© Н.П. Хрунина, 2008

УДК 622:51.001.57

Н.П. Хрунина

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ НОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПРИ УЛЬТРАЗВУКОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ПЕСЧАНО-ГЛИНИСТУЮ ПОРОДУ В ВОДЕ

Семинар № 4

Развитие современных физических методов и средств трансформации горной породы, основанных на контроле за изменениями микропоказателей (удельной межфазной поверхности частиц размером менее 500 и более 1 мкм) для создания высокоэффективных технологий по извлечению ценных компонентов, потребовало решения новой теоретической задачи. Явления, наблюдающиеся в сплошных средах, описываются уравнениями механики сплошной среды, а если среда обладает свойством текучести – уравнениями гидроаэродинамики [1, 2, 3]. Одним из общих подходов к исследованию задач оптимального проектирования неоднородных структур является вариационный. В работе [4] рассмотрена проблема, которая ограничена изучением случая распространения акустических волн в рамках линейной акустики для направленного управления свойствами синтезируемой структуры. Для исследования поставленной задачи была использована система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V_s}{\partial t} + \dfrac{1}{\rho_s}\nabla P_s = 0, \\ \dfrac{\partial P_s}{\partial t} + \rho_s c_s^2 div V_s = 0, \end{cases}$$

где ρ_s - плотность синтезируемого материала; P_S – давление; V_s – скорость; c_s – скорость распространения волны; t – время.

Исследуемый процесс ультразвукового воздействия на песчано-глинистую породу в водной среде включает упругопластическую деформацию и разрушение с образованием новых поверхностей дисперсных частиц. Закономерности этих изменений описываются законами Кирпичева - Кика, Риттингера, Ребиндера и Гиббса [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]. Целью работы явилось изучение влияния основных параметров процесса: времени воздействия τ, частоты ультразвукового излучения f, амплитуды звукового давления P или интенсивности ультразвуковой волны I на структурно–механическую перестройку песчано–глинистой породы в воде, которая представляет собой диссипативно - дисперсионную среду постоянного объема, находящуюся под постоянным внешним давлением.

В качестве базового уравнения, положенного в основу теоретического описания процесса ультразвукового инициирования, используется уравнение Гиббса. Изменение термодинамического потенциала dE системы поверхностей золотосодержащих глинистых частиц, находящихся в воде при внешних постоянных давлении и температуре, представляется в виде [5].

$$dE = -SdT + Vdp + \sigma dS + \Sigma\mu dN + F\Sigma z\varphi dN, \quad (1)$$

где S – изменение энтропии системы поверхностей золотосодержащих глинистых частиц в воде; T – температура системы поверхностей золотосодержащих глинистых частиц в воде; V – изменение объема системы поверхностей золотосодержащих глинистых частиц в воде; P – давление внутри системы поверхностей золотосодержащих глинистых частиц в воде; σ – изменение удельной поверхностной энергии системы дезинтегрированных золотосодержащих глинистых частиц в выбранном размерном диапазоне измерения; S – площадь межфазной поверхности системы дезинтегрированных золотосодержащих глинистых частиц в выбранном размерном диапазоне измерения; μ – изменение химического потенциала поверхностных компонентов системы при взаимодействии частиц между собой в присутствии воды; N – число молей всех поверхностных компонентов системы золотосо держащих глинистых частиц; F – постоянная Фарадея, $F = 9{,}648456 \cdot 10^4$ кл/моль; z – изменение заряда частиц поверхностей определенного сорта; φ - электрический потенциал поверхностной части системы, содержащей частицы определенного типа, или внутренний потенциал различных по химическому составу фаз.

В рассматриваемой системе происходит изменение агрегатного состояния веществ, находящихся преимущественно в конденсированном состоянии (твердом и жидком) и небольшое количество – в газообразном, поэтому различия между изменениями внутренней энергии поверхности частиц и изменениями энтропии S системы поверхностей этих частиц не значительны. Газы находятся, по отношению к количеству массы воды и горной породы, в небольшом объеме и при этом большая их часть растворяется в воде, поэтому возникающее изменение давления dp в системе поверхностей частиц не окажет существенного влияния на изменение термодинамического потенциала dE. Учитывая принятые допущения, уравнение (1) примет вид

$$dE - \Sigma\mu dN - F\Sigma z\varphi dN = \sigma dS. \quad (2)$$

Важным моментом в моделировании процесса структурной перестройки песчано-глинистой породы в воде под действием ультразвука является исследование взаимосвязи интенсивности звука со звуковым давлением. В работах [13, 14, 15], путем объединения динамических уравнений, уравнения непрерывности и состояния, было получено уравнение сохранения энергии. Рассматривая песчано-глинистую породу в воде как диссипативно-дисперсионную среду, мы не будем учитывать релаксационные и дифракционные процессы.

Согласно [16], интенсивность волны описывается уравнением

$$I = P^2(2\rho_c c_c)^{-1}, \quad (3)$$

где P – амплитуда звукового давления; ρ_c – изменение плотности среды; c_c – изменение скорости звука в среде.

При прохождении волны диссипационные потери энергии выражаются экспоненциальной зависимостью [17]

$$I_{дис.} = AIexp(-2\alpha l),$$

где A – поглощательная способность материала; l – расстояние от источника звука до точки измерения интенсивности в среде; α – коэффициент поглощения звуковой энергии средой.

Для волн малой амплитуды и высоких частот поглощение звука в средах со сдвиговой и объемной вязкостью определяется по формуле [17]

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho_c c^3}\left[\frac{4}{3}\eta + \zeta + \chi\left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p}\right)\right],$$

где ρ_c - плотность среды; $\omega = 2\pi f$ - круговая частота звуковой волны; η - коэффициент сдвиговой вязкости; ζ - коэффициент объемной вязкости; χ - коэффициент теплопроводности; C_p – теплоемкость среды при постоянном давлении; C_v - теплоемкость среды при постоянном объеме.

Изменение термодинамического потенциала системы поверхностей частиц при ультразвуковом воздействии dE зависит от мощности, коэффициента полезного действия и конс-труктивных особенностей установки [18]. Физико-химические и структурные изменения нарастают по мере увеличения длительности измельчения и определяются величиной подводимой энергии и количественной составляющей поверхностной массы частиц $\rho_n V_n$

$$dE = \eta W \rho_n V_n d\tau, \qquad (4)$$

где η – коэффициент полезного действия установки; W – мощность подводимой энергии; ρ_n – изменение плотности поверхностной массы частиц; V_n – изменение объема поверхностной массы частиц; τ – время воздействия подводимой энергии.

Амплитуда давления P связана с мощностью W соотношением [17]

$$P = 14{,}4W^{1/2}. \qquad (5)$$

Подстановкой выражения (5) в уравнение (3) получим

$$I = 14{,}4^2 W(2\rho_c c_c)^{-1}.$$

Отсюда

$$W = 14{,}4^{-2}(2I\rho_c c_c). \qquad (6)$$

На основе второго начала термодинамики нестатический процесс необратим, следовательно, параметры меняются с течением времени. Подставляя выражение (6) в уравнение (4), получим

$$dE = 0{,}0096 B\eta I \rho_c c_c \rho_n V_n d\tau,$$

где $\rho_c c_c = \zeta_c$ – изменение волнового сопротивления среды; B – размерный коэффициент.

С учетом диссипационных потерь

$$dE = \eta\, 0{,}0096\, B\zeta_c \rho_n V_n I \times$$

$$\times [1 - A\exp(-2\alpha l)] d\tau. \qquad (7)$$

Подстановкой выражения (7) в (2) получим уравнение непрерывного процесса диспергирования песчано – глинистой породы в воде при ультразвуковом воздействии

$$dS = \{\eta 0{,}0096\, B\zeta_c \rho_n V_n I \times$$

$$\times [1 - A\exp(-2\alpha l)] d\tau - \Sigma\mu dN - F\Sigma z\varphi dN\}\sigma^{-1}. \qquad (8)$$

Принимаем допущение: исключаем учет электрохимического взаимодействия минералов с окружающей средой и между собой. Так как процесс рассматривается в рамках структурно-механической перестройки с учетом исходных структурных параметров системы, изменяющихся физических и количественных характеристик и предусматривает последующую переработку высокоглинистых золотосодержащих объектов россыпей на основе экологически чистых гравитационных, механических и ультразвуковых воздействий, то зависимость (8) можно упростить, исключив выражения, определяющие изменения химической и электрической энергии взаимодействия частиц – $\Sigma\mu dN - F\Sigma z\varphi dN$

$$dS = \eta 0{,}0096\, B\zeta_c \rho_n V_n \sigma^{-1} I \times$$

$$\times [1 - A\exp(-2\alpha l)] d\tau. \qquad (9)$$

Предполагаем, что увеличение межфазной поверхности частиц dS пропорционально не только затрачиваемому на инициирование времени $d\tau$, но и величине S

$dS = 0{,}0096\, B\eta\sigma^{-1}\zeta_c\rho_n V_n I[1-$

$-A\exp(-2\alpha l)]S\cdot d\tau.$

Отсюда, считая величины η и I постоянными во времени, а $\sigma, \zeta_c, V_n, \rho_n$ представляют изменения этих величин, можно записать

$$\int_{S_0}^{S_n} \frac{dS}{S} = 0{,}0096\, B\eta\sigma^{-1}\zeta_c\rho_n V_n\, I \times$$

$$\times [1 - A\exp(-2\alpha l)] \int_0^{\tau} d\tau\ .$$

Производя интегрирование, получим

$$S_n = S_0 \exp 0{,}0096\, B\eta\sigma^{-1}\zeta_c\rho_n V_n I\times$$

$$\times [1-A\exp(-2\alpha l)]\tau, \qquad (10)$$

где S_0 – площадь межфазной поверхности системы частиц в выбранном размерном диапазоне измерения в начале процесса при $\tau=0$.

Учитывая зависимости [5] и (10)

$S = S_{el/}\cdot V_l$ b $S_0|V_l = S_{el0}$

где $S_{уд}$ – удельная межфазная поверхность системы частиц в выбранном размерном диапазоне измерения; $V_д$ – объем дисперсной фазы системы частиц в выбранном размерном диапазоне измерения; $S_{уд.0}$ – удельная межфазная поверхность системы частиц в выбранном размерном диапазоне измерения при $\tau=0$, получим

$$S_{el/}=S_{el/0}\exp 0{,}0096\, D\zeta_c\rho_g\eta\sigma^{-1}V_g I\times$$

$$\times [1-A\exp(-2\alpha l)]\tau. \qquad (11)$$

$$S_{уд.}=S_{уд.0}\exp B\rho_n\eta\sigma^{-1}V_n W\times$$

$$\times [1-A\exp(-2\alpha l)]\tau, \qquad (12)$$

$$S_{уд.}=S_{уд.0}\exp 14{,}4^{-2}B\rho_n\eta\sigma^{-1}V_n P^2\times$$

$$\times [1-A\exp(-2\alpha l)]\tau, \qquad (13)$$

Таким образом, на основе математического моделирования установлено, что удельная поверхность вновь образованных в результате ультразвукового воздействия частиц выражается экспоненциальной зависимостью от амплитуды звукового давления, мощности, интенсивности ультразвука, изменений скорости звука в среде, удельной поверхностной энергии системы дезинтегрированных золотосодержащих глинистых частиц в выбранном размерном диапазоне измерения, волнового сопротивления среды, диссипационных потерь (расстояния от источника излучения, поглощения энергии средой, круговой частоты звуковой волны, сдвиговой вязкости, объемной вязкости, теплопроводности, теплоемкости среды при постоянном давлении, теплоемкости среды при постоянном объеме), изменений плотности среды, плотности поверхностной массы частиц и объема поверхностной массы этих частиц, а также конструктивных особенностей ультразвуковой установки, связанных с эффективностью ее работы [9]. Полученные выражения (11), (12), (13) являются математическим описанием процесса направленного изменения свойств песчано-глинистой породы в водной среде, протекающего при ультразвуковом воздействии на песчано-глинистую породу с учетом термодинамических и структурно-механических особенностей системы. На основании полученных зависимостей направленное изменение свойств высокоглинистых пород определяется состоянием начальных параметров сис-темы, характером изменений удельной поверхностной энергии частиц от интенсивности ультразвука, действительной плотности среды, скорости прохождения звука в ней, диссипационных потерь с учетом поглощения энергии средой, плотности поверхностной массы частиц, объема дисперсной фазы и объема поверхностной массы этих частиц и др.

Разработанные представления о структурно-механических особенно-

стях, устойчивости системы песчано-глинистых пород в воде с учетом термодинамического потенциала дали принципиально новую возможность теоретического обоснования и изучения основного процесса периодического ультразвукового воздействия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ржевкин С.Н.* Курс лекций по теории звука. М.: Изд-во МГУ, 1960. 396 с.
2. *Физическая* акустика. Т.2 /Ред. У. Мэзон. М.: Изд-во ин. лит., 1968. 487 с.
3. *Зарембо Л.К., Тимошенко В.И.* Нелинейная акустика. М.: Изд-во МГУ, 1984. 104 с.
4. *Гусев Е.Л.* Об оптимальном синтезе слоистых неоднородных структур // Акуст. журн. 2002, Т. 48, № 3, С. 325-330.
5. *Фролов Ю.Г.* Курс коллоидной химии. Поверхностные явления и дисперсные системы. – М.: Химия, 1982. – 399 с.
6. *Непомнящий Е.А.* Расчет показателей процессов грохочения и отсадки // Обогащение руд, 1963. – № 6. – С. 20 – 23.
7. *Новицкий Б.Г., Анисимова В.А.* Выбор оптимальных условий для ультразвукового диспергирования суспензий. – М.: Ультразв. техника, 1965. – в. 1.
8. *Бергман Л.* Ультразвук и его применение в науке и технике. – М.: Изд. иностран. лит., 1957. – 726 с.
9. *Хрунина Н.П.* Физические методы интенсификации процессов горного производства при золотодобыче// Горный информационно-аналитический бюллетень. Приложение. Международная научно-прак-тическая конференция «Проблемы комплексного освоения минерального сырья Дальнего Востока» (6-8 сент. 2005 г., Хабаровск) – М.: МГГУ, 2005. – с. 334-341.
10. *Хрунина Н.П.* Способ управления процессом трансформации золотосодержащей породы: Патент RU 2276727 от 20.05.06 г. МПК E21C 45/00, 20.05.06, Бюл. № 14.
11. *Агранат Б.А., Дубровин М.Н., Хавский Н.Н., Эскин Г.И.* Основы физики и техники ультразвука. – М.: В. шк., 1987. – 352 с.
12. *Физика* и техника мощного ультразвука. Источники мощного ультразвука / Под ред. проф. Л.Д. Розенберга. – М.: Наука, 1967. – кн. 1. – 268 с.
13. *Крокер М.Д., Аренс Д.П.* Основы прямых измерений интенсивности звука и их практические применения // Акуст. журн. 2003, Т. 49, № 2, С. 199-214.
14. *Pierce A.D.* Acoustics an introduction to its physical principles and applications, 2nd Ed., Acoustical Society of America, New York, 1989.
15. *Fahy F. J.* Sound intensity, 2nd Ed., E&FN Spon, London, 1995.
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Гидродинамика. – М.: Наука, 1965. – т.VI.
17. *Ультразвук.* Маленькая энциклопедия / под ред. И.П. Голяминой. – М.: Сов. Энциклопедия, 1979. – 400 с.

Бойко В.Ф. Интерпретация средствами гранулометрии процесса измельчения руд // Обогащение руд, 2002. – № 6. – С. 14 – 17 ГИАБ

Коротко об авторе

Хрунина Н.П. – научный сотрудник ИГД ДВО РАН.

Доклад рекомендован к опубликованию семинаром № 4 симпозиума «Неделя горняка-2007».
Рецензент д-р техн. наук, проф. *С.А. Гончаров.*