© Г.О. Абрамян, Д.В. Лакатош, 2008

УДК 517:553

Г.О. Абрамян, Д.В. Лакатош

АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ МЕСТОРОЖДЕНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ МНОЖЕСТВ

Семинар № 1

Предложен новый подход к исследованию поля месторождения на основе теории случайных множеств с учетом изменчивости непрерывных и дискретных показателей месторождения.

Надежность и эффективность планирования горных работ зависит не только от количества исходных данных о показателях (горно-геологических факторах) месторождения, но и соответствия используемой математической модели поля месторождения (ПМ) характеру размещения показателей месторождения в пространстве недр.

Часто характер размещения горно-геологических факторов является не только непрерывным, но и дискретным. Используемые же математические модели месторождений, в основе которых прямо или косвенно лежит теория случайных функций ТСФ, применимы к моделированию только непрерывных полей.

В математических моделях месторождений на основе ТСФ каждая точка пространства недр определяется случайной функцией координат. Она состоит из двух слагаемых: закономерной (X, Y, Z), зависящей от координат, и случайной δ: $F_{ТСФ} = F(X, Y, Z) + \delta$. В стационарных случайных функциях при шаге наблюдений Δl меньше радиуса автокорреляции $R(l)$ математической моделью изменчивости непрерывного горно-геологичес-кого фактора служит автокорреляци-онная функция (АКФ) или ее производная (вариограмма, структурная функция и т.д.).

Если $\Delta l \geq R(l)$, то АКФ принимает значение равное нулю, модель месторождения на основе ТСФ переходит в модель на основе математической статистики $F_{MC} = f(\delta)$ и моделью изменчивости служит среднеквадратическая погрешность случайной величины $\pm\sigma$ или относительная величина – коэффициент вариации V.

Рассмотрим суть подхода к исследованию ПМ на основе теорией случайных множеств (ТСМ), которая учитывает не только изменчивость непрерывных но и дискретные показателей месторождения. С толчки зрения ТСМ ПМ есть случайное множество A случайных подмножеств - горно-геологических факторов A_i к основным его характеристикам которых относятся статические и динамические параметры множества A.

Статическими параметрами множества А являются такие наиболее общие понятия как плотность ρ и расстояние d. С их помощью характеризуется i-й горно-геологический фактор A_i в m-мерном пространстве R^m. Под плотностью случайного подмножества А понимается количественная мера характеристики единицы R^m (содержание, плотность и т.д.), а

под расстоянием – количественная мера интервала между различными точками пространства в координатах R^m. При m=3 с помощью d описывается геометрические параметры случайных подмножеств: точка, длина, площадь и объем.

К параметрам динамики (изменчивости) множества A относятся их внутригрупповые и межгрупповые стохастические характеристики. К ним относятся корреляционные функ-ции $K(l)$ и функции переходных вероятностей $P(l)$ статических параметров ρ и d. Внутригрупповые динамические параметры характеризуют структуру и внутренние связи подмножеств A_i, а межгрупповые – структуру и внутренние связи (между подмножествами) полного множества A.

Статические и динамические параметры A позволяют рассматривать A_i, с двух точек зрения, как случайные события и случайные величины, в первом случае происходит оценка вероятности появления случайного подмножества A_i или его параметра, а во втором – оценка его параметров. Они, в конечном счете, определяют уравнение пространственно-времен-ного состояния множества A:

$$ПМ[A \in =(X, У, Z, T)] = =F[P(l),K(l)] \pm f(\gamma_р, \gamma_к) \quad (1)$$

где $\gamma_р$, *и* $\gamma_к$ - случайные составляющие $P(l)$ и $K(l)$, соответственно.

Основным аппаратом исследования ПМ в ТСМ является кусочно-непрерывная пошаговая корреляционная матрица (ПКМ). Каждая ее ячейка содержит соответствующие элементы дискретной $ПКМ_д$ и непрерывной пошаговой матриц $ПКМ_н$:

$$ПКМ = \begin{array}{c|ccccccc} & A_1 & & A_j & & A_n & \\ A_1 & P_{11}(l)\,K_{11}(l) & \dots & P_{1j}(l)\,K_{1j}(l) & \dots & P_{1K}(l)\,K_{1N}(l) & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_j & P_{i1}(l)\,K_{i1}(l) & \dots & P_{ij}(l)\,K_{ij}(l) & \dots & P_{iK}(l)\,K_{iN}(l) & \\ & & & \dots & \dots & \dots & \\ A_n & P_{N1}(l)\,K_{N1}(l) & & P_{Nj}(l)\,K_{Nj}(l) & \dots & P_{KK}(l)\,K_{NN}(l) & \end{array} \quad (2)$$

где $P_{ij}(l)$ и $K_{ij}(l)$ – функция переходных вероятностей и корреляционная функция связи между A_i и A_j;, i и j – номер строки и столбца матрицы, а также номер подмножества.

Диагональные элементы ПКМ ($i = j$) отражают связи внутри A_i,, а не диагональные ($i \neq j$) между различными A_i. При равенстве $P_{ij}(l)$ единице ПКМ переходит в непрерывную $ПКМ_н$:

$$ПКМ_н = \begin{array}{c|ccccc} & A_1 & A_j & & A_n & \\ A_1 & K_{11}(l) & \dots K_{1j}(l) & \dots & K_{1N}(l) & \\ & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ A_j & K_{i1}(l) & \dots & K_{ij}(l) & \dots & K_{iN}(l) \\ & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ A_n & K_{N1}(l) & \dots K_{Nj}(l) & \dots & K_{NN}(l) & \end{array} \quad (3)$$

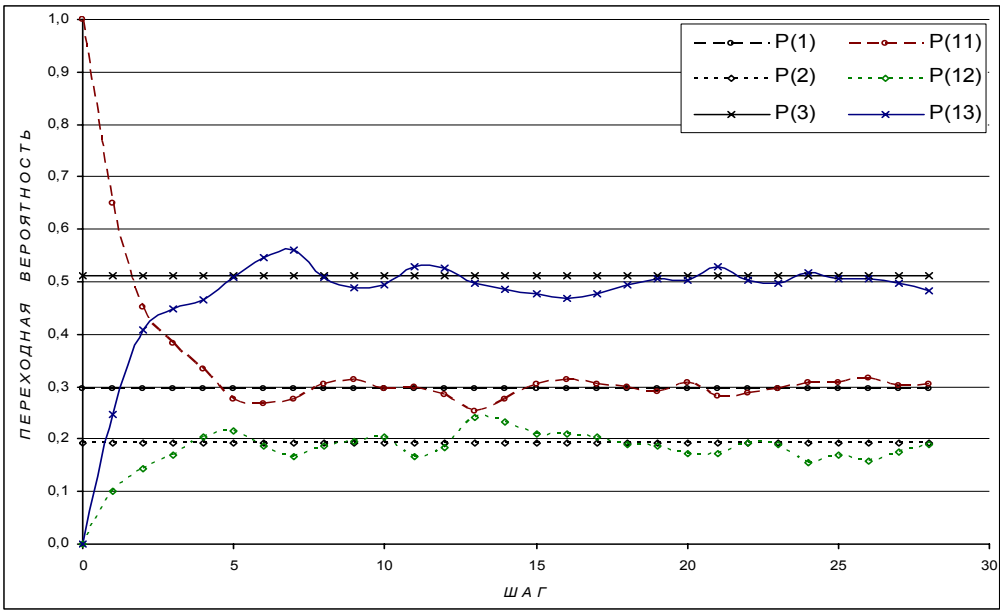
Свойства $ПКМ_н$ хорошо известны из ТСФ, ее элементы $K_{ij}(l)$ суть случайные функции, зависящие от параметра l (время, расстояние).

При равенстве $K_{ij}(l)$ единице ПКМ переходит в дискретную $ПКМ_д$:

$$ПКМ_д = \begin{array}{c|ccccc} & A_1 & A_j & & A_n & \\ A_1 & P_{11}(l)) & \dots P_{1j}(l) & \dots & P_{1K}(l) & \\ & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ A_j & P_{i1}(l) & \dots P_{ij}(l) & \dots & P_{iK}(l) & \\ & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ A_n & P_{N1}(l) & \dots P_{Nj}(l)) & \dots & P_{KK}(l) & \end{array} \quad (4)$$

Эта матрица является дискретным аналогом $ПКМ_н$, ее элементы по главной диагонали отражают вероятностные связи A_i «самим с собой» аналогично АКФ в ТСФ, а по не главной диагонали – с другими A_j подобно корреляционным функциям.

На рисунке приведены функции переходных вероятностей, полученные на основе статистического моделирования ПМ при количестве подмножеств



A_i N=3. Стационарные (безусловные) вероятности исходных A_i составляют $P_1 = 0{,}30$, $P_2 = 0{,}19$ и $P_3 = 0{,}51$. Как видно из графика функция P_{ij} при $i = j$, (диагональные элементы матрицы), с увеличением шага исследования стремится к своей стационарной вероятности P_i. По своему характеру диагональные функции переходных вероятностей имеют вид АКФ. Поэтому функция переходных вероятностей при $i = j$ (или производные от нее), также как и АКФ (или производные от нее) в случае непрерывных факторов, является моделью изменчивости для дискретных горно-геологических факторов.

Результаты статистического моделирования ПМ были проверены на медно-колчеданном месторождений «Урупский», бокситовом месторождении северного Урала «Красная шапочка», а также на ряде полиметаллических месторождениях Средней Азии. Использование ТСМ на этих месторождениях позволило существенно понизить погрешность оконтуривания дискретных горно-геологических фак-торов, тем самым повысить надежность планирования горных работ и эффективность эксплуатации месторождения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ершов В.В.* Основы горнопромышленной геологии. - М.: Недра, 1988, 328 с.

2. *Матерон Ж.* Случайные множества и интегральная геометрия.- М.: Мир, 1978, 318 с.

ГИАБ

Коротко об авторах

Абрамян Г.О. – доцент кафедры МДиГ,
Лакатош Д.В. – аспирант кафедры МДиГ,

Московский государственный горный университет.

Доклад рекомендован к опубликованию семинаром № 1 симпозиума «Неделя горняка-2008».
Рецензент д-р техн. наук, проф. *А.М. Гальперин.*