

УДК 622:001.572/004.82

В.А. Ермолов, А.С. Курчевский, Т.В. Тищенко

ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ГЕОЛОГО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ТЕХНОГЕННЫХ МАССИВОВ

Разработана методика моделирования стохастических мультипликативных моделей динамических рядов, учитывающих сезонность формирования техногенных массивов, характер стационарности или нестационарности динамических рядов качества.

Ключевые слова: минеральные ресурсы, добыча, техногенный массив, месторождение, хвостохранилище.

Комплексное извлечение полезных компонентов, утилизация вторичных минеральных ресурсов с применением гибких технологий и высокопроизводительного горного оборудования является первостепенной задачей рационального использования недр. Современный этап развития горного производства характеризуется вовлечением в разработку месторождений со сложными горно-геологическими условиями, бедными труднообогатимыми рудами, а это, соответственно, приводит к значительному разубоживанию сырья (до 25—35 %) и потерям ценных компонентов, как на стадиях добычи, так и переработки руд. Низкая комплексность использования сырья (в среднем промышленный коэффициент использования минеральных ресурсов составляет 30—35 %) приводит к тому, что с отходами рудообогатения в хвостохранилища складывается значительная часть ценных компонентов, концентрация которых в отвалах часто выше, чем на эксплуатируемых месторождениях.

В этих условиях комплексное извлечение полезных компонентов,

снижение потерь при добыче и переработке, а также направленное формирование техногенных массивов (месторождений техногенного сырья) позволяют увеличить сырьевой потенциал горно-добывающих предприятий. Поэтому направленное формирование хвостохранилищ как техногенных месторождений является важной народнохозяйственной проблемой, решение которой обеспечит увеличение минерально-сырьевой базы горного предприятия, комплексное использование недр и создание экологически чистого горного производства.

Геологические аспекты формирования, разведки и эксплуатации техногенных месторождений представляют самостоятельную научную проблему. Связано это с ведущей ролью геологических факторов в ресурсосбережении, комплексном извлечении полезных компонентов из отходов рудообогатения, а также в предотвращении негативного воздействия на геологическую и сопредельные среды.

Намывные техногенные массивы — хвостохранилища, — представляют собой ресурсовоспроизводящие объекты горного производства в различ-

ных регионах России. Так, хвосты обогащения многих предприятий черных и цветных металлов, горнохимического сырья и др. могут рассматриваться как техногенные месторождения. Например, хвосты Карабашской обогатительной фабрики содержат в среднем серы — 29,64 %, меди — 0,33 %, золота — 1,1 г/т, серебра — 6,6 г/т. В настоящее время разрабатаны технологии перефлотации пиритсодержащих хвостов большинства Уральских фабрик: Красноуральской, Среднеуральской, Сибайской, Бурибаевской и др.; установлена возможность получения высококачественных апатитовых концентратов из хвостов обогащения апатит-бадделейт-магнетитовых руд Ковдорского месторождения и т.д. Однако в настоящее время на многих горных предприятиях уровень комплексности использования сырья остается по-прежнему низким, и, как следствие, значительная часть ценных полезных компонентов накапливается в хвостохранилищах.

В этой связи необходимо направленное формирование хвостохранилищ как техногенных месторождений, которые в последующем можно разрабатывать с учетом их ресурсной ценности.

На основании ретроспективной информации предприятий черной и цветной металлургии установлено, что определяющими параметрами для направленного формирования техногенных массивов являются химический, минеральный и гранулометрический состав хвостов. Минералогический анализ хвостов обогатительных фабрик свидетельствует о сложном полиминеральном составе и наличии различных рудных и нерудных минералов, содержащих ценные компоненты (Au, Ag, Mn, Cu, Zn, Ni, Mo, Ti, Zr, V и др.). Поэтому, целесооб-

разно рассматривать вопросы доизвлечения этих компонентов ввиду высокого их содержания в хвостах обогащения исходных руд.

Основной характеристикой технологичности хвостов является их гранулометрический состав, позволяющий установить режимные параметры технологических процессов добычи, переработки, пылезащиты, рекультивации и др. Гранулометрический состав хвостов изменяется в широких пределах для различных видов минерального сырья. Наиболее крупные хвосты сбрасывают железорудные обогатительные фабрики. Средневзвешенный диаметр (d_{cp}) хвостов этих фабрик от 0,03 до 0,66 мм. Из обогатительных фабрик цветных металлов наиболее крупные хвосты сбрасывают молибденовые фабрики. Средневзвешенный диаметр хвостов на них колеблется от 0,095 до 0,3 мм. Далее следуют полиметаллические предприятия, получающие концентраты Pb, Zn, Cu ($d_{cp} = 0,05—0,3$ мм). Обогатительные фабрики, выпускающие концентраты Mo, W и Cu, сбрасывают хвосты с d_{cp} от 0,076 до 0,185 мм. При обогащении медноникелевых руд хвосты имеют d_{cp} в пределах от 0,061 до 0,15 мм. При обогащении золотых, серебряных и платиновых руд d_{cp} изменяется в пределах от 0,066 до 0,12 мм. Средневзвешенный диаметр хвостов обогатительных фабрик черной металлургии, намытых на пляжах хвостохранилищ, изменяется от 0,1 до 0,8 мм, а фабрик цветной металлургии — от 0,1 до 0,4 мм, причем по размеру это преимущественно пылеватые и в небольшом количестве мелко- и среднезернистые хвосты. В прудковых зонах хвостохранилищ обогатительных фабрик, как черных, так и цветных металлов откладывают хвосты с $d_{cp} \sim 0,05$ мм и меньше.

При формировании и последующей разработке техногенных массивов важная роль принадлежит физическим (влажность, объемный вес скелета, плотность, пористость) свойствам хвостов, обуславливающих показатели технологичности, сохраняемости и транспортабельности техногенного сырья. Механические характеристики хвостов (компрессионные свойства, сопротивление сдвигу, фильтрационные свойства) необходимы для оценки осадки и устойчивости техногенных массивов.

Следует отметить, что большинство как физических, так и механических характеристик связаны с $d_{ср}$. Таким образом, для направленного формирования техногенных месторождений необходима информация о закономерностях размещения и распределения, как показателей качества, так и гранулометрического состава хвостов, намываемых в хвостохранилища. Эти исследования выполнены для Ковдорского техногенного месторождения, которое является базовым объектом исследования.

Отходы рудообогащения Ковдорского апатит-бадделейт-магнетитового месторождения могут быть использованы:

- для получения апатитового и фосфорно-магнезиального концентратов;
- для извлечения ZrO_2 и получения бадделейтового концентрата;
- для производства строительных материалов в случае соответствия в хвостах радионуклидов требованиям ПДК.

Для описания показателей качества ($Fe_{общ}$, P_2O_5 , CO_2 , MgO , ZrO_2 , $U_{экв}$ и др.) и гранулометрического состава хвостов (выход фракций от +1,0 мм до -0,071 мм) в техногенном массиве использованы как выборочные оценки статистических параметров (вид

функции распределения, средние значения, дисперсия, коэффициент вариации, асимметрия, эксцесс), так и геостатистические оценки (модели собственных структурных функций).

Геологическое обеспечение направленного формирования хвостохранилищ как техногенных месторождений представляет собой систему идентификации динамики состояний показателей качества и технологичности, статистического контроля, прогнозирования и регулирования.

Методика прогнозирования геотехнологических параметров отходов рудообогащения основана на использовании следующих принципов: целевой направленности прогнозирования; системности разработки; совместности математического и программного обеспечения; унификации номенклатуры показателей качества техногенного сырья; динамичности организации информации.

Изменчивость показателей качества в рудопотоках, в том числе и при выпуске пульпы, независимо от степени дискретизации (часовых, сменных, месячных, годовых) носит ярко выраженный вероятностный характер. Поэтому проблему прогнозирования геотехнологических показателей в общем виде можно представить как задачу оценки среднего значения случайной функции в некотором объеме, основываясь на теории случайных функций.

Теоретический анализ и практическое использование моделей статистической экстраполяции и стохастических моделей динамических рядов при формировании качества добываемых руд доказывает, что модели обладают высокими адаптивными свойствами, высокой точностью прогнозов, а также обеспечивают возможность моделирования нестациона-

нарных последовательностей, характеризующих пространственно-временную изменчивость качества сырья. Однако данные модели не учитывают сезонность формирования техногенных массивов, а это снижает точность и достоверность прогнозных оценок. Поэтому возникла необходимость разработки методики моделирования стохастических мультипликативных моделей динамических рядов, учитывающих сезонность формирования техногенных массивов, характер стационарности или нестационарности динамических рядов качества. Методика включает в себя идентификацию модели, предварительное и эффективное оценивание параметров модели, ее диагностическую проверку. Схематическая блок-схема построения сезонных мультипликативных моделей динамических рядов показана на рис. 1. Методика прогнозирования реализована для условий Ковдорского ГОКа и рассмотрена на примере динамического ряда $U_{\text{кв}}$.

Когда мы имеем дело с рядом, проявляющим сезонные особенности с известным порядком s (при анализе временных рядов этого типа полезно перейти к логарифмам, поскольку сопоставимыми при разных объемах добычи и переработки могут быть процентные флуктуации) важен не один, а два временных интервала — в нашем случае эти интервалы соответствуют месяцу и году. В этом случае сезонный эффект должен проявляться следующим образом: наблюдения за какой-либо месяц некоторого года должны быть связаны с наблюдениями за тот же месяц предыдущего года. Тогда можно связать это наблюдение с наблюдением в предыдущем месяце (например, апрель) года моделью вида

$$\Phi(B^s)\nabla_s^D z_t = \Theta(B^s)\alpha_t, \quad (1)$$

где $s = 12$, $\nabla_s = 1 - B^s$ и $\Phi(B^s)$, $\Theta(B^s)$ — полиномы B^s степеней P (авторегрессии) и Q (скользящего среднего) соответственно, удовлетворяющие условиям стационарности и обратимости. Подобным образом модель

$$\Phi(B^s)\nabla_s^D z_{t-1} = \Theta(B^s)\alpha_{t-1} \quad (2)$$

может быть использована для связи наблюдений за март этого и предшествующего года и так далее для любого из 12 месяцев. Кроме того, обычно оказывается разумным предположение, что параметры Φ и Θ , содержащиеся в этих ежемесячных моделях, примерно одинаковы для всех месяцев.

Ошибки $\alpha_t, \alpha_{t-1}, \dots$ этих моделей не обязательно должны быть некоррелированы. Поэтому можно ожидать, что α_t в (1) связано с α_{t-1} в (2), с α_{t-2} и т. д. Следовательно, чтобы учесть эти связи, мы вводим вторую модель

$$\phi(B)\nabla^d \alpha_t = \theta(B)a_t \quad (3)$$

где a_t — белый шум, а $\phi(B)$ и $\theta(B)$ полиномы B степеней p и q соответственно, удовлетворяющие условиям стационарности и обратимости;

$$\nabla = \nabla_1 = 1 - B.$$

Подставляя (3) в (1), получаем окончательную общую мультипликативную модель

$$\phi(B)\Phi_p(B^s)\nabla^d\nabla_s^D z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t \quad (4)$$

где в этом частном примере $s = 12$. Индексы p, P, q, Q (4) введены, чтобы напомнить о порядках различных операторов авторегрессии и скользящего среднего. Таким образом, результирующий мультипликативный процесс имеет порядок $(p, d, q) \times (P, D, Q)$. Аналогичные рассуждения можно использовать для получения моделей с тремя и более периодическими компонентами, учитывающими многообразии сезонных явлений.

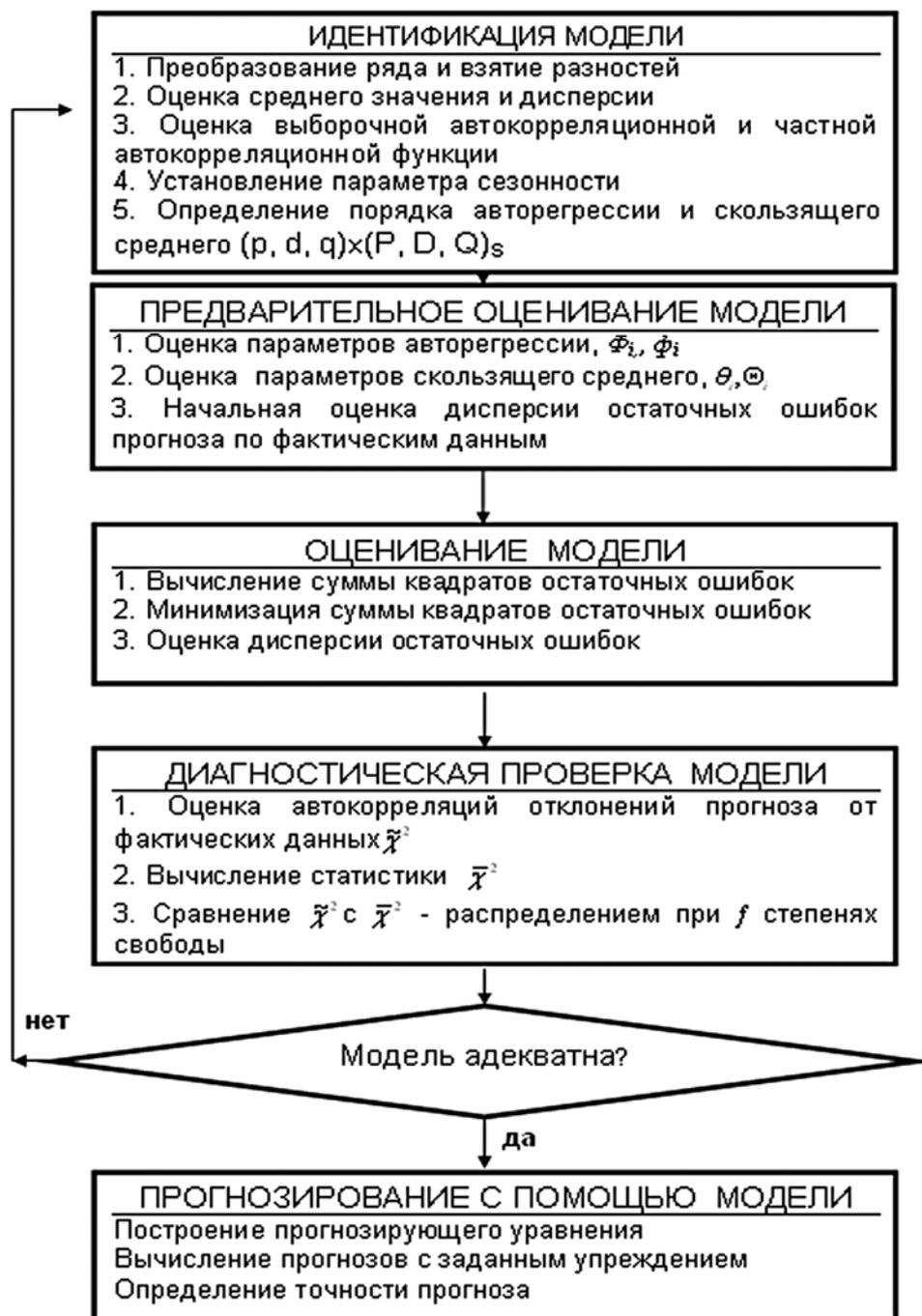


Рис. 1. Блок-схема построения сезонной мультипликативной модели динамического ряда $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$

Идентификация. Идентификация несезонного процесса проинтегрированного скользящего среднего $U_{\text{экв}}$ — ПСС(0, 1, 1) опирается на тот факт, что после взятия первых разностей автокорреляции для всех задержек, больших единицы, равны нулю. Для мультипликативного процесса $(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$, ненулевые автокорреляции $\nabla \nabla_{12} z_t$ соответствуют только задержкам 1, 11, 12 и 13.

Взятие разностей с периодом 12 приводит к корреляциям стабильно положительным, а затем стабильно отрицательным. Наконец, взятие комбинированных разностей $\nabla \nabla_{12}$ заметно уменьшает корреляцию всюду.

В предположении, что модель имеет вид (3), дисперсии выборочных автокорреляций для больших задержек аппроксимировались формулой Бартлетта, которая в этом случае имела вид

$$\text{var}[r_k] \approx \frac{1 + 2(\rho_1^2 + \rho_{11}^2 + \rho_{12}^2 + \rho_{13}^2)}{n},$$

$$k > 13. \quad (5)$$

Заменяя ρ в (5) выборочными корреляциями и полагая $n=144-13=131$, где $n=131$ — число разностей $\nabla \nabla_{12} z_t$, получаем стандартную ошибку $\hat{\sigma}(r) \approx 0.11$.

Предварительные оценки. Как и для несезонных моделей, приравнивая наблюдаемые корреляции их математическим ожиданиям, можно получить приближенные оценки для параметров θ и Θ . Подставляя выборочные оценки $r_1 = -0,34$ и $r_{12} = -0,39$ в выражения

$$\rho_1 = \frac{-\theta}{1 + \theta^2}, \quad \rho_{12} = \frac{-\Theta}{1 + \Theta^2},$$

получаем грубые оценки

$$\hat{\theta} \approx 0.39 \text{ и } \hat{\Theta} \approx 0.48.$$

Оценивание. На рис. 2 показаны изолинии суммы квадратов $S(\theta \hat{\theta} \Theta)$ для данных динамического ряда ($U_{\text{экв}}$), к которым подгонялась модель (4); там же показана соответствующая 95 %-ная доверительная область.

Оценки наименьших квадратов очень близки к $\hat{\theta} = 0.4$ и $\hat{\Theta} = 0.6$. Значения $S(\theta \hat{\theta} \Theta)$ в узлах сетки были вычислены по методике, описанной в работах А.С. Дремухи, В.В. Ершова, В.А. Ермолова.

В настоящем примере можно записать

$$a_{t,0} = (\theta - \theta_0)x_{1,t} + (\Theta - \Theta_0)x_{2,t} + a_t.$$

Действуя таким образом и пользуясь в качестве начальных значений предварительными оценками

$$\hat{\theta} = 0.39, \quad \hat{\Theta} = 0.48,$$

полученными по выборочным автокорреляциям, в результате трех итераций можно достичь значений параметров с точностью до двух знаков после запятой, удовлетворяющих всем практическим требованиям. Выборочная дисперсия остаточных ошибок равна $\hat{\sigma}_a^2 = 1,34 \cdot 10^{-3}$.

Матрица, обратная матрице сумм квадратов и произведений, полученная на последней итерации, используется для вычисления стандартных ошибок оценок. Оценки наименьших квадратов и соответствующие стандартные ошибки равны

$$\hat{\theta} = 0,40 \pm 0,08, \quad \hat{\Theta} = 0,61 \pm 0,07.$$

Диагностическая проверка. Адекватность модели устанавливается путем анализа остаточных ошибок после

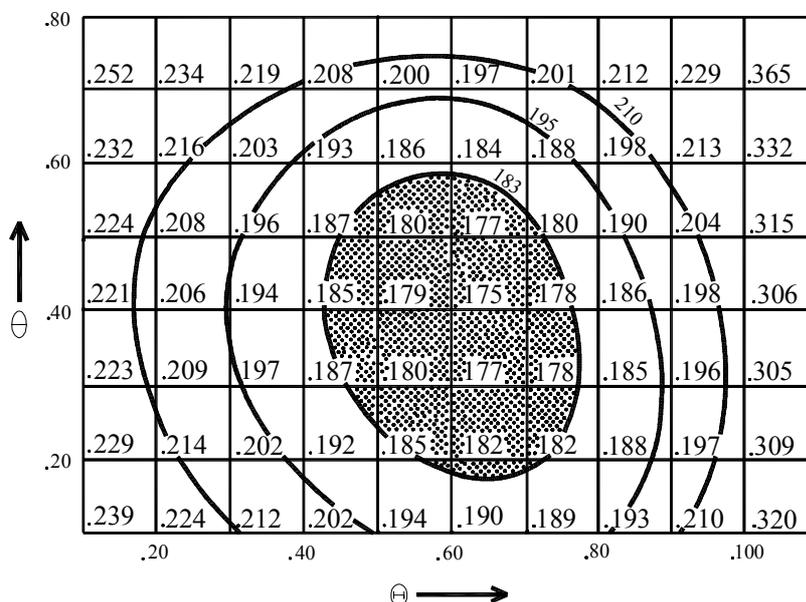


Рис. 2. Изолинии суммы $S(\theta, \Theta)$ модели $\nabla \nabla_{12} z_t = (1 - \theta B)(1 - \Theta B^{12}) a_t$ ряда $U_{\text{экв}}$; заштрихована 95%-ная доверительная область

подгонки модели по автокорреляциям. Выборочные автокорреляции остаточных ошибок

$$\hat{a}_t = \nabla \nabla_{12} z_t + 0,40 \hat{a}_{t-1} + 0,61 \hat{a}_{t-12} - 0,24 \hat{a}_{t-13}$$

приведены в табл. 1.

Общая проверка осуществляется при помощи статистики $Q = n \sum_{k=1}^{46} r_k^2(\hat{a})$, которая распределена как χ^2 с 46 степенями свободы (подгоняются два параметра). Наблюденное значение $Q = 131 \cdot 0,2726 = 35,7$, и, если данная модель верна, значений Q , больших этого, следует ожидать в 86 % случаев. Эта проверка не дает никаких свидетельств о неадекватности модели.

Прогнозирование на основе разностного уравнения. Прогнозные

оценки удобнее всего вычислять прямо из самого разностного уравнения.

Поскольку

$$z_{t+l} = z_{t+l-1} + z_{t+l-12} - z_{t+l-13} + a_{t+l} - \theta a_{t+l-1} - \Theta a_{t+l-12} + \theta \Theta a_{t+l-13}, \quad (6)$$

после подстановки $\theta = 0,4$, $\Theta = 0,6$ получаем прогнозную оценку с минимальной среднеквадратичной ошибкой на момент t с упреждением l :

$$\hat{z}_t(l) = [z_{t+l-1} + z_{t+l-12} - z_{t+l-13} + a_{t+l} - 0,4a_{t+l-1} - 0,6a_{t+l-12} + 0,24a_{t+l-13}]. \quad (7)$$

Тогда $[z_{t+l}] = E[z_{t+l} | \theta, \Theta, z_t, z_{t-1}, \dots]$ является условным математическим ожиданием z_{t+l} в момент t . В этом выражении параметры считаются известными точно, и ряд z_t, z_{t-1}, \dots предполагается известным достаточно далеко в прошлое.

Таблица 1

Выборочные автокорреляции остаточных ошибок**модели $\nabla \nabla_{12} z_t = (1 - 0,40B)(1 - 0,61B^{12}) a_t$ ряда $U_{\text{эКВ}}$**

За- держ- ка k	Автокорреляции $r_k(\hat{a})$												Стан- дартная ошибка (верхняя граница)
1–12	0,02	0,02	-0,13	-0,14	0,05	0,06	-0,07	-0,04	0,10	-0,08	0,02	-0,01	0,09
13–24	0,03	0,04	0,05	-0,16	0,03	0,00	-0,11	-0,10	-0,03	-0,03	0,22	0,03	0,09
25–36	-0,02	0,06	-0,04	-0,06	-0,05	-0,08	-0,05	0,12	-0,13	0,00	-0,06	-0,02	0,09
37–48	0,11	0,07	-0,02	-0,05	-0,10	-0,02	-0,04	0,00	-0,08	0,03	0,04	0,06	0,09

$$\sum_{k=1}^{48} r_k^2(\hat{a}) = 0.2726$$

Поэтому, чтобы получать прогнозные оценки, заменяем неизвестные z прогнозами, а неизвестные a — нулями. Известные a — это вычисленные ошибки прогноза на шаг вперед, т. е.

$$a_t = z_t - \hat{z}_{t-1}(1).$$

Например, для получения прогнозных оценок на три месяца вперед имеем

$$z_{t+3} = z_{t+2} + z_{t-9} - z_{t-10} + a_{t+3} - 0,4a_{t+2} - 0,6a_{t-9} + 0,24a_{t-10}.$$

Используя условные математические ожидания в момент t , получаем

$$\hat{z}_t(3) = \hat{z}_t(2) + z_{t-9} - z_{t-10} - 0,6a_{t-9} + 0,24a_{t-10},$$

т. е.

$$\hat{z}_t(3) = \hat{z}_t(2) + z_{t-9} - z_{t-10} - 0,6 \times [z_{t-9} - \hat{z}_{t-10}(1)] + 0,24[z_{t-10} - \hat{z}_{t-11}(1)].$$

Следовательно,

$$\hat{z}_t(3) = \hat{z}_t(2) + 0,4z_{t-9} - 0,76z_{t-10} + 0,6\hat{z}_{t-10}(1) - 0,24\hat{z}_{t-11}(1).$$

Здесь прогнозные оценки выражаются через предыдущие z и предыдущие прогнозные оценки \hat{z} . Следует помнить, конечно, что, как и все предсказания, получаемые из общей линейной стохастической модели, прогнозирующая функция подстраивается к данным. Когда происходят изменения в сезонных явлениях, они соответствующим образом отражаются в прогнозных оценках. Если прогноз на месяц вперед дает завышенное значение, у всех более отдаленных прогнозов на тот же момент времени существует тенденция к завышению. Этого следовало ожидать, потому что ошибки прогноза на один и тот же момент времени с различными упреждениями сильно коррелированы. Конечно, прогноз далеко вперед, скажем на 36 мес., неизбежно может содержать значительную ошибку. Однако на практике первоначально отдаленные прогнозные оценки будут непрерывно корректироваться, и по мере уменьшения упреждения будет достигаться все большая точность. Описанная процедура прогнозирования устойчива к умеренным изменениям значений параметров.

Так, если мы используем вместо $\theta = 0,4$ и $\Theta = 0,6$ значения $\theta = 0,5$ и $\Theta = 0,5$, прогнозы не сильно изменятся. Это верно даже для прогнозов на несколько шагов вперед, например на 12 мес.

В результате исследований установлено, что прогнозирование на основе сезонных моделей повышает точность прогнозирования на 15—25 % по сравнению с моделями, не учитывающими нестационарность процесса формирования качества или сезонность формирования техногенного массива.

Для условий Ковдорского ГОКа установлены зависимости, характеризующие закономерности пространственно-временного размещения гранулометрического состава отходов рудообогащения апатит-бадделейт-магнетитового сырья для сосредоточенного намыва — $d_0 = \exp(-0,75 - 13,5 \cdot 10^{-3}L)$ и рассредоточенного — $d_0 = \exp(-1,31 - 16,4 \cdot 10^{-3}L)$ при корреляционном отношении соответственно 0,98 и 0,90.

Особенностью строения техногенных месторождений является то, что качество техногенного сырья взаимосвязано с различными классами крупности (табл. 2), в связи с чем для целенаправленного формирования качества в техногенных массивах необходимо устанавливать тип и характер связи между показателями качества техногенного сырья и его гранулометрическим составом.

В результате исследований установлено, что концентрации радиоактивных элементов U и Th приурочены к выходу крупных фракций — 0,14 мм и более. При этом зависимости описываются линейными моделями регрессии: $U = 5,32 \cdot 10^{-4} + 3,52 \cdot 10^{-5} C_{FR+0,14}$, $Th = 9,25 \cdot 10^{-4} + 3,68 \cdot 10^{-5} C_{FR+0,14}$ при коэффициентах корреляции

0,89 и 0,88 соответственно (рис. 3, рис. 4).

Радиоактивность сырья связана с крупными фракциями и описывается мультипликативной моделью $R = \lg 0,61L^{0,7}$, при корреляционном отношении 0,99 и стандартной ошибке оценки 0,07 (рис. 5).

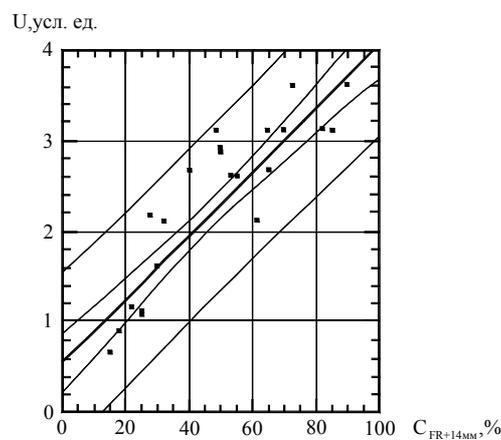


Рис. 3. Влияние содержания класса +0,14 мм на концентрацию урана

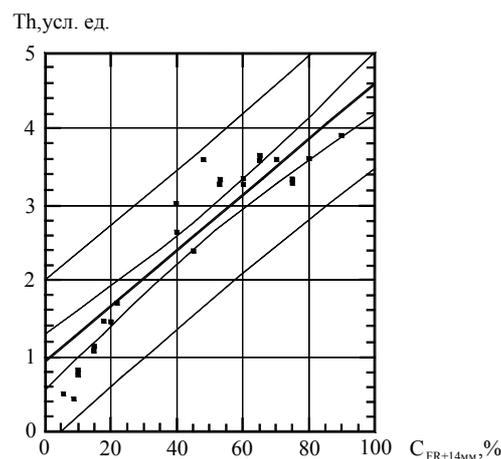
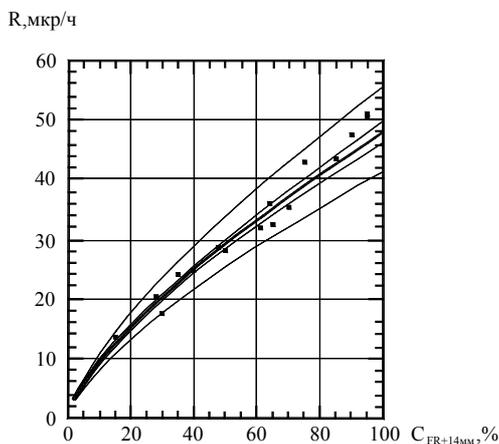


Рис. 4. Влияние содержания класса +0,14 мм на концентрацию тория

Таблица 2

Гранулометрическая характеристика лежалых хвостов Ковдорского ГОКа

Наименование показателей, %	Классы крупности, мм							Всего
	+1,0	-1,0 +0,5	-0,5 +0,3	-0,3 +0,2	-0,2 +0,1	-0,1 +0,071	-0,071	
Выход	5,3	4,9	3,7	13,0	29,9	16,5	26,7	100,0
Содержание P ₂ O ₅	6,45	11,52	12,32	11,95	11,3	10,87	10,14	10,8
Извлечение P ₂ O ₅	3,2	5,2	4,2	14,4	31,3	16,6	25,1	100,0
Содержание Fe _{общ}	6,12	5,24	5,22	3,39	3,26	3,89	4,33	3,99
Извлечение Fe _{общ}	8,1	6,4	4,8	11,1	24,5	16,1	29,0	100,0
Содержание ZrO ₂	0,165	0,18	0,2	0,22	0,2	0,3	0,41	0,27
Извлечение ZrO ₂	3,2	3,2	2,7	10,5	22,0	18,2	40,2	100,0
Содержание Th	0,0038	0,0033	0,0028	0,0020	0,0014	0,0010	0,0008	0,0022
Содержание U	0,0030	0,0027	0,0015	0,0014	0,0009	0,0006	0,0005	0,0019

**Рис. 5. Зависимость радиоактивности хвостов, намываемых в хвостохранилище Ковдорского ГОКа, от содержания класса +0,14 мм**

Следовательно, хвостохранилище Ковдорского ГОКа можно рассматривать как техногенное месторождение с возможностью доизвлечения ZrO₂ из мелких классов, к которым он приурочен. Также оно может быть использовано и в качестве строительного материала, однако при этом необходимо снизить радиоактивность техногенного сырья.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Автоматизация геолого-маркшейдерских графических работ / В.В.Ершов, А.С. Дремуха, В.М. Трость и др. — М.: Недра, 1991. — 347 с.
2. Девис Дж. Статистический анализ данных в геологии. / Под ред. Д.А. Родионова. М.: Недра. 1990. — 746 с.
3. Ермолов В.А. Основы моделирования техногенных месторождений. // Горный информационно-аналитический бюллетень — М.: МГУ. — 1996. — Выпуск 1.
4. Ермолов В.А., Быховец А.Н., Зервандова В.П. Математическое обеспечение эколого-технологического районирования техногенных месторождений // Горный информационно-аналитический бюллетень — М.: МГУ. — 2000. — Выпуск 1. **ИИАС**

Коротко об авторах

Ермолов В.А. — доктор технических наук, профессор,
Тищенко Т.В. — кандидат технических наук, доцент,
Московский государственный горный университет,
Moscow State Mining University, Russia, ud@msmu.ru

Курчевский А.С. — кандидат технических наук, ведущий специалист ОАО «Горно-промышленная финансовая компания».