

УДК 534-16

Ю.Н. Бауков, Е.А. Райковская, О.А. Ильина

О ФОРМЕ УДАРНОГО ИМПУЛЬСА ПРИ ИССЛЕДОВАНИЯХ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ УПРУГИХ ПЛАСТИН

Проведены теоретические исследования особенностей изгибных колебаний упругих пластин различных толщин при ударном воздействии на них с целью выявления зависимости изменения характера спектральной плотности виброакустического отклика пластин на ударное воздействие.

Ключевые слова: ударное воздействие, упругие пластины, спектра отклика пластины.

Семинар № 2

Y.N. Baukov, E.A. Raykovskaya,
O.A. Ilyina

THE IMPACT IMPULSE FORM WHEN STUDYING THE BENDING VIBRATION OF THE ELASTIC PLATES

The theoretical studies on the bending vibration peculiarities of the elastic plates of the different thickness during the impact action on them to define the character of the change of the spectral density of the vibro-acoustic response of the plates are presented.

Key words: impact action, elastic plates, plate response specters.

При решении задачи о колебаниях упругой пластины под действием на нее внешней силы в виде ударного воздействия, в частности, при расчете спектра отклика пластины на такого рода внешнюю силу, весьма значимым является вопрос о выборе вида функции, описывающей внешнюю силу, достаточно адекватно отражающей реальные процессы взаимодействия ударной системы с поверхностью пластины.

Вопрос об описании ударного взаимодействия упругих тел имеет весьма значительную историю [1] и рассмотрен на самом различном уровне при решении разнообразных технических задач [2, 3, 4, 5].

Наиболее простой является временная функция $f(t)$, определяющая импульс силы, возникающий в результате взаимодействия ударника с поверхностью контролируемого объекта, в виде одного полупериода синусоиды [3]:

$$f(t) = \begin{cases} F_{\max} \sin\left(\pi \frac{t}{\tau}\right) & \text{при } 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & \text{при } t > \tau \end{cases}, \quad (1)$$

где τ - длительность ударного импульса.

Согласно теории удара Герца сила соударения $f(t)$ приближенно определяется следующим образом:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{3.35mV_0}{\tau} \sin \frac{\pi}{\tau} t & \text{при } 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & \text{при } t \geq \tau \end{cases}, \quad (2)$$

где τ - длительность соударения, с; V_0 - относительная скорость движения соударяющихся тел, м/с; m - приведенная масса соударяющихся тел, кг.

Длительность соударения на основании теории Герца [1] равна:

$$\tau = \frac{2.94}{V_0^{1/5}} \left(\frac{5m}{4K} \right)^{2/5}, \quad (3)$$

$$\text{где } m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad (4)$$

m_1 и m_2 - массы сталкивающихся тел;
 K - постоянная, зависящая от геометрии контактирующих в момент удара поверхностей и от упругих параметров тел

$$K = \frac{\pi q}{N \sqrt{A+B}};$$

$$N = \frac{3}{4} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} - \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right), \quad (5)$$

где E_i и ν_i - модуль Юнга и коэффициент Пуассона i -го тела;

$$A+B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2'} \right);$$

R_i и R_i' - главные радиусы кривизны соударяющихся тел в точке их касания.

В частном случае при ударе тела со сферической контактной поверхностью по плоскости: $R_1 = R_1' = 0$, $R_2 = R_2' \rightarrow \infty$, откуда

$$A+B = \frac{1}{2R_1}. \quad (6)$$

q - постоянная, определяемая R_i и R_i' и углом между ними.

В частном рассматриваемом выше случае $q = 0.318$.

Модуль спектральной плотности функции вида (1) описывается следующим выражением [6]:

$$|S(\omega)| = \frac{2F_m \tau}{\pi} \frac{\cos \frac{\omega \tau}{2}}{1 - \left(\frac{2}{\pi} \omega \frac{\tau}{2} \right)^2}, \quad (7)$$

или

$$|S(f)| = \frac{2F_m \tau}{\pi} \frac{\cos(\pi f \tau)}{1 - (2f\tau)^2}. \quad (8)$$

Спектр вида выражения (7) представлен на рис. 1.

В спектре такого ударного импульса до 90% энергии сосредоточено в главном лепестке спектра в интервале частот: $0 < \omega < 3\pi/\tau$, то есть частота, в пределах которой заключена основная доля энергии ударного импульса, равна

$$f_{zp} \cong 1.5/\tau. \quad (9)$$

Отсюда следуют условия эффективного возбуждения изгибных колебаний дефектного участка объекта.

1. Основная частота изгибных колебаний расслоившегося участка объекта должна быть ниже f_{zp}

$$f_0 = f_{11} < f_{zp}. \quad (10)$$

2. Ширина амплитудно-частотной характеристики изгибных колебаний дефектного участка объекта $\Delta f_{изг}$ на основной частоте должна по возможности укладываться внутри рабочего диапазона

$$\frac{\Delta f_{изг}}{f_{zp}} = \eta f_0 / f_{zp} = \max, \quad (11)$$

где η - коэффициент потерь в материале пластины

$$\eta = \frac{\alpha C_p}{\pi f}; \quad (12)$$

α - коэффициент поглощения; C_p - скорость продольных волн в материале пластины,

$$C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}}, \quad (13)$$

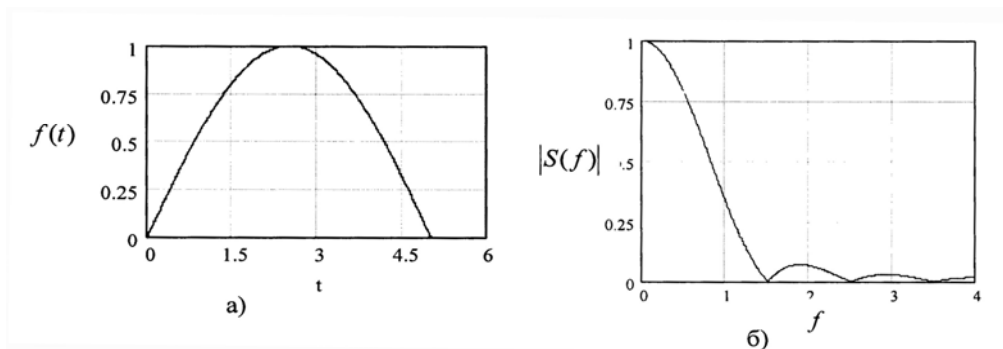


Рис. 1. Временная функция импульса силы в виде одного полупериода синусоиды -а) и ее спектральная плотность - б)

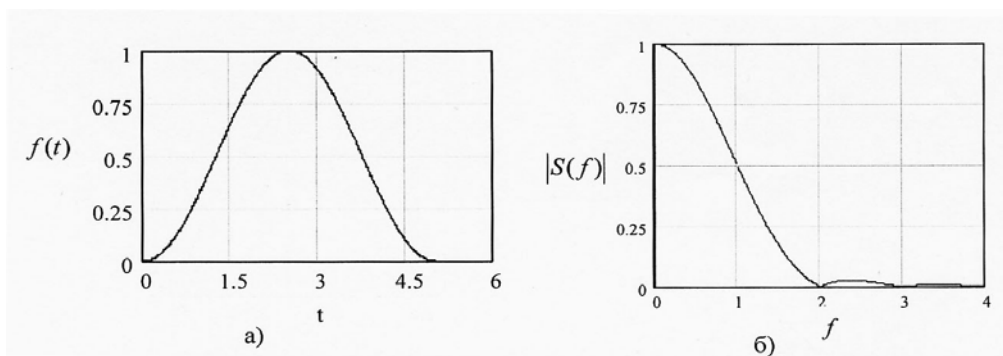


Рис. 2. Временная функция импульса силы в виде квадратичной синусоиды - а) и ее спектральная плотность - б)

где E , ν и ρ - модуль Юнга, коэффициент Пуассона и плотность материала пластины.

При проведении исследований в методе «свободных колебаний» в практике низкочастотных методов дефектоскопии [2, 7], в частности при описании формы ударных импульсов, возникающих при падении шара массы m с высоты h на поверхность упругого полупространства, используется несколько иная (более сложная) аппроксимирующая функция таких импульсов:

$$f(t) = F_m \sin^2\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) \text{ при } 0 \leq t \leq \tau, \quad (14)$$

$$\text{где } F_m = \frac{4m\sqrt{2gh}}{\tau}; \quad (15)$$

g - ускорение свободного падения.

Модуль спектральной плотности данной временной функции имеет вид [8]

$$|S_1(f)| = F_m \tau \frac{\sin \frac{\pi f \tau}{2}}{\frac{\pi f \tau}{2}} \cdot \frac{\cos \frac{\pi f \tau}{2}}{[1 - (f\tau)^2]}. \quad (16)$$

Графическая зависимость модуля спектра $|S_1(f)|$ представлена на рис. 2.

Величина $F_m \tau = I$ - так называемый импульс силы [8]. В дальнейших расчетах нами будет приниматься, что $I = 1$.

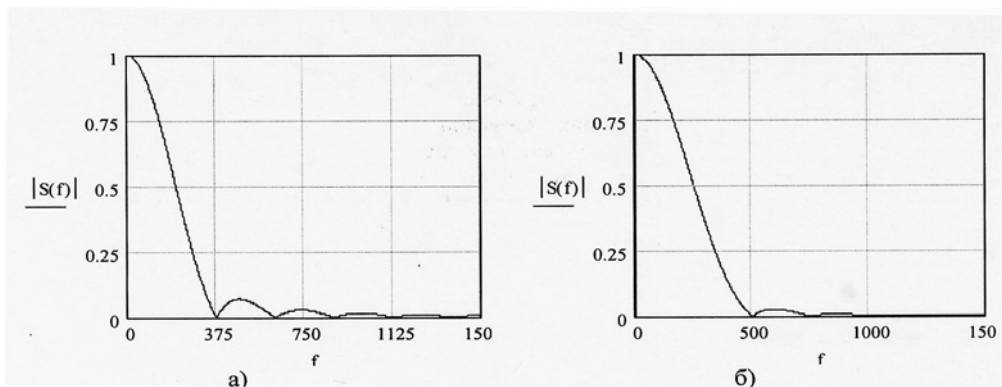


Рис. 3. Модуль спектральной плотности ударного импульса длительностью $\tau = 0.004$ с для временной функции в виде синуса - а) и временной функции в виде квадрата синуса - б)

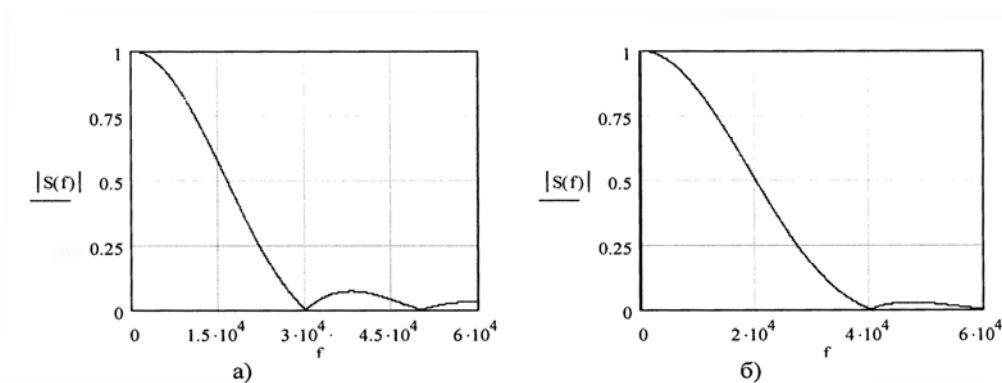


Рис. 4. Модуль спектральной плотности ударного импульса длительностью $\tau = 0.00005$ с для временной функции в виде синуса - а) и временной функции в виде квадрата синуса - б)

Для данных исследований такое положение не имеет принципиального значения, т.к. результаты расчетов спектральных откликов упругой пластины на ударное воздействие со спектральными плотностями, задаваемыми в обоих видах показали, что такая замена приводит лишь к изменению масштаба спектров по оси ординат, но совершенно не влияет на качественный характер результирующих спектральных характеристик и их количественное соотношение по оси частот.

Сравнивая спектры функции вида (1) и (14) можно заметить, что качественно они весьма похожи друг на друга. Было проведено количественное сравнение таких спектров для конкретных значений длительности ударных импульсов τ , которые реализуются при практическом применении данного разрабатываемого метода виброакустического контроля многослойных конструкций.

Так были построены модули спектральной плотности согласно выра-

жениям (8) и (16) с учетом сделанного выше замечания для величин $\tau_i = 0.01; 0.004; 0.002; 0.001; 0.00005$ с.

По рассчитанным спектрам на основании стандартной методики на уровне $0.1|S_{\max}|$ была определена ширина главного лепестка спектральной плотности Δf_{Si} . На основании этого для каждой величины τ_i рассчитывалась относительная разность ширины спектральной плотности Δf_{Si} для двух типов функций ударного воздействия (1) и (14)

В результате было получено, что указанная относительная разность ширины основного лепестка спектральной плотности составляет около 22%. Примеры расчетов обоих типов спектров для двух величин τ :

$\tau_1 = 0.004$ с; $\tau_2 = 0.00005$ с представлены на рис. 3 и 4.

С учетом того, что проводимые теоретические исследования особенностей изгибных колебаний упругих

пластин различных толщин при ударном воздействии на них имеют качественный характер и целью таких исследований является выявление зависимости изменения характера спектральной плотности виброакустического отклика пластин на ударное воздействие от различных количественных параметров ударной системы, можно сделать вывод о возможности использования в дальнейшем в качестве аппроксимирующей функции импульса силы наиболее простого выражения (1).

Правомерность такого вывода была подтверждена еще и тем, что при расчете спектральных откликов пластин различных толщин на ударное воздействие в свободном состоянии и лежащих на упругом основании, проведенного для ряда значений τ с использованием выражения (16), были получены спектры весьма приближающиеся по своим характеристикам к результатам расчетов с использованием выражения (8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдсмит Р. Удар. – М.: Мир, 1965.
2. *Неразрушающий контроль и диагностика: Справочник*/ В.В. Клюев, Ф.Р. Соснин, В.Н. Филинов и др.; Под ред. В.В. Клюева. – М.: Машиностроение, 1995.
3. Павлов Б.В. Акустическая диагностика механизмов. – М.: Машиностроение, 1971.
4. Батуев Г.С. Инженерные методы исследования ударных процессов. 1977.
5. Глаговский Б.А., Москвиченко И.Б. Низкочастотные акустические методы контроля в машиностроении. Л.: Машиностроение, 1977.
6. Харкевич А.А. Спектры и анализ. – М.: ГИТТЛ, 1957.
7. Ланге Ю.В. Акустические низкочастотные методы и средства неразрушающего контроля многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1991.
8. Скучик Е. Основы акустики. Т.1. – М.: «Мир», 1976. **ИДБ**

Коротко об авторах

Бауков Ю.Н. – доцент кафедры ФТКП,
Райковская Е.А. – студентка факультета ФТ,
Ильина О.А. – студентка факультета ФТ,
Московский государственный горный университет. ud@msmu.ru