

УДК 539.3

Ю.А. Степанов

**МОДЕЛЬ ИДЕНТИФИКАЦИИ ГЕОМЕХАНИЧЕСКОГО
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕХАНИЗИРОВАННЫХ КРЕПЕЙ
С УГЛЕПОРОДНЫМ МАССИВОМ**

Приведен алгоритм метода конечных элементов для расчета геомеханических параметров углепородного массива и вмещающих пород циклически движущегося очистного забоя. Построена метаматематическая модель идентификации геомеханического взаимодействия с углепородным массивом.

Ключевые слова: математическое моделирование, метод конечных элементов, компьютерная программа, геомеханика, крепь, углепородный массив.

При проведении вычислительных экспериментов для расчета параметров напряженно-деформированного состояния массива горных пород, взаимодействующего с секцией механизированной крепи использовался алгоритм метода конечных элементов, как одного из методов, удобных для построения вычислительных процедур, позволяющих учитывать дополнительную информацию о специфике решаемой задачи. Учитывая значительный рост быстродействия и объемов машинной памяти современных ПК, метод конечных элементов может быть рекомендован как общий метод для решения любых геомеханических задач, описываемых дифференциальными уравнениями с частными производными и системами.

При исследовании геомеханических процессов, происходящих в сложной системе «углепородный массив с накоплением деструктивных изменений – механизированная крепь с периодически изменяемым распором гидростоек» моделирование представляет собой многошаговый процесс постепенной формализации, начиная от вербального способа описания [1].

Идея развития алгоритма метода конечных элементов для расчета геомеханических параметров углепородного массива и вмещающих пород циклически движущегося очистного забоя заключается в представлении каждого цикла выемки угля в виде трех тактов.

В первом такте подается давление в гидросистему и происходит распор верхнего перекрытия крепи и пород кровли. Породы кровли за счет сжатия деформируются на 10-50 мм и если в них возникают напряжения выше предельного состояния, то происходит их разрушение на отдельные куски с образованием трещин, т.е. наблюдается переход сплошной среды к дискретной.

Во втором такте происходит снятие угольной стружки. Крепь находится в прежнем состоянии, но увеличивается расстояние от поверхности забоя до механизированной крепи на 0,63 м. Над козырьком и впереди секции крепи возможно высыпание дискретного породного массива, что приводит к образованию куполов.

В третьем такте выполняется разгрузка крепи и вмещающих пород. Происходит снятие давления в гидросистеме и верхнее перекрытие крепи опускается

на 50–70 мм и соответственно породы кровли также деформируются на эту же величину. Далее происходит передвижка разгруженной секции крепи в забое на расстояние 0,63 м, при этом объем незакрепленных пород увеличивается, а за передвинутую часть секции они вообще могут разрушиться.

Изучение характера изменений напряженно-деформированного состояния углепородного массива в зоне влияния движущегося очистного забоя производилась на математической модели

$$M = F(u_i, \Phi_i) \cup G(\sigma_i, \Phi_i), \quad i = 1, 2, 3 \dots k, \quad (1)$$

представляющей собой объединение семейств конечных множеств, первое из которых является множеством функций, связывающих значения перемещений физических точек углепородного массива и варьируемых горно-геологических и (или) горнотехнических факторов, а второе – множеством функций, связывающих значения напряжений и варьируемых факторов.

Каждое из семейств (1) распадается на k множеств, каждое из которых характеризует влияние i -го фактора на изменение характера напряженно-деформированного состояния углепородного массива в зоне влияния очистного забоя.

$$F_i(u, \Phi) \subset F(u, \Phi), \quad (2)$$

$$G_i(\sigma, \Phi) \subset G(\sigma, \Phi).$$

Для выбранного горно-геологического или горнотехнического фактора множества $F_i(u, \Phi)$ и $G_i(\sigma, \Phi)$ представляют собой совокупности множеств мощности n , где n – количество значений варьируемого фактора.

В свою очередь, каждое из множеств этой совокупности представляет собой совокупность подмножеств – кадров для различных фиксированных положений очистного забоя и секции механизированной крепи, имитирующих движение в пространстве выемочного столба. Каждое из подмножеств представляет собой конечное множество мощности l значений перемещений в узлах (напряжений в конечных элементах), где l – количество узлов или конечных элементов.

Перемещения в выбранных узлах являются включением множества, представляющего собой поле перемещений в узлах области исследований.

Поле перемещений получаем путем решения системы уравнений, которые в матричной форме имеют вид

$$|K| * \{U\} = \{F\}, \quad (3)$$

где $|K|$ – глобальная матрица жесткости, $\{U\}$ – вектор перемещений, $\{F\}$ – глобальный вектор-столбец нагрузок (внешних сил).

Такая система может быть получена путем минимизации полной потенциальной энергии системы.

Полная потенциальная энергия системы состоит из двух частей, одна из которых соответствует энергии деформаций в теле, а другая определяется потенциальной энергией приложенных нагрузок

$$\Pi = D - P_w \quad (4)$$

где D – энергия деформаций; P_w – работа внешних сил.

При разбиении области на элементы равенство (4) может быть записано в виде

$$\Pi = \sum_{e=1}^E (D^{(e)} - P_w^{(e)}) = \sum_{e=1}^E \pi^{(e)} \quad (5)$$

Минимизация этой величины и соответствующие преобразования приводят к решению системы линейных алгебраических уравнений порядка n^*Q : где n – число узлов в сети разбиений, а Q – число степеней свободы в каждом узле.

Глобальная матрица жесткости и глобальный вектор–столбец нагрузок определяются как

$$|K| = \sum_{e=1}^E |k^{(e)}| \quad (6)$$

$$\{F\} = - \sum_{e=1}^E \{f^{(e)}\} \quad (7)$$

где $k^{(e)}$, $f^{(e)}$ соответственно матрица жесткости для конечного элемента и вектор нагрузок.

Локальная матрица жесткости отдельного конечного элемента представляет собой объемный интеграл вида

$$|k^{(e)}| = \int_{v^{(e)}} |B^{(e)}|^T \cdot |D^{(e)}| \cdot |B^{(e)}| dV \quad (8)$$

где $|B^{(e)}|$ – матрица, получаемая путем дифференцирования интерполяционных функций; $|D^{(e)}|$ – матрица, упругих констант материала.

В случае плоской деформации [2]

$$|D| = \frac{E \cdot (1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \cdot \begin{vmatrix} 1 & \mu/(1-\mu) & 0 \\ \mu/(1-\mu) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\mu)/2(1-\mu) \end{vmatrix} \quad (9)$$

где E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона; $|B^{(e)}|$ – матрица градиентов, связывающая деформации и перемещения.

Для решения плоской задачи имеем две степени свободы перемещения и напряжение внутри элемента, которые связаны зависимостью

$$\begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_r \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_{2i-1} \\ u_{2i} \\ u_{2j-1} \\ u_{2j} \\ u_{2k-1} \\ u_{2k} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Связь между деформациями и перемещениями определяются как

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{dv}{dy}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \quad \text{или с учетом формулы (10)}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_{2i-1} \\ u_{2i} \\ u_{2j-1} \\ u_{2j} \\ u_{2k-1} \\ u_{2k} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Из формулы (11) можно получить матрицу $|B|$ на основании того, что $\{\varepsilon\} = |B| \cdot \{U\}$. Элементы матрицы вычисляются как $b_i = Y_j - Y_k$, $b_j = Y_k - Y_i$, $b_k = Y_i - Y_j$, $c_i = X_k - X_j$, $c_j = X_i - X_k$, $c_k = X_j - X_i$ (12) где i, j, k – номера сторон треугольника, $X_i, Y_i, X_j, Y_j, X_k, Y_k$ – координаты вершин, A – площадь треугольного симплекса – элемента.

Сумма интегралов $|f^{(e)}|$ определяется по формуле

$$|f^{(e)}| = - \left(\int_{v^{(e)}} |B^{(e)}|^T \cdot |D^{(e)}| \cdot \{\varepsilon_o^{(e)}\} dV + \int_{v^{(e)}} |N^{(e)}|^T \begin{Bmatrix} X^{(e)} \\ Y^{(e)} \\ Z^{(e)} \end{Bmatrix} dV + \int_{v^{(e)}} |N^{(e)}|^T \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{Bmatrix} dS + \{P\} \right), \quad (13)$$

где $|N^{(e)}|$ – матрица функций формы, $\{P\}$ – вектор-столбец узловых сил, $P_x^{(e)}$, $P_y^{(e)}$, $P_z^{(e)}$ – поверхностные нагрузки, $X^{(e)}$, $Y^{(e)}$, $Z^{(e)}$ – объемные силы.

Формулы (8) и (13) при этом получаются путем дифференцирования по $\{U\}$ выражения для полной потенциальной энергии, записанного в виде

$$\begin{aligned} \Pi = & \sum_{e=1}^E \int_{v^{(e)}} \frac{1}{2} \{U\}^T \cdot |B^{(e)}|^T \cdot |D^{(e)}| \cdot \{B^{(e)}\} \{U\} dV - \int_{v^{(e)}} \{U\}^T \cdot |B^{(e)}|^T \cdot |D^{(e)}| \{l_0\} dV - \\ & - \int_{v^{(e)}} \{U\}^T \cdot |N^{(e)}|^T \begin{Bmatrix} X^{(e)} \\ Y^{(e)} \\ Z^{(e)} \end{Bmatrix} dV + \int_{v^{(e)}} \{U\}^T \cdot |N^{(e)}|^T \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{Bmatrix} dS - \{U\}^T \cdot \{P\} \end{aligned} \quad (14)$$

Для разномодульной механики сплошной среды матрица жесткости определяется согласно исследованиям С.А. Амбарцумяна [3]. Он предлагает в этом случае рассчитывать напряжения по формулам плоской деформации:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{1}{A_1} \varepsilon_x - \frac{\mu_1}{A_1} \varepsilon + B_3 \left(\frac{\mu_1}{A_1} - \frac{m_1^2}{A_1} \right) * \sigma_2 \\ \sigma_y &= \frac{1}{A_1} \varepsilon_y - \frac{\mu_1}{A_1} \varepsilon + B_3 \left(\frac{\mu_1}{A_1} - \frac{m_2^2}{A_1} \right) * \sigma_2 \\ \tau_{xy} &= \frac{1}{2A_1} \varepsilon_{xy} - \frac{B_3}{A_1} m_1 m_2 \sigma_2 \end{aligned} \quad (15)$$

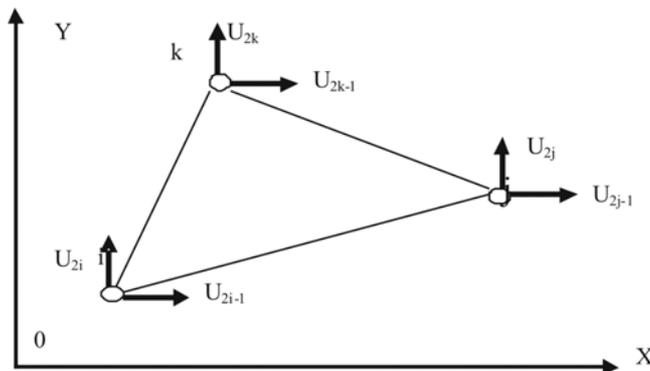


Рис. 1. Двумерный симплекс – элемент

где $\sigma_x, \sigma_y, \varepsilon_x, \varepsilon_y$ – нормальные напряжения и смещения по осям координат (рис. 1); $\tau_{xy}, \varepsilon_{xy}$ – касательные напряжения и деформации; σ_2 – главное минимальное напряжение в плоскости XY; $\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y$.

Согласно представленным формулам (15) и принятым обозначениям остальных параметров, матрица деформационных свойств разномодульного материала вместо (11) примет вид:

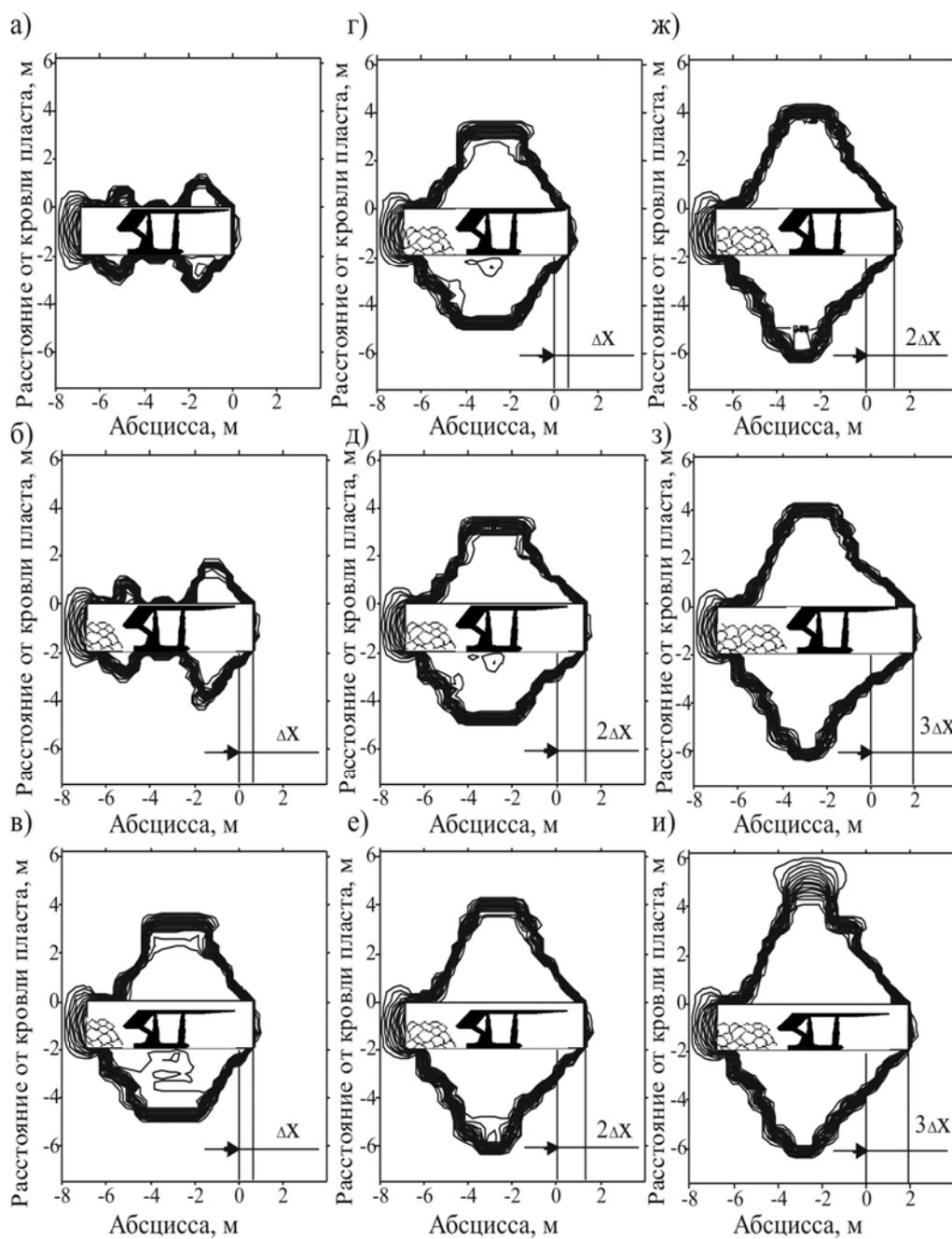


Рис. 2. Графики изменения отношения остаточной прочности к исходной при движении механизированного забоя на глубине 300 м с шагом передвижки $\Delta X = 0,63$ м : а - и - последовательность движения забоя

$$|D| = \frac{1}{A_1} \cdot \begin{vmatrix} (1-\mu) & (-\mu) & \frac{B_3}{\varepsilon_{xy}^*}(\mu_1 - m_1^2) \cdot \sigma_2 \\ (-\mu) & (1-\mu) & \frac{B_3}{\varepsilon_{xy}^*}(\mu_1 - m_2^2) \cdot \sigma_2 \\ 0 & 0 & 0,5 - \frac{B_3}{\varepsilon_{xy}^*} m_1 \cdot m_2 \cdot \sigma_2 \end{vmatrix} \quad (16)$$

После решения системы уравнений, определения смещений вершин треугольников и вычисления деформаций ε_x , ε_y , ε_{xy} определяются для каждого момента главные напряжения σ_1 и σ_2

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{A_2}{2\omega_b}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{b_{22} + b_{12}}{2\omega_b} \sqrt{\varepsilon_{xy}^2 + (\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2}, \\ \sigma_2 &= \frac{A_2}{2\omega_b}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{b_{11} + b_{12}}{2\omega_b} \sqrt{\varepsilon_{xy}^2 + (\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

На заключительном этапе, если это требуется по условиям задачи, вычисляются напряжения по осям координат согласно приведенным формулам (15). По разработанному алгоритму была составлена компьютерная программа расчета параметров напряженно-деформированного состояния углеродного массива в окрестности очистного комплексно-механизированного забоя, позволяющая учитывать знакопеременное воздействие секции механизированной крепи на боковые породы при ее циклическом движении.

На рис. 2 представлены графики изменения отношения остаточной прочности боковых пород к исходной, полученные в результате моделирования неустановившегося режима – движения секции механизированной крепи КМЗ от монтажной камеры. Из графиков видно, что при каждой передвигке секции крепи объем разрушенных пород непосредственной кровли и почвы увеличивается с образованием купола над верхним перекрытием крепи и за механизированной крепью. Высота купола обрушенных пород достигает мощности слоя пород непосредственной кровли и в дальнейшем обрушение идет по этой границе. Аналогичная картина наблюдается и в породах почвы, но разрушение этих пород протекает менее интенсивно, чем пород кровли, и сопровождается пучением почвы в призабойной зоне выработанного пространства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков В.Н. Основы теории систем и системного анализа [Текст] // Учебное пособие /Волков В.Н., Денисов А.А. – СПб. : изд-во СПбГТУ, 1997.
2. Применение метода конечных элементов /Сегерлинд Л. Пер. с англ. к.ф.н. А.А. Шестакова – М.: изд-во «МИР», 1997. – 392 с.
3. Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 320 с.
4. Казауров И.Н. Механика горных пород. – М.: Недра. 1981. – 166 с. **ГИАБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Степанов Ю.А – кандидат технических наук, доцент кафедры информационных систем и управления им. В.К. Буторина Новокузнецкий филиал-институт государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет», e-mail: dambo290@yandex.ru