

УДК 622.647.2

В.Г. Дмитриев, Н.Ю. Иванов**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ НАТЯЖЕНИЯ НА КРИВОЛИНЕЙНОМ УЧАСТКЕ ТРАССЫ ЛЕНТОЧНОГО ТРУБЧАТОГО КОНВЕЙЕРА**

На основании анализа составляющих общей силы сопротивления движению ленты на единичной роlikоопоре, а также дополнительных сил, возникающих на криволинейном участке составлено дифференциальное уравнение для изменения натяжения на этом участке. Уравнение является существенно нелинейным, его решение предлагается искать численным методом.

Ключевые слова: ленточный трубчатый конвейер, роlikоопора, вычислительный эксперимент, трубообразная лента.

Согласно исследованиям, выполненным в ряде работ [1, 2 и др.], сила сопротивления движению трубообразной ленты на единичной роlikоопоре ЛТК может быть представлена в виде суммы трех сил:

$$U_p = U_{вр} + U_{вд} + U_{деф} \quad (1)$$

где $U_{вр}$ — сила сопротивления движению от вращения роликков; $U_{вд}$ — сила сопротивления от вдавливания роликков в ленту; $U_{деф}$ — сила сопротивления от деформирования ленты и груза в пролете между роlikооперами.

При этом в работе [2] сделан вывод о том, что сила $U_{вр}$ практически не зависит от нагрузок на роликки и для шестироlikовой опоры может быть определена, как

$$U_{вр} = \frac{1,9}{D_p} (1 + 0,2v_l) \psi(\theta), \text{ Н}, \quad (2)$$

где D_p — диаметр роликков, м; v_l — скорость движения ленты, м/с; $\psi(\theta)$ — температурный коэффициент при температуре окружающей среды $\theta \geq 5^\circ\text{C}$, $\psi(\theta) = 1$; при $\theta = -10^\circ\text{C}$, $\psi(\theta) = 1,12$; при $\theta \geq -15^\circ\text{C}$, $\psi(\theta) = 1,25$; при $\theta = -20^\circ\text{C}$, $\psi(\theta) = 1,5$.

Для определения силы сопротивления движению от вдавливания i -того ролика в ленту в работе [1] использовать формулу, полученную К. Джонкерсом:

$$U_{вдi}(\theta) = f(\delta_c) \cdot \left(\frac{\Delta}{E'_k \cdot D_p^2 \cdot l_i} \right)^{1/3} \cdot P_{\Sigma_i}^{4/3} \cdot \varphi(\theta), \text{ Н}, \quad (3)$$

где P_{Σ_i} — нагрузка на i -й ролик, Н; l_i — длина контакта ленты с образующей обечайки ролика, м; $f(\delta_c) = 1,14 \cdot \text{tg} \delta_c$, δ_c — угол между действительным и мни-

Таблица 1

Значения коэффициента $\varphi(\theta)$

Температура θ , °C	-30	-20	0	20	30	40
Коэффициент $\varphi(\theta)$	0,91	0,94	0,96	1,0	1,02	1,04

мым модулями упругости резины — E'_k и E''_k ; при скоростях движения ленты 3 ч 4 м/с $\text{tg}\delta_c \cong 0,35 \div 0,4$ и $f(\delta_c) \cong 0,5$; Δ — толщина нижней обкладки ленты, м; E'_k — модуль упругости нижней обкладки ленты при температуре $\theta = 20^\circ\text{C}$, в нашем случае $E'_k = 3,0 \cdot 10^7$, Па; $\varphi(\theta)$ — коэффициент, учитывающий влияние температуры на силу сопротивления движению от вдавливания (табл. 1).

Суммарная сила сопротивления движению от вдавливания шести роликов в ленту равна

$$U_{\text{вд}\Sigma} = U_{\text{вд}1} + U_{\text{вд}2} + U_{\text{вд}3} + U_{\text{вд}4} + U_{\text{вд}5} + U_{\text{вд}6}, H, \quad (4)$$

Таким образом, суммарная сила сопротивления движению от вдавливания шести роликов

$$U_{\text{вд}} = \varphi(\theta) \cdot f(\delta_c) \sqrt[3]{\frac{\Delta}{E'_k D_p^2}} \cdot \sum_{i=1}^{i=6} \sqrt[3]{\frac{P_{\Sigma i}^4}{I_i}}, \quad (5)$$

Учитывая результаты, полученные в работе [2] перепишем формулу (5) в виде:

$$U_{\text{вд}} = \varphi(\theta) \cdot f(\delta_c) \sqrt[3]{\frac{\Delta}{E'_k D_p^2}} \cdot \sum_{i=1}^{i=6} \left(P_{\Sigma i} \sqrt[3]{\frac{P_{\text{инп}}}{I_{\text{инп}}} + \frac{P_{\Sigma i} - P_{\text{инп}}}{0,16B_n}} \right). \quad (6)$$

При этом величина под знаком суммы является на криволинейном участке трассы функцией натяжения ленты S , а на участке с изгибом ленты в вертикальной плоскости — ещё и функцией пройденного лентой пути l_k . Этот факт можно выразить следующим образом. Обозначим сумму в формуле (6) через $\Phi_1(S)$ для случая винтообразного криволинейного участка и через $\Phi_2(S, l_k)$ — для случая изгиба трассы в вертикальной плоскости. Кроме того, введем также обозначение

$$K_{\text{вд}} = \varphi(\theta) \cdot f(\delta_c) \sqrt[3]{\frac{\Delta}{E'_k D_p^2}}. \quad (7)$$

Тогда для изгибающейся в горизонтальной или вертикальной плоскости трассы ЛТК можно записать:

$$U_{\text{вдг}} = K_{\text{вд}} \cdot \Phi_1(S), \quad (8)$$

$$U_{\text{вдв}} = K_{\text{вд}} \cdot \Phi_2(S, l_k). \quad (9)$$

В работе [27] приведены значения составляющей силы сопротивления движению ленты от деформирования груза и ленты в пролете между роликоопорами $U_{\text{деф}}$ для случаев использования резинотканевой и резинотросовой ленты, полученные в результате вычислительного эксперимента на ЭВМ. Эти данные аппроксимированы следующими эмпирическими выражениями:

— сила сопротивления от деформирования резиноканевой ленты:

$$U_{\text{деф}} \approx 7,1 \cdot 10^{-10} [(q_r + q_n)l'_p]^{2,6} \cdot \left[1 + 4,37 \frac{(q_r + q_n)l'_p}{S} \right] \times \\ \times (1 + 0,344v_n^2) \cos^{2,6} \beta_k; \quad (10)$$

— сила сопротивления от деформирования резинотросовой ленты:

$$U_{\text{деф}} \approx 2,2 \cdot 10^{-10} [(q_r + q_n)l'_p]^{2,6} \cdot \left[1 + 4,37 \frac{(q_r + q_n)l'_p}{S} \right] \times \\ \times (1 + 0,17v_n^2) \cos^{2,6} \beta_k \quad (11)$$

Величина $U_{\text{деф}}$ прямо пропорциональна удельной работе сжатия груза при вхождении в роlikоопору. При этом груз находится в пассивном напряженном состоянии. В случае винтообразного криволинейного участка трассы ЛТК эпюра дополнительного давления от боковой составляющей натяжения ленты, приведенная на рис. 1, в, в правой своей части снижает степень пассивного деформирования груза, а в левой — на столько же её повышает. Поскольку происходит пластическая деформация груза, процесс сжатия груза совершается при постоянных внутренних напряжениях в нём, пассивный характер напряженного состояния груза не нарушается. Это дает основание использовать принцип суперпозиции напряжений на границах деформируемого объема груза, а следовательно, оставить в силе формулы (10) и (11) для случая винтовой траектории.

В случае изгиба ленты в вертикальной плоскости воспользуемся линейной зависимостью $U_{\text{деф}}$ (см. (10) и (11)) от угла набегания ленты на роlikоопору в вертикальной продольной плоскости, рассчитанного по известной формуле для кривой провеса ленты как гибкой нити в пролете между роlikооперами [3]:

$$\sin \Delta\beta \cong \Delta\beta = \frac{(q_r + q_n)l'_p}{2S}.$$

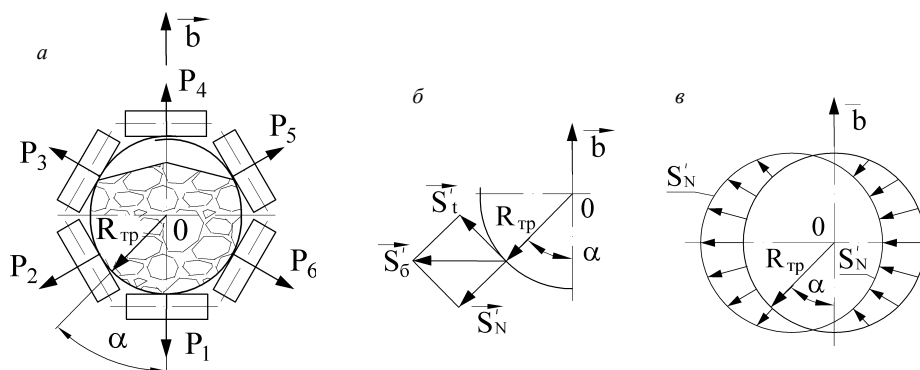


Рис. 1. Суммарные силы давления груза и ленты на роlikоопоры (а) и дополнительные силы давления от боковой составляющей натяжения ленты (б, в)

При изгибе ленты в вертикальной плоскости выпуклостью вниз этот угол уменьшается на величину поворота поперечного сечения

$$\Delta\beta' \cong \frac{1}{2} \cdot \frac{l'_p}{R_b}$$

Учитывая линейную зависимость силы $U_{деф}$ от этого угла, можно просто вычесть в квадратных скобках в выражениях (10) и (11) величину $4,37l'_p / R_b$, в этом случае имеем:

— для резинотканевой ленты

$$U_{деф.верт} \approx 7,1 \cdot 10^{-10} [(q_r + q_n)l'_p]^{2,6} \cdot \left[1 + 4,37 \frac{(q_r + q_n)l'_p}{S} - 4,37 \frac{l'_p}{R_b} \right] \times \\ \times (1 + 0,344v_n^2) \cos^{2,6} \beta_k; \quad (12)$$

— для резинотросовой ленты:

$$U_{деф.верт} \approx 2,2 \cdot 10^{-10} [(q_r + q_n)l'_p]^{2,6} \cdot \left[1 + 4,37 \frac{(q_r + q_n)l'_p}{S} - 4,37 \frac{l'_p}{R_b} \right] \times \\ \times (1 + 0,17v_n^2) \cos^{2,6} \beta_k. \quad (13)$$

При изгибе ленты в вертикальной плоскости выпуклостью вверх в формулах (12) и (13), изменяется знак R_b на противоположный.

Воспользуемся тем, что при стремлении R или R_b к бесконечности (отсутствует изгиб в соответствующей плоскости) добавки от изгиба ленты на криволинейном участке в соответствующей плоскости обращаются в нуль, а случаи $R \rightarrow \infty$ и $R_b \rightarrow \infty$ приняты нами ранее как взаимоисключающие, запишем зависимости для нормальных нагрузок на ролики и сил сопротивления движению ленты для общего случая. При этом учтем, что изменение знака радиуса изгиба ленты R_b влечет за собой изменение знака дополнительных нагрузок и сопротивлений от изгиба ленты. Кроме того, учтем, что давление на ролик не может быть отрицательным.

Таким образом, для получения обобщенных зависимостей для нормальных нагрузок на ролики достаточно добавить соответствующие дополнительные нагрузки появляющиеся в случае изгиба ленты в вертикальной плоскости.

При этом расчет нормальных нагрузок на ролики и сил сопротивления сводится к следующим шагам. На первом шаге вычисляются нагрузки для случая прямолинейного участка:

$$\left. \begin{aligned} P_{1пр} &\cong 0,436B_n^{0,2}(q_r + q_n)l'_p \cos(\beta_{ko} + \frac{l_k}{R_b}), \\ P_{2пр} = P_{6пр} &\cong 0,576B_n^{0,2}(q_r + q_n)l'_p \cos(\beta_{ko} + \frac{l_k}{R_b}), \\ P_{3пр} = P_{5пр} &\cong 0,092B_n^{0,2}(q_r + q_n)l'_p \cos(\beta_{ko} + \frac{l_k}{R_b}), \\ P_{4пр} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

На втором шаге вычисляются дополнительные нагрузки в обобщенном виде:

$$\begin{aligned}
 P_{1So} &= -\frac{S \cdot l'_p}{B_n} \cdot \frac{R_{np}}{R_B} = -0,14 \frac{S \cdot l'_p}{R_B}, \\
 P_{2So} &= 0,16 \frac{S \cdot l'_p}{R} \cdot \cos \beta_{ko} - 0,07 \frac{S \cdot l'_p}{R_B}, \\
 P_{3So} &= 0,16 \frac{S \cdot l'_p}{R} \cdot \cos \beta_{ko} + 0,07 \frac{S \cdot l'_p}{R_B}, \\
 P_{4So} &= 0,14 \frac{S \cdot l'_p}{R} \cdot I(R_B), \\
 P_{5So} &= -0,16 \frac{S \cdot l'_p}{R} \cdot \cos \beta_{ko} + 0,07 \frac{S \cdot l'_p}{R_B}, \\
 P_{6So} &= -0,16 \frac{S \cdot l'_p}{R} \cdot \cos \beta_{ko} + 0,07 \frac{S \cdot l'_p}{R_B},
 \end{aligned} \tag{15}$$

где $I(R_B) = \begin{cases} 1 & \text{при } R_B > 0; \\ 0 & \text{при } R_B < 0. \end{cases}$

На третьем шаге вычисляются полные нормальные нагрузки на ролики:

$$P_{\Sigma i} = P_{inp} + P_{iso}, \quad i = 1 \dots 6. \tag{16}$$

На четвертом шаге вычисляются длины контакта роликов с лентой для случая прямолинейного участка, но с учетом возможно переменного угла β_k :

$$\left. \begin{aligned}
 l_{1np} &\cong 0,008 B_n \left[(q_r + q_n) l'_p \cos(\beta_{ko} + \frac{l_k}{R_B}) \right]^{0,3}, \\
 l_{2np} = l_{6np} &\cong 0,006 B_n \left[(q_r + q_n) l'_p \cos(\beta_{ko} + \frac{l_k}{R_B}) \right]^{0,3}, \\
 l_{3np} = l_{5np} &\cong 0,002 B_n \left[(q_r + q_n) l'_p \cos(\beta_{ko} + \frac{l_k}{R_B}) \right]^{0,3}, \\
 l_{3np} &\cong 0.
 \end{aligned} \right\}$$

На четвертом шаге вычисляются длины контакта роликов с лентой в случае криволинейного участка трассы ЛТК:

$$l_i \cong \frac{P_{\Sigma i}}{\frac{P_{inp}}{l_{inp}} + \frac{P_{\Sigma i} - P_{inp}}{0,16 B_n}} = \frac{P_{inp} + P_{iso}}{\frac{P_{inp}}{l_{inp}} + \frac{P_{iso}}{0,16 B_n}}. \tag{17}$$

На пятом этапе определяется сила сопротивления движению ленты на единичной роликоопоре:

$$\begin{aligned}
U_p(S, l_k) = & \frac{1,9}{D_p} (1 + 0,2v_n) \cdot \psi(\theta) + \varphi(\theta) \cdot f(\delta_c) \sqrt[3]{\frac{Z}{E_k D_p^2}} \cdot \sum_{i=1}^{i=6} \sqrt[3]{\frac{P_{\Sigma i}^4}{l_i}} + \\
& + k_{\text{деф}} \left[(q_r + q_n) l'_p \cos\left(\beta_{ko} + \frac{l_k}{R_B}\right) \right]^{2,6} \cdot \left(1 + 4,37 \frac{(q_r + q_n) l'_p}{S} - 4,37 \frac{l'_p}{R_B} \right) \times \\
& \times (1 + k_v v_n^2), \tag{18}
\end{aligned}$$

где $k_{\text{деф}} = 7,11 \cdot 10^{-10}$ — для резинотканевой ленты; $k_{\text{деф}} = 2,21 \cdot 10^{-10}$ — для резинотросовой ленты; $k_v = 0,344$ — для резинотканевой ленты; $k_v = 0,17$ — для резинотросовой ленты.

Эквивалентное распределенное сопротивление движению на криволинейном участке трассы ЛТК:

$$U(S, l_k) = \frac{U_p}{l'_p}.$$

Тогда дифференциальное уравнение изменения натяжения ленты вдоль криволинейного участка принимает вид:

$$dS = U(S, l_k) dl_k + (q_r + q_n) \sin\left(\beta_{ko} + \frac{l_k}{R_B}\right) dl_k, \tag{19}$$

с начальным условием $S(l_k = 0) = S_0$.

В стандартной форме уравнение (19) имеет вид:

$$\frac{dS}{dl_k} = \frac{1}{l'_p} U_p(S, l_k) + (q_r + q_n) \sin\left(\beta_{ko} + \frac{l_k}{R_B}\right), \tag{20}$$

$$S(dl_k)|_{l_k=0} = S_0.$$

Данное уравнение является существенно нелинейным и его необходимо решать численным методом. Результат решения — функция $S(l_k)$ используется при определении суммарных поперечных вертикальных и горизонтальных нагрузок на металлоконструкцию става ЛТК.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сергеева Н.В. Обоснование метода расчета распределенных сопротивлений движению ленты на линейной части трубчатого конвейера. Автореферат дисс. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. — М.: МГТУ, 2009.
2. Бажанов П.А. Обоснование и выбор рациональных конструктивных параметров линейной части ленточного трубчатого конвейера для горной промышленности. Автореферат дисс. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. — М.: МГТУ, 2012.
3. Дмитриев В.Г., Иванов Н.Ю. Аналитическое описание и анализ криволинейной пространственной трассы для ленточного трубчатого конвейера. — М.: МГТУ, 2012. **ПВАС**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Дмитриев Валерий Григорьевич — доктор технических наук, профессор,
Иванов Никита Юрьевич — аспирант,
Московский государственный горный университет, ud@msmu.ru