется не какими-либо условиями, как в направленной циркуляции, а свойствами клетки, т.е. квазиклетки принимают вид:

$$\begin{aligned} Q_u &= (x_u, y_u, dx_u, dx_u, S_u) \\ Q_v &= (x_v, y_v, dx_v, dx_v, S_v) \end{aligned} \tag{4}$$

где $dx_u = x_v - x_u, dy_u = y_v - y_u$ при возможности перехода $Q_u \to Q_v$ и $dx_v = x_u - x_v, dy_v = y_u - y_v$ при возможности перехода $Q_v \to Q_u$.

Таким образом, микроциркуляция предполагает наличие направления циркуляции фишек в каждой клетке.

Рассмотрим ещё один вариант циркуляции – вероятностная микроциркуляция. Такой тип циркуляции предполагает, что имеет место несколько направлений, переход фишек в которых осуществляется с определённой вероятностью.

Пусть имеем клетки $Q_u = (x_u, y_u, S_u)$, $Q_u = (x_v, y_v, S_v)$ и $Q_u = (x_w, y_w, S_w)$, между которыми возможны переходы $Q_v \to Q_u$, $Q_u \to Q_v$, $Q_w \to Q_u$, $Q_u \to Q_w$ соответственно с вероятностями p_{vu}, p_{uv}, p_{wu}, p_{uw}, т. е. каждая клетка сети дополняется набором векторов вида (dx, dy, p), где смысл величин dx, dy показан в формуле (4), p – вероятность перехода в заданную клетку.

Пусть есть состояния Q_a, Q_b, между которыми возможен переход (-ы) вида $Q_a \to Q_b$ при $\forall(a,b)$., тогда

$$\begin{aligned} dx_{ab} &= x_b - x_a \\ dy_{ab} &= y_b - y_a \end{aligned} \tag{5}$$

Тогда с учётом возможности переходов состояния Q_u, Q_v и Q_w принимают вид:

$$\begin{aligned} Q_u &= (x_u, y_u, ((dx_{uv}, dy_{uv}, p_{uv}), (dx_{uw}, dw_{uw}, p_{uw})), S_u) \\ Q_v &= (x_v, y_v, (dx_{vu}, dy_{vu}, p_{vu}), S_v) \\ Q_w &= (x_w, y_w, (dx_{wu}, dy_{wu}, p_{wu}), S_w) \end{aligned} \tag{6}$$

Подставляя (5) в (6) получим:

$$Q_u = (x_u, y_u, ((x_v - x_u, y_v - y_u, p_{uv}), (x_w - x_u, x_w - x_u, p_{uw})), S_u)$$
$$Q_v = (x_v, y_v, (x_u - x_v, y_u - y_v, p_{vu}), S_v) \quad (7)$$
$$Q_w = (x_w, y_w, (x_u - x_w, y_u - y_w, p_{wu}), S_w)$$

Таким образом, в общем случае каждое состояние имеет вид:

$$Q_v = (x_v, y_v, [(dx_{vu1}, dy_{vu1}, p_{vu1}), (dx_{vu2}, dy_{vu2}, p_{vu2}), \ldots], S_v) \quad (8)$$

где допустимы переходы вида $Q_v \to Q_{u1}$ $Q_v \to Q_{u2}$, … с вероятностями соответственно p_{vu1} , p_{vu2} , … .

Исходя из формул (5)-(8), микроциркуляцию можно определить как множество переходов

$Q_v \to Q_u$ при $\forall(v,u)$. для которых выполняется:

$$Q_u = (x_v + dx_{vu}, x_v + dx_{vu}) \ . \quad (9)$$

Дополнительные условия циркуляции определяются рядом соотношений, приведённых выше, тесно связанных с классификацией сетей.

Таким образом, циркуляция в квазиклеточных сетях является основным критерием их классификации. Кроме того, следует отметить, что особенности циркуляции в квазиклеточных сетях позволяют моделировать на их основе различные типы динамических систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аристов А.О.* Квазиклеточные сети. Синтез и циркуляция // Горный информационно-аналитический бюллетень №2, 2013. — С.125-131
2. *Аристов А.О.* Теория квазиклеточных сетей и её приложения Всероссийская выставка Научно-технического творчества молодёжи. II Международная научно-практическая конференция «Научно-техническое творчество молодёжи — путь к обществу, основанному на знаниях»:сборник научных докладов/ Мос. гос. строит. ун-т - М.:МГСУ,2013 — с.230-234
3. *Питерсон Дж.* Теория сетей Петри и моделирование систем. Пер. с англ. – М.: Мир, 1984 – 264 с. ил.
4. *Горбатов В.А.* Фундаментальные основы дискретной математики — М.:Физматлит, 1999 — 544 с.
5. *Кристофидес Н.* Теория графов. Алгоритмический подход — М.: Мир, 1978 — 432с. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Аристов Антон Олегович – доцент кафедры САПР, batan-87@mail.ru,
Московский государственный горный университет.
Moscow State Mining University, Russia, ud@msmu.ru