УДК 624.121:550.3:51-7

М.В. Максименко

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОГО ХАРАКТЕРА ИХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Рассмотрена нелинейная задача об исследовании напряженно-деформированного состояния (НДС) массива горных пород вокруг одиночной горизонтальной протяженной выработки. Представлен численный алгоритм исследования НДС горного массива, включающий комплекс вычислительных методов.

Ключевые слова: физическая нелинейность, метод линеаризации Ньютона-Рафсона.

В связи с переходом подземных горных работ на более глубокие горизонты значительно ухудшаются горно-геологические условия разработки пластов в основных угольных бассейнах страны. На глубоких шахтах значительно увеличиваются расходы на ремонт, перекрепление подготовительных выработок, усложняются мероприятия по снижению высокой температуры и по борьбе с опасными проявлениями горного давления, влияние которого выражается, прежде всего, в возрастании смещений пород вокруг выработок [1]. Традиционные методы охраны объектов от вредных влияний горных работ в современных условиях (при высокой плотности застройки, больших глубинах разработки и др.) всё чаще становятся неэффективными или вовсе неприемлемыми. Именно поэтому очень важно иметь представление о распределении напряжений в массивах пород при сложных сочетаниях выработок, целиков, выработанного пространства и дневной поверхности.

В частности, в работе [4] при помощи аналитических и экспериментальных методов показано, что на больших глубинах для описания свойств массива горных пород необходимо пользоваться моделью упругопластической среды, то есть до некоторого предела, определяемого условиями предельного равновесия, в массиве развиваются только упругие деформации, а по достижении этого предела – пластические, таким образом, вокруг подземных выработок образуется замкнутая область пластично-деформированных пород. Получение аналитических решений ограничено, как правило, простой моделью среды (сплошная, изотропная, однородная) и формой выработки (круглая). Математическое моделирование неоднородного породного массива, ослабленного одной или несколькими подземными выработками сложного очертания с учетом нелинейного характера деформирования горных пород, предполагает использование различных численных методов.

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние массива в окрестности длинной одиночной горизонтальной выработки кругового сечения радиусом R_O, расположенной на глубине H от земной поверхности и не испытывающей влияния очистных работ (рис. 1). Породную среду в пределах

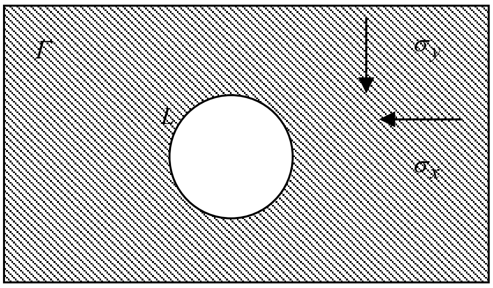

Рис. 1. Массив горных пород, вмещающий подземную горную выработку круглого сечения

зоны влияния выработки полагаем невесомой. Ошибка вследствие принятия подобной идеализации тем меньше, чем больше глубина расположения выработки и, как показано в работе [5], величина ее не превышает 1 %.

В направлении оси X на бесконечности приложены внешние равномерно распределенные нагрузки, равные по величине γH, где γ – удельный вес породы, а в направлении Y – $\lambda\gamma H$, (здесь λ – коэффициент бокового распора). В упругой области сохраняется гипотеза о сплошности среды. Поскольку перемещение породного массива в направлении продольной оси выработки невозможно, объемная задача может быть сведена к плоской – случай плоской деформации. В результате численного решения задачи определяются компоненты полей напряжений, деформаций и перемещений в нелинейно-упругой области.

Математическая задача о плоской деформации является двумерной, содержит восемь уравнений – три уравнения Коши, два уравнения равновесия и три уравнения, задающих связь между компонентами напряжений и деформаций. Обозначив векторы напряжений, деформаций и перемещений следующим образом:

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}; \bar{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}; \bar{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix},$$

уравнения равновесия, Коши и связи между напряжениями и деформациями запишутся в матричном виде:

$$A^T\bar{\sigma} = 0; \bar{\varepsilon} = A\bar{u}; \bar{\sigma} = D\bar{\varepsilon}, \qquad (1)$$

где A — дифференциальный оператор, $A = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix}$; матрица D может быть определена из нелинейных соотношений между напряжениями и деформациями в массиве горных пород на основе кривой деформирования "$\sigma - \varepsilon$". В частности, используя модель, впервые предложенную Бахом, связь между напряжениями и деформациями может быть представлена в виде степенной функции: $\sigma_i = B\varepsilon_i^n$, где B (Па) – коэффициент деформирования, $n \le 1$ [2].

Граничные условия в перемещениях на контуре выработки L будут и на границе области Γ:

$$\bar{u} = \bar{u}_L, \quad \bar{u} = \bar{u}_\Gamma \qquad (2)$$

где $\bar{u}_L = \begin{pmatrix} u_L \\ v_L \end{pmatrix}, \bar{u}_\Gamma = \begin{pmatrix} u_\Gamma \\ v_\Gamma \end{pmatrix}$.

Таким образом, исследование НДС массива горных пород сводится к решению системы нелинейных дифференциальных уравнений (1) в частных производных при одновременном удовлетворении граничных условий (2) на контуре выработки и на границе области.

Метод линеаризации Ньютона-Рафсона является достаточно эффективным и универсальным методом при решении нелинейных задач. Он основан на разложении в ряд Тейлора функции $T(\bar{u}) = 0$, символизирующей в операторной форме систему (1)-(2), по переменной $\bar{u}$:

$$T(\bar{u}_k + \Delta\bar{u}) = T(\bar{u}_k) + T'(\bar{u}_k)\Delta\bar{u} + r(\bar{u}_k).$$

где $T'(\bar{u})$ — производная Фреше оператора $T(\bar{u})$. Отбрасывая остаток ряда Тейлора $r(\bar{u}_k)$, получим линеаризованное уравнение, которое является основой для итерационного процесса решения операторного нелинейного уравнения $T(\bar{u}) = 0$ [3]. Полученная на каждом шаге итерации краевая задача может быть решена при помощи метода конечных элементов.

Рассмотренная задача является актуальной для большого количества предприятий, добывающих уголь. В том числе, для шахты «Котинская», входящей в состав ОАО «СУЭК Кузбасс». Шахтное поле «Котинской» расположено в центральной части Соколовского угольного месторождения. Используя предложенный численный алгоритм, можно также учесть неоднородность массива горных пород. В конечном счете, исследование НДС массива на больших глубинах позволяет разработать и необходимые рекомендации по безопасности ведения горных работ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баклашов И.В.* Геомеханика: Учебник для вузов. В 2 т. – М.: Издательство МГГУ, 2004.

2. *Вялов С.С.* Реологические основы механики грунтов: Учебное пособие для строительных вузов. — М.: Высш. школа, 1978.

3. *Господариков А.П.* Решение нелинейных осесимметричных задач статики тонких упругих оболочек вращения на основе одного общего сеточного алгоритма: – Автореферат диссертации на соискание ученой степени к.ф. — м.н. – Казань, КГУ, 1981.

4. *Насонов Л.Н.* Проявления горного давления на больших глубинах в горизонтальных горных выработках. М.: Недра, 1964.

5. *Шашенко О.М., Сдвижкова О.О., Гапеев С.М.* Деформованість та міцність масивів гірських порід: Монографія. – Д.: Національний гірничий університет, 2008. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Максименко М.В. — аспирант, Санкт-Петербургский государственный горный университет, e-mail: mig_sab@rambler.ru.

ЛЮБОПЫТНЫЕ ФАКТЫ

Авторы книги «Недра духовной культуры горного дела», опубликованной в Изд-ве ООО «Типография «ИМИДЖ-ПРЕСС» утверждают, что в своих поэмах Гомер упоминает 16 видов полезных ископаемых и «получаемых продуктов». В этот список авторы включили даже воду. У Вергилия, по их подсчетам, упоминалось уже 22 вида.