

УДК 622.02:539.2

В.А. Винников, И.В. Кириченко, В.Л. Шкуратник

**О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДЕЛИ
ХОЛЛА-ПЕТЧА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ВЗАИМОСВЯЗИ
ТЕРМОАКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ
С ПРОЧНОСТНЫМИ СВОЙСТВАМИ И РАЗМЕРАМИ
СТРУКТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ГЕОМАТЕРИАЛА**

На основе модели Холла-Петча и уравнения Мотта-Стро с использованием компьютерного моделирования термоакустической эмиссии теоретически рассмотрена задача о взаимосвязи между величиной интегральной акустической эмиссии, прочностью и средним размером зерна геоматериала.

Ключевые слова: термоакустическая эмиссия, горные породы, прочность, средний размер зерна, компьютерное моделирование.

Последние годы характеризуются постоянным возрастанием интереса к использованию акустической эмиссии (АЭ) в качестве инструмента решения исследовательских задач в области физики прочности, пластичности и разрушения геоматериалов. Эффективность такого использования в значительной степени зависит от уровня наших знаний о взаимосвязях информативных параметров АЭ со структурой, свойствами и состоянием исследуемых объектов в условиях, когда они испытывают внешние воздействия различной физической природы. В частности, при механическом нагружении горных пород большое влияние на особенности проявления АЭ оказывает степень их исходной однородности. С увеличением последней возрастают и напряжения, при которых возникает АЭ, а основная часть сигналов эмиссии наблюдается непосредственно перед окончанием разрушения образца [1].

Однородность породы тесно связана со средним размером \bar{d} сла-

гающих ее зерен. Влияние этого размера на АЭ экспериментально исследовалась, например, в [2, 3], где было установлено, что интегральная АЭ, зарегистрированная с начала нагружения до разрушения образцов, тем больше, чем больше величина \bar{d} . Более крупнозернистые породы характеризуются также большей энергией АЭ и меньшей прочностью. Логично предположить, что отмеченные выше закономерности должны быть справедливы и для термоакустической эмиссии (ТАЭ), то есть эмиссии, возникающей при нагревании геоматериала. Предметом рассмотрения настоящей работы является проверка данного предположения.

Известно, что прочность поликристаллических материалов всегда выше прочности монокристаллов, причем чем мельче зерно, тем выше упрочнение [4]. Обычно этот факт объясняется тем, что наличие границ зерен в поликристаллических материалах препятствует пластической деформации. Влияние величины зерна на предел текучести поликристаллического

материала может быть объяснено в рамках модели Холла – Петча, правомочность которой для металлов, сплавов и керамики доказана многочисленными исследованиями [5]. Уравнение Холла – Петча дает количественную зависимость предела текучести поликристаллического материала σ_m от среднего размера зерна \bar{d}

$$\sigma_m = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{\bar{d}}}, \quad (1)$$

где σ_0 – предел текучести матрицы при отсутствии сопротивления межзеренных границ, принимаемый равным пределу текучести монокристалла, k – коэффициент зернограницного упрочнения, характеризующий материал и состояние границ, физический смысл и значение которого определяется выбранной моделью зернограницного упрочнения [6].

Качественная корреляция между пределом текучести и твердостью по Вickersу H_v соответствует эмпирическому соотношению [7]

$$\frac{H_v}{\sigma_m} = 3, \quad (2)$$

что позволяет записать зависимость твердости H_v от среднего размера зерна \bar{d}

$$H_v = H_0 + \frac{k_1}{\sqrt{\bar{d}}}, \quad (3)$$

где H_0 – твердость монокристалла, а k_1 – постоянная величина.

Из соотношения (3) видно, что уменьшение размера зерен материала ведет к увеличению его твердости. Поскольку выражения (1) и (3) сходны по математической структуре, то естественно предположить, что прочностные свойства геоматериала зависят

от среднего размера слагающих его зерен по сходной с моделью Холла – Петча зависимости.

С другой стороны, известно, что рост величины разрушающего напряжения с уменьшением среднего диаметра зерна описывается уравнением Мотта-Стро [6]

$$\sigma_p = \frac{k_p}{\sqrt{\bar{d}}}, \quad (4)$$

где k_p – константа уравнения Мотта-Стро для разрушающего напряжения.

Из соотношения (4) видно, что уменьшение размера структурных элементов материала препятствует его разрушению.

Рассмотрим вопрос о применимости модели Холла-Петча и уравнения Мотта-Стро к горным породам. Для этого воспользуемся математической моделью термоакустоэмиссионного эффекта памяти в горных породах, обоснованной в работе [9], и проведем вычислительный эксперимент.

Реализацию модели рассмотрим на следующем тестовом примере: в бесконечно тонкой кварцевой пластине (плоская постановка задачи) под наблюдением находится n^2 зерен квадратной формы размером $a \times a$ м. Зерна расположены в виде квадрата $n \times n$. На границах зерен случайным образом расположены N трещин случайной длины. Тепловое воздействие моделируется приложением на бесконечности градиента температур $grad(T_0)$ вдоль одной из осей. Температуру зерна в предложенной модели можно определить по расчетной формуле:

$$T_i = \left\langle E + B \cdot (\lambda_n - \lambda_{\varphi\psi\theta}) \right\rangle \times \left\langle \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\langle E + B \cdot \begin{pmatrix} \lambda(\varphi, \psi, \theta) \\ -\lambda_{\varphi\psi\theta} \end{pmatrix}^{-1} \right\rangle \cdot d\varphi d\psi d\theta \right\rangle^{-1} \times grad(T_0), \quad (5)$$

где E – единичная матрица третьего ранга; $\lambda_{эфф} = 8,1 \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К}}$ – эффективное значение тензора λ_0 ; λ_n – тензор коэффициента теплопроводности n -го зерна; $grad(T_0)$ – градиент температуры; $\langle \rangle^{-1}$ – операция нахождения об-

ратной матрицы; $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ – кон-

станта; $\lambda_0 = \begin{pmatrix} 6,5 & 0 & 0 \\ 0 & 6,5 & 0 \\ 0 & 0 & 11,3 \end{pmatrix}$ – тензор

коэффициента теплопроводности кварца, приведенный к главным осям.

В каждом зерне тензор λ_n ориентирован случайно относительно главных осей. Для каждой из рассматриваемых трещин проверяется выполнение условия превышения действующего коэффициента интенсивности напряжений K_I второго типа над его критическим значением K_{IIc} .

$$K_{IIc}(\pm L) = \mp \frac{\alpha E_0 \sqrt{\pi}}{4(1-\nu)s} \Delta t L^{3/2} \geq K_I \quad (5)$$

где α – коэффициент линейного теплового расширения, $1/\text{К}$; E_0 – модуль Юнга, Па; ν – коэффициент Пуассона; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К), причем все эти величины являются эффективными характеристиками; s – раскрытие трещины, L – ее длина, Δt – перепад температур на берегах трещины.

В случае выполнения условия (5) длина и раскрытие трещины скачкообразно увеличатся, прочностные свойства геоматериала на границах с трещиной ухудшатся, а аппаратура зафиксирует акустический импульс, то есть произойдет акт термоакустической эмиссии.

Таким образом, изменяя циклически градиент температуры $grad(T_0)$ и контролируя при этом величину суммарной акустической эмиссии, можно регистрировать явление ТЭП в вышеописанной модели.

Для реализации подобных расчетов была создана проблемно-ориентированная программа, предназначенная для моделирования термоакустоэмиссионных эффектов памяти [10, 11].

Численные расчеты проводились при следующих исходных данных:

число зерен в модели $n^2 = 10000$; число трещин – 1000; модуль Юнга $E = 105,8$ ГПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$; температурный коэффициент линейного расширения $\alpha = 10^{-4} \text{ К}^{-1}$; вязкость разрушения $K_{IIc} = 11000 \text{ кН/м}^{3/2}$.

Модель подвергалась двум циклам нагрева: 1 цикл (прогревочный) – от 0 до 100 °С; 2 цикл – от 0 до 200 °С. В каждом цикле строилась зависимость величины интегральной акустической эмиссии N от размера зерна. Такие зависимости были построены для различных размеров зерна a в диапазоне от 0,25 до 2 мм.

Мы предполагаем, что величина прочности моделируемого таким образом геоматериала обратно пропорциональна величине суммарной акустической эмиссии. Для дальнейшего анализа переведем значения суммарной акустической эмиссии в безразмерные величины $N_{норм}$, отнормировав их к максимальному значению в ряду, и построим зависимость обратной величины $\sigma = 1/N_{норм}$ от размера зерна. Результаты представлены на рис. 1 и 2.

На рис. 1 показана зависимость величины безразмерной прочности

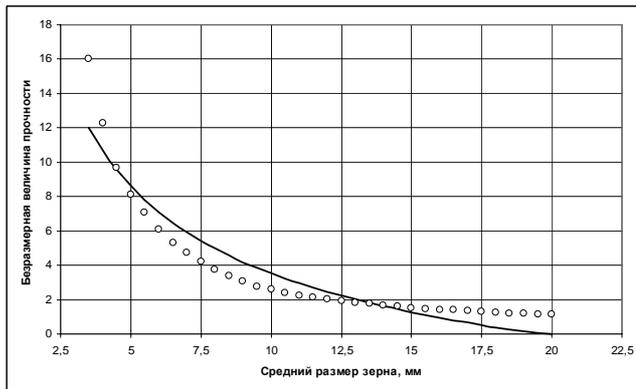


Рис. 1. Зависимость величины безразмерной прочности $\sigma = 1/N_{\text{норм}}$ от размера зерна \bar{d} для первого цикла прогрева

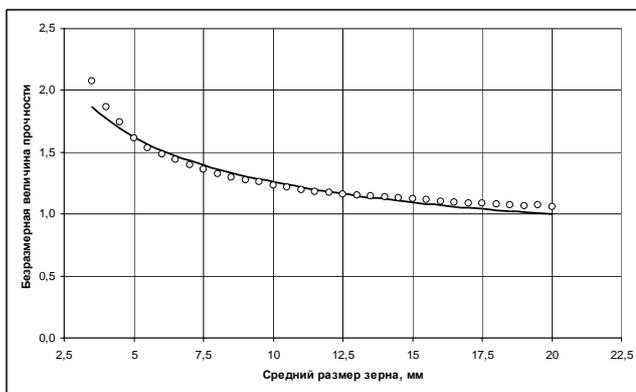


Рис. 2. Зависимость величины безразмерной прочности $\sigma = 1/N_{\text{норм}}$ от размера зерна \bar{d} для второго цикла прогрева

$\sigma = 1/N_{\text{норм}}$ от размера зерна \bar{d} для первого цикла прогрева, на рис. 2 – такая же зависимость для второго цикла прогрева. Кружками отмечены расчетные точки, полученные в результате обработки результатов моделирования, а сплошной линией пока-

зана подобранная по расчетным точкам методом наименьших квадратов зависимость $\sigma(\bar{d})$.

Зависимости $\sigma(\bar{d})$ и коэффициенты корреляции r между «экспериментальными» и «расчетными» точками для каждого из двух рассмотренных циклов прогрева таковы (при условии, что размер зерна задается в миллиметрах):

$$\sigma_1 = -8,783 + \frac{0,389}{\sqrt{\bar{d}}}; \quad (6)$$

$$r_1 = 0,947$$

$$\sigma_2 = 0,372 + \frac{0,028}{\sqrt{\bar{d}}}; \quad (7)$$

$$r_2 = 0,980$$

Из сравнения (1), (3) и (4) с (6) и (7) можно сделать предварительный вывод о применимости модели Холла-Петча для объяснения взаимосвязи между ТЭЭ в горных породах с их прочностью и средними размерами зерен, а также о принципиальной возможности оценки последних на основе измерения величины интегральной ТЭЭ. Дальнейшая проверка этого вывода предполагает проведение экспериментальных исследований ТЭЭ на образцах пород одного генотипа, отличающихся величиной среднего размера зерен и прочностью.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 10-06-00141).

1. Лавров А.В., Шкуратник В.Л. Акустическая эмиссия при деформировании и разрушении горных пород (обзор). // Акустический журнал. – 2005. – т. 51. Приложение – С. 6 – 18.
2. Eberhardt E., Stimpson B., Stead D. Effects of grain size on the initiation and propagation thresholds of stress-induced brittle fractures // Rock Mechanics and Rock Engineering. – 1999. – V. 36, № 4. – P. 255–270.
3. Prikriř R., Lokajićek T., Rudajev V. Acoustic emission characteristics and failure of uniaxially stressed granitic rocks: the effect of rock fabric // Rock Mechanics and Rock Engineering. – 2003. – V. 32, № 2. – P. 81–99.
4. Шулаев В.М., Андреев А.А., Картазов Г.Н. Об эффекте прироста твердости в покрытиях нитрида молибдена // ВАНТ. – 2006. – № 1. – С. 195–198.
5. Гольдштейн М.И., Литвинов К.С., Бронфин Б.М. Металлофизика высокопрочных сплавов. – М.: Металлургия, 1986.
6. Приходько В.М., Петрова Л.Г., Чудина О.В. Металлофизические основы разра- боток упрочняющих технологий. – М.: Машиностроение, 2003.
7. Tabor D. The Hardness of Metals. London: Oxford University Press, 1951.
8. Сегал В.М., Резников В.И., Копылов В.И. и др. Процессы структурообразования при пластической деформации металлов. – Минск: Наука и техника, 1994.
9. Винников В.А., Шкуратник В.Л. О теоретической модели термоэмиссионного эффекта памяти в горных породах // ПМТФ.– 2008. – № 2. – С. 172-177.
10. Винников В.А., Шкуратник В.Л., Кириченко И.В. Моделирование термоэмиссионных эффектов памяти в неоднородных горных породах // ГИАБ. – 2008. – № 5. – С. 81–88.
11. Винников В.А., Кириченко И.В. Модель термоэмиссионного эффекта памяти в горных породах «ТЕМЕ», версия 1.0 // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010613218 от 14 мая 2010 г. **ГИАБ**

Коротко об авторах

Винников В.А. – кандидат технических наук, доцент кафедры Физики горных пород и процессов,
 Кириченко И.Н. – ассистент кафедры Физики горных пород и процессов,
 Шкуратник В.Л. – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой Физико-технический контроль производства,
 Московский государственный горный университет,
 Moscow State Mining University, Russia, ud@msmu.ru



В каком порядке публикуются статьи ГИАБ?

В первую очередь публикуются статьи обзорного характера, интересные для специалистов, диссертантов, студентов. Затем – статьи авторов, работающих на предприятиях, с которыми у ГИАБ есть прямые договоры. В последнюю очередь – статьи «Недели горняка». Редакционный портфель заполнен статьями на 2–3 года вперед. Впрочем, существует режим публикации «Молния». Он финансируется из фонда поддержки горного книгоиздания.

