УДК 622.74

В.А. Рафиенко

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ГРОХОЧЕНИЯ

В технологической цепи операций любой обогатительной фабрики важное место занимают процессы дробления и грохочения. Именно эти процессы определяют производительность фабрики и её технико-экономические показатели. В случаях, когда отделение дробления и грохочения ещё не введено в эксплуатацию, а расчёты инженеров не позволяют дать численно обоснованные значения, считаем необходимым разработать математическую модель процесса грохочения и с помощью ПК на основании этой модели рассчитать технологические параметры процесса грохочения. В дальнейшем, после пуска отделения дробления и грохочения провести сравнительную сверку данных полученных математическим расчётом и опытным путём. В случае получения теоретических данных близких к фактическим, дальнейшую технологическую оценку процесса грохочения других технологических параметров на практике можно будет решать аналитическим путём. Перейдём к обоснованию разработки модели грохочения на основе теории вероятности.

Минимальное количество основных характеристик всей рассматриваемой системы - грохочения подчиняется основному закону распределения Гаусса – это математическое ожидание, дисперсия и корреляционный момент.

Пользуясь понятием элемента вероятности, представим выражение для попадания случайной точки в расчётную произвольную область D. Такая вероятность со всей очевидностью может быть получена путём интегрирования элементов вероятности по всей области D

$$P\left[(X,Y)_D\right] = \int \int f(x,y)\,dx\,dy \cdot$$

Геометрию функции f (x, y) можно изобразить некоторой поверхностью, которая аналогична кривой распределения.

Согласно теории вероятности, двойной интеграл в бесконечных пределах от плотности распределения системы равен 1.

$$\int \int f(x,y)\,dx\,dy = 1$$

В соответствии с теоремой законов умножения, распределение вероятностей попадания случайной величины равна среднему квадратичному отклонению

$$P\left[(X,Y)_{B_k}\right] = 1 - e^{\frac{-k^2}{2}}$$

Из закона распределения Релея, дифференциальная функция распределения F(r) можно выразить следующей формулой

$$F(r) = P(R<r)$$

Это и есть требуемая вероятность получения случайной величины.

Воспользуемся функцией F(r), которая и есть та самая необходимая область получаемой случайной величины.

$$F(r) = 1 - e^{\frac{-k^2}{2}},$$

где $k = \frac{r}{\sigma}$, т.е.

$$F(r) = 1 - e^{\frac{-r^2}{2\sigma^2}}.$$

Дифференцируя функцию F(r), находим плотность распределения

$$f(r) = \frac{r \cdot e^{\frac{-r^2}{2 \cdot \sigma^2}}}{\sigma^2} \text{ при } r > 0 \text{ или } f(r) = 0$$

при $r < 0$.

Полученный закон распределения Релея можно вполне использовать в процессе грохочения. Типичный график функции f (r) в соответствии с этим законом представлен на рис. 1.

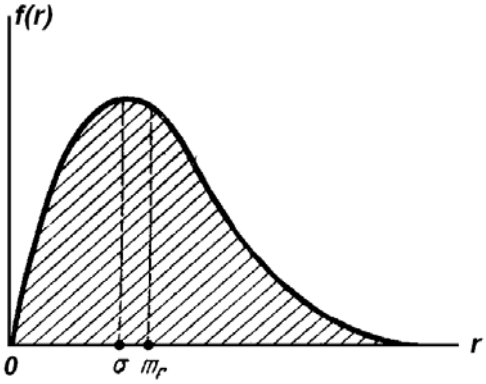


Рис. 1. *Кривая Релея*

Далее находим числовые характеристики величины R-распределения по закону Релея, т.е. находим моду и математическое ожидание. Затем найдём моду $\wp$, т.е. абсциссу точки, в которой плотность вероятности максимальна и продифференцируем f (r) и приравняем производную нулю:

$$1 - \frac{r^2}{\sigma^2} = 0; \qquad \sigma^2 = r^2.$$

Таким образом, корень этого уравнения и есть искомая мода $\wp = \sigma$.

Отсюда наивероятнейшее значение случайной точки R (x, y) от начала координат равно среднеквадратическому отклонению рассеивания, затем находим математическое ожидание m по формуле

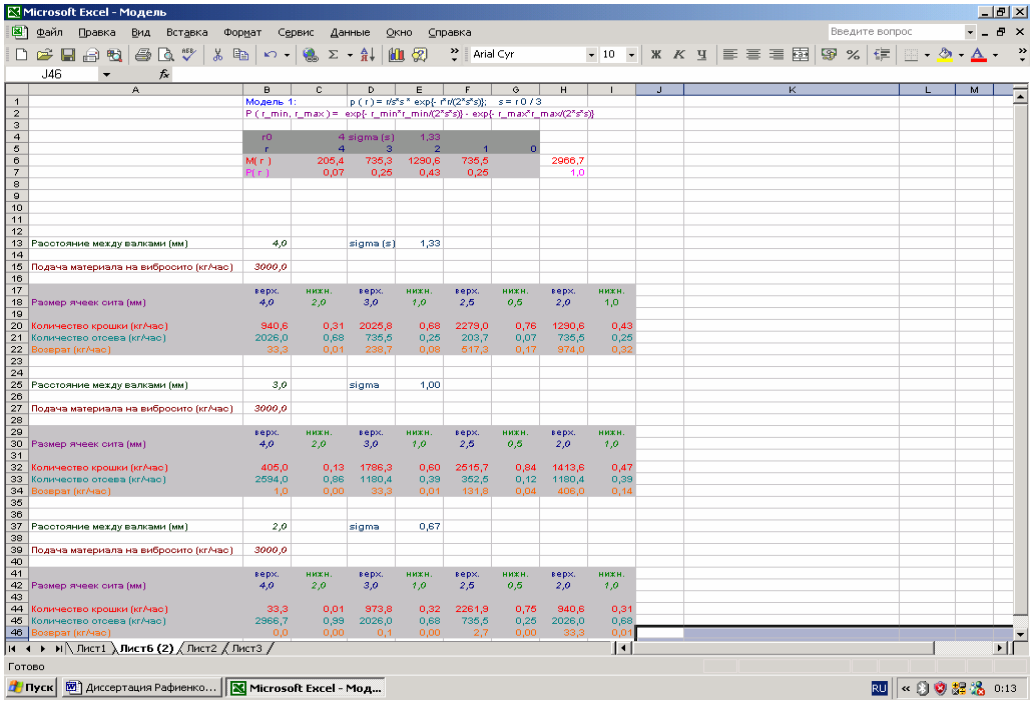
$$m_r = \int_0^{\infty} r f(r)\, dr = \int_0^{\infty} \frac{r^2}{\sigma^2} \cdot e^{\frac{-r^2}{2\sigma^2}}\, dr$$

На основании представленной формулы рассмотрим две математические модели процесса грохочения с различным значением среднеквадратического отклонения σ с различным числовым значением от 1,33 до 0,23. Первая модель предусматривает работу грохота без циркуляционной нагрузки, а вторая – работу грохота с циркуляционной нагрузкой.

Модель 1

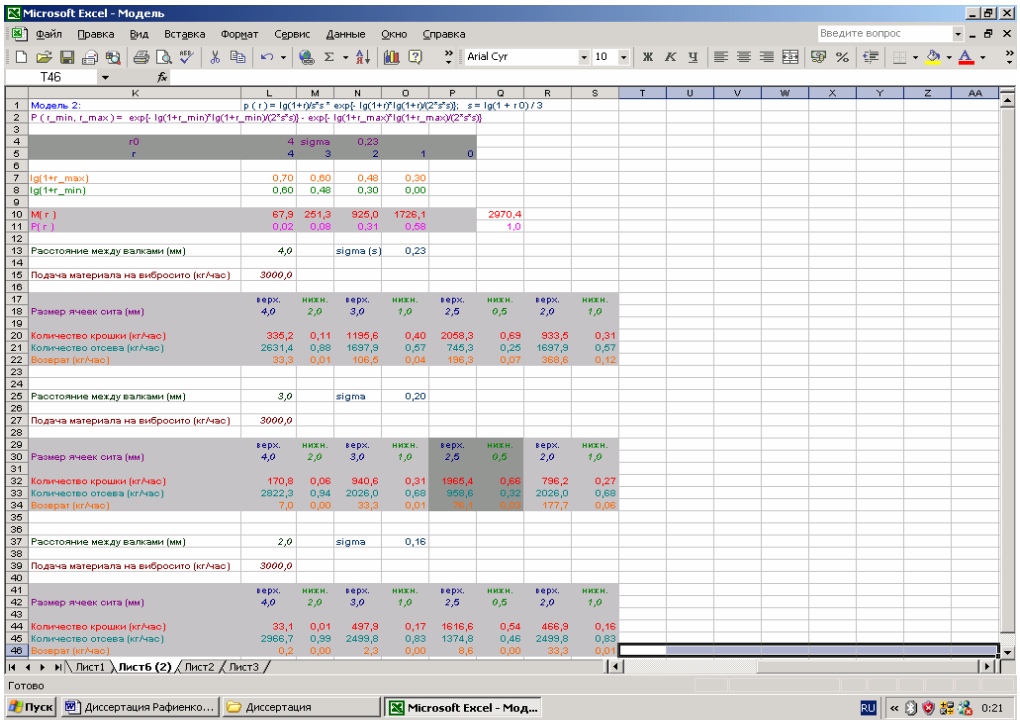
$$f(r) = \frac{r \cdot e^{\frac{-r^2}{2 \cdot \sigma^2}}}{\sigma^2} \qquad F(r) = e^{\frac{-(r_{min})^2}{2 \cdot \sigma^2}} - e^{\frac{-(r_{max})^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$

$$\sigma = \frac{r_0}{3}$$



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Модель 1:		p (r) = r/s^s * exp{- r^r/(2*s^s)};		s = r 0 / 3			
2		P (r_min, r_max) = exp{- r_min^r_min/(2*s^s)} - exp{- r_max^r_max/(2*s^s)}							
3									
4		r0	4	sigma (s)	1,33				
5		r	4	3	2	1	0		
6		M(r)	205,4	735,3	1290,6	735,5		2966,7	
7		P(r)	0,07	0,25	0,43	0,25		1,0	
8									
9									
10									
11									
12									
13	Расстояние между валками (мм)	4,0		sigma (s)	1,33				
14									
15	Подача материала на вибросито (кг/час)	3000,0							
16									
17		верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.
18	Размер ячеек сита (мм)	4,0	2,0	3,0	1,0	2,5	0,5	2,0	1,0
19									
20	Количество крошки (кг/час)	940,6	0,31	2025,8	0,68	2279,0	0,76	1290,6	0,43
21	Количество отсева (кг/час)	2026,0	0,68	735,5	0,25	203,7	0,07	735,5	0,25
22	Возврат (кг/час)	33,3	0,01	238,7	0,08	517,3	0,17	974,0	0,32
23									
24									
25	Расстояние между валками (мм)	3,0		sigma	1,00				
26									
27	Подача материала на вибросито (кг/час)	3000,0							
28									
29		верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.
30	Размер ячеек сита (мм)	4,0	2,0	3,0	1,0	2,5	0,5	2,0	1,0
31									
32	Количество крошки (кг/час)	405,0	0,13	1786,3	0,60	2515,7	0,84	1413,6	0,47
33	Количество отсева (кг/час)	2594,0	0,86	1180,4	0,39	352,5	0,12	1180,4	0,39
34	Возврат (кг/час)	1,0	0,00	33,3	0,01	131,8	0,04	406,0	0,14
35									
36									
37	Расстояние между валками (мм)	2,0		sigma	0,67				
38									
39	Подача материала на вибросито (кг/час)	3000,0							
40									
41		верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.
42	Размер ячеек сита (мм)	4,0	2,0	3,0	1,0	2,5	0,5	2,0	1,0
43									
44	Количество крошки (кг/час)	33,3	0,01	973,8	0,32	2261,9	0,75	940,6	0,31
45	Количество отсева (кг/час)	2966,7	0,99	2026,0	0,68	735,5	0,25	2026,0	0,68
46	Возврат (кг/час)	0,0	0,00	0,1	0,00	2,7	0,00	33,3	0,01

Рис. 2. Теоретический расчёт процесса грохочения по математической модели 1



	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	Модель 2:	p (r) = lg(1+r)/s^s * exp{- lg(1+r)^lg(1+r)/(2*s^s)};			s = lg(1 + r 0) / 3				
2	P (r_min, r_max) = exp{- lg(1+r_min)^lg(1+r_min)/(2*s^s)} - exp{- lg(1+r_max)^lg(1+r_max)/(2*s^s)}								
3									
4	r0	4	sigma	0,23					
5	r	4	3	2	1	0			
6									
7	lg(1+r_max)	0,70	0,60	0,48	0,30				
8	lg(1+r_min)	0,60	0,48	0,30	0,00				
9									
10	M(r)	67,9	251,3	925,0	1726,1		2970,4		
11	P(r)	0,02	0,08	0,31	0,58		1,0		
12									
13	Расстояние между валками (мм)	4,0		sigma (s)	0,23				
14									
15	Подача материала на вибросито (кг/час)	3000,0							
16									
17		верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.
18	Размер ячеек сита (мм)	4,0	2,0	3,0	1,0	2,5	0,5	2,0	1,0
19									
20	Количество крошки (кг/час)	335,2	0,11	1195,6	0,40	2058,3	0,69	933,5	0,31
21	Количество отсева (кг/час)	2631,4	0,88	1697,9	0,57	745,3	0,25	1697,9	0,57
22	Возврат (кг/час)	33,3	0,01	106,5	0,04	196,3	0,07	368,8	0,12
23									
24									
25	Расстояние между валками (мм)	3,0		sigma	0,20				
26									
27	Подача материала на вибросито (кг/час)	3000,0							
28									
29		верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.
30	Размер ячеек сита (мм)	4,0	2,0	3,0	1,0	2,5	0,5	2,0	1,0
31									
32	Количество крошки (кг/час)	170,8	0,06	940,6	0,31	1965,4	0,66	796,2	0,27
33	Количество отсева (кг/час)	2822,3	0,94	2026,0	0,68	958,6	0,32	2026,0	0,68
34	Возврат (кг/час)	7,0	0,00	33,3	0,01	76,1	0,03	177,7	0,06
35									
36									
37	Расстояние между валками (мм)	2,0		sigma	0,16				
38									
39	Подача материала на вибросито (кг/час)	3000,0							
40									
41		верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.	верх.	нижн.
42	Размер ячеек сита (мм)	4,0	2,0	3,0	1,0	2,5	0,5	2,0	1,0
43									
44	Количество крошки (кг/час)	33,1	0,01	497,9	0,17	1616,6	0,54	466,9	0,16
45	Количество отсева (кг/час)	2966,7	0,99	2499,8	0,83	1374,8	0,46	2499,8	0,83
46	Возврат (кг/час)	0,2	0,00	2,3	0,00	8,6	0,00	33,3	0,01

Рис. 3. Теоретический расчёт процесса грохочения по математической модели 2

Модель 2

$$f(r)=\frac{\lg(1+r)}{\sigma^2}\cdot e^{\frac{-(\lg(1+r))^2}{2\cdot\sigma^2}}$$

$$F(r)=e^{\frac{-(\lg(1+r_{min}))^2}{2\cdot\sigma^2}}-e^{\frac{-(\lg(1+r_{max}))^2}{2\cdot\sigma^2}}$$

$$\sigma=\frac{\lg(1+r_0)}{3}$$

Расчёт полученных формул первой и второй математической модели проводим на ПК с помощью программы Microsoft Excel 2002.

После математической обработки на ПК получили теоретические расчёты процесса грохочения, которые представлены на рис. 2 и 3.

Поданным моделям, меняя объём производства и значение среднеквадратического отклонения σ можно рассчитать процесс грохочения при любых режимах эксплуатации процесса грохочения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бардовский А.Д., Жуков В.П., Перевалов В.С., Рафиенко В.А.* Производство щебня из карбонатных пород с использованием шнековых грохотов. Горный информационно-аналитический бюллетень №9. М.: МГГУ, 2003.

2. *Вильшанский А.И., Маслаков В.А., Рафиенко В.А.* Оборудование для тонкого измельчения минерального и органоминерального сырья. I Международный Форум «Рациональное природопользование». М.: ЗАО «ПИК «Максима», 2005.

3. *Иоффе С.В., Леонов С.Б.* Графоаналитический метод моделирования динамики процессов обогащения полезных ископаемых; Монография/Под ред. чл.-корр. РАН С.Б. Леонова. Иркутск, 1998.

4. *Рафиенко В.А., Бардовский А.Д.* Грохот с комбинационным возбуждением сита. VII международная экологическая конференция студентов и молодых учёных «Экологическая безопасность как ключевой фактор устойчивого развития», том II. М.: «Ойкумена», 2003.

ГИАБ

Коротко об авторах

Рафиенко В.А. – аспирант, Московский государственный горный университет.

Рецензент – академик *С.Ф. Подчайнов*, зам. министра цветной металлургии СССР.