

УДК 629.076: 656.34: 656.132.6

*Р.Г. Идиятуллин, А.Р. Бакиров*

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ АНАЛИЗА МАРШРУТНЫХ СИСТЕМ КРУПНЫХ ГОРОДОВ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ**

Семинар № 21

**Статистические методы оценки эксплуатационных факторов участков и маршрутов подвижного состава**

Известные методы анализа расхода электроэнергии на тягу не позволяют сравнивать энергетические показатели подвижного состава (ПС) городского электрического транспорта (ГЭТ) различных городов и сделать вывод: «На каком предприятии электроэнергия используется эффективно. Какие объективные причины того или иного уровня удельного расхода электроэнергии (УРЭ) на тягу ПС в данном городе. На что следует обратить внимание, прежде всего, для повышения эффективности электрической тяги. Какие резервы экономии электроэнергии на тягу ПС».

В процессе работы транспортного предприятия возникает необходимость в анализе и адекватном сравнении эксплуатационных факторов, влияющих на характеристики режимов движения подвижного состава ГЭТ, самих этих характеристик, с эксплуатационными факторами и характеристиками режимов движения транспортных предприятий других городов. Существует необходимость в проработке методики такого рода анализа и оценок характеристик режимов движения ПС различных, по своим эксплуатационным условиям, городов.

Городской электрический транспорт является сложной системой, в состав которой входят следующие подсистемы: транспортная сеть, подвижной состав, устройства электроснабжения, организация и управление движением.

Элементами транспортной сети ГЭТ являются: путь, проезжие части улиц, полосы движения, магистрали (линии), узлы, перекрестки, остановки (остановочные пункты), станции, перегоны, профиль пути (уклон, спуск), сигналы, сигнальные знаки, стрелки и др.

Основные характеристики транспортной сети - конфигурация, коэффициент непрямолинейности, плотность, пропускная способность.

Подвижной состав ГЭТ включает: пассажирские вагоны трамвая (обычного и скоростных линий), метрополитена, троллейбусы, вагоны монорельсовой железной дороги, ПС электропоездов, а также ПС специального назначения. ПС характеризуется следующим рядом параметров: геометрические размеры, вместимость, масса тары, максимальная скорость и др.; а также группой показателей: режимы и скорости движения, ускорения пуска и торможения, тормозной путь, интервалы безопасного попутного следования и др.

Система электроснабжения (СЭС) состоит из таких элементов, как под-

станции, питающие линии, контактная и рельсовая сети. Элементы СЭС образуют электрическую цепь питания ПС, которая характеризуется комплексом электротехнических параметров. Функционирование СЭС в целом определяется режимами, под которыми следует понимать токи и напряжения, возникающие в электрических цепях питания.

Организация движения обусловлена пассажиропотоками, определяемыми числом, расстояниями и маршрутами поездки пассажиров. Маршруты характеризуются мощностью, интервалами движения, а так же коэффициентами: маршрутным, неравномерности, сменяемости, использования, вместимости.

Установление статистических зависимостей подсистем ГЭТ различных городов, определение законов распределения параметров и характеристик данных подсистем позволят уже на этапе проектирования определить степень эффективности транспортных систем городов по ряду критериев, включая показатели энергоэффективности, а так же оценить общие перспективы развития транспортных систем.

Энергопотребление ПС ГЭТ зависит от большого числа случайных факторов: плана и профиля трамвайных путей, состояния путевого хозяйства и контактной сети, напряжения на токоприемниках ПС, метеорологических условий, технического состояния ПС, профессионального уровня водителей, и др. Поэтому сравнивать энергетические показатели электрического ПС различных городов, основываясь на параметрах, рассчитанных интегрально-дифференциальными методами, некорректно. Здесь необходима методика, разработанная на аппарате теории вероятностей и математической статистики. Для городов Уфа и Пермь, приблизительно одинаковых по размерам и численности населения, проведен статистический анализ генеральных совокупно-

стей следующих случайных величин, характеризующих маршрутные системы ПС трамваев: протяженность участков и перегонов трамвайных маршрутов, среднеходовые скорости движения ПС, УРЭ на тягу трамваев на перегонах [1]. Значения среднеходовых скоростей движения и УРЭ на тягу ПС взяты из рассчитанных для трамвайных маршрутов режимных карт, а также получены экспериментальным путем. Вместе с тем, собран и проанализирован статистический материал по эксплуатационному расходу электроэнергии на тягу трамваев для существующих режимов эксплуатации тяговых электродвигателей (ТЭД) в городах Казань и Пермь [1-2]. Эксплуатационные данные УРЭ на тягу ПС для Перми показывают, что плотность распределения вероятности расхода электроэнергии на 1 км, в разрезе по вагонам, близка к нормальной плотности распределения.

Математическое ожидание протяженности перегонов трамвайных маршрутов г. Уфы несколько выше, чем в г. Перми, и составляет  $537 \pm 14$  м (где  $\pm 14$  м – доверительный интервал для математического ожидания с 95%-ным уровнем надежности), против  $497 \pm 16$  м в г. Перми. Известно, что большая длина перегона ведет к увеличению скорости и (не всегда) к снижению удельного расхода электроэнергии. Математическое ожидание ходовых скоростей движения трамваев на перегонах составило  $21,1 \pm 0,7$  км/ч и  $16,8 \pm 0,8$  км/ч для ПС Уфы и Перми соответственно. То есть, большее значение математического ожидания протяженности перегонов повлекло за собой увеличение ходовых скоростей движения ПС.

Математические ожидания УРЭ на тягу трамваев составили для ПС г. Уфы  $80 \pm 1,6$  Вт·ч/(т·км), для ПС г. Перми  $78 \pm 2,3$  Вт·ч/(т·км). Значения УРЭ с учетом доверительного интервала различа-

ются незначительно. Данные по УРЭ на тягу анализировались в г. Уфе для трамваев РВЗ 6М2, в г. Перми для трамваев КТМ 71-605, удельные нормы расхода электроэнергии на тягу последних несколько ниже. В целом можно сделать вывод, что при примерном равенстве УРЭ на тягу ПС, маршрутная система г. Уфы является более скоростной и, следовательно, экономной.

Нормирование расхода электроэнергии на тягу подобно оптимизации режимов ведения ПС на трамвайных маршрутах городов требует повышенной точности в расчетах. При нормировании расчеты проводят либо по принятому режиму ведения, либо по фактически осуществленному в ходе поездки режиму с учетом параметров данной тяговой единицы. Так как произвести расчет для всех вагонов, находящихся в обращении, вряд ли представляется возможным, производят их группировку и определяют нормы по каждой группе. Параметры системы "тяговая единица - пассажиропоток - маршрут" являются случайными функциями, нормативами же определены, как правило, детерминированные выражения этих функций. Поэтому для нужд нормирования энергоресурсов с заданной вероятностью можно выбрать интервал изменения этих параметров и определить интервал изменения нормы от минимальной, при наиболее благоприятном стечении обстоятельств, до максимальной - при самых неблагоприятных условиях.

Вероятностный подход также необходим при изучении закономерностей изменения удельного расхода электроэнергии на токоприемнике тяговой единицы. Анализ предложенных для этой цели уравнений множественной регрессии показал, что они не в полной мере адекватны исследуемому процессу, факторы-признаки включаются в математи-

ческую модель на основании субъективного представления авторов об их влиянии на УРЭ. Характер и степень влияния факторов весьма различны, а иногда и противоречивы. Увеличение числа факторов не приводит, как правило, к существенному уточнению результата расчета по сравнению с одно-факторной моделью.

#### **Статистическое исследование интервалов движения подвижного состава**

Проанализирован статистический материал протяженности перегонов для городов Пермь, Уфа, Волгоград, Самара, Новочеркасск. Под протяженностью перегонов понимаем расстояние между соседними остановками. В статистический ряд вошли абсолютно все перегоны. Каждый перегон включался в статистический ряд ровно столько раз, сколько трамвайных маршрутов через него проходит.

Рассмотрим более подробно статистические ряды протяженности перегонов городов Уфа и Пермь.

Число значений  $n$  выборки составило: для Уфы – 698, для Перми – 468. Максимальные и минимальные значения протяженности перегонов для Уфы составляют 1850 м и 150 м, для Перми: 1150 м и 150 м соответственно.

Математическое ожидание случайной величины - длины перегона:

$$m_L = \sum_{i=1}^n L_i \times p_i, \quad (1)$$

где  $L_i$  - возможное значение длины  $i$ -го перегона, м;  $p_i$  - вероятность появления  $i$ -го значения длины перегона;  $n$  - число значений.

Для Уфы  $m_L$  составило 537 м, для Перми – 497 м. Для Уфы характерно наличие большей средней длины перегонов. Доверительный интервал с вероятностью 95 % математического ожидания длины перегонов для Уфы и Перми со-

ставил  $\pm 14$  м. Мера ошибки предсказанного по регрессии значения длины перегона  $L$  для математического ожидания  $m_L$  составила для Уфы и Перми 7 м.

На рис. 1 приведены гистограммы частот распределения длины перегонов. Медиана рассматриваемой случайной величины для Уфы имеет значение  $Me = 550$  м, для Перми – 455 м. Дисперсия  $D_L$  длины перегона:

$$D_L = \sum_{i=1}^n (L_i - m_L)^2 \times p_i, \quad (2)$$

составила для Уфы  $D_L = 37039$ ; для Перми – 24243; среднее квадратическое отклонение  $\sigma_L$  для Уфы – 192 м, для Перми – 156 м. Для Перми характерен меньший разброс значений протяженности перегонов вокруг среднего значения.

Экссесс  $E_L$  для приведенных гистограмм:

$$E_L = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3, \quad (3)$$

где  $\mu_4$  - четвертый центральный момент.

Экссесс для Уфы отрицателен и составляет 0,28; для Перми положителен - 0,42. По сравнению с нормальным законом распределения плотности вероятности случайной величины, кривая распределения длины перегонов Уфы имеет плосковершинную форму, а аналогичная кривая для Перми - островершинную форму. Причем кривая плотности распределения для Уфы имеет меньшее расхождение в четвертом моменте от нормального закона, чем кривая распределения для Перми.

На приведенных гистограммах коэффициент асимметрии  $Sk$ :

$$Sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3}, \quad (4)$$

где  $\mu_3$  - третий центральный момент.

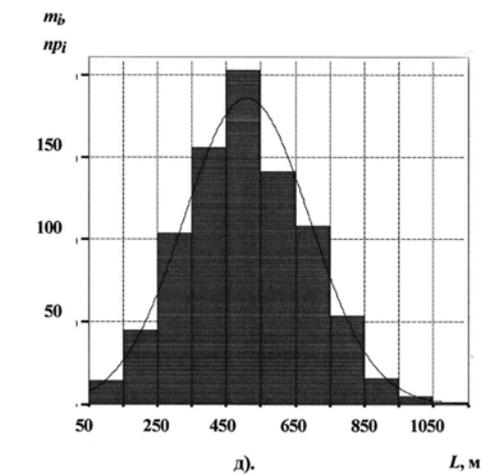
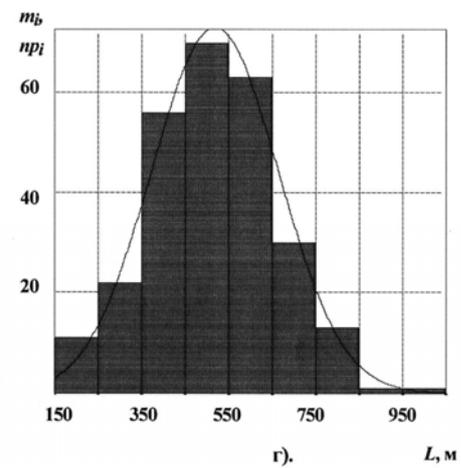
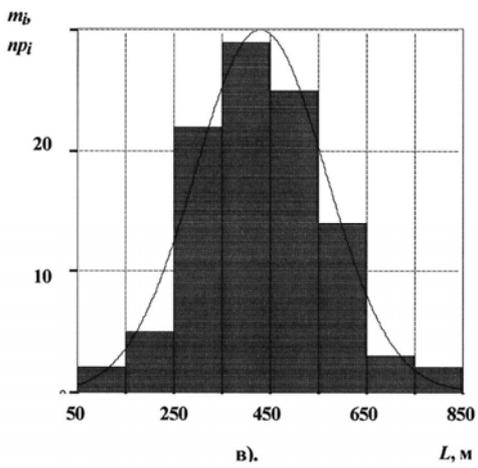
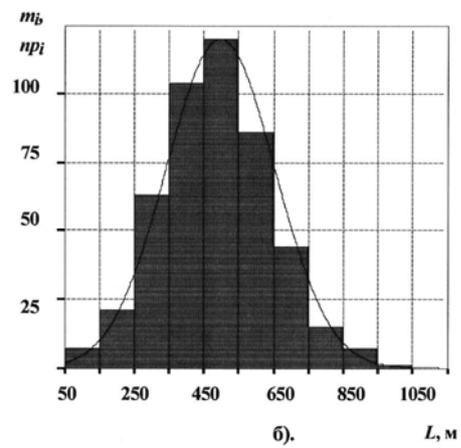
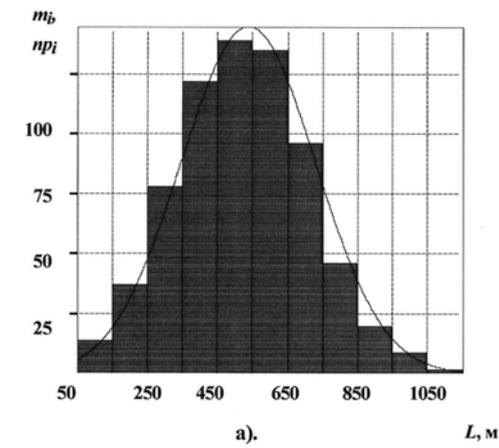
Коэффициент асимметрии для Уфы и Перми положителен и равен 0,25 и 0,48 соответственно. Кривые плотности распределения несколько скошены относительно нормальной кривой плотности распределения в сторону больших значений рассматриваемой случайной величины. Причем кривая для Уфы имеет меньшую асимметрию, чем кривая для Перми.

Протяженность перегонов является случайной величиной, которая в первом приближении распределена по нормальному закону, характеризующемуся плотностью вероятности:

$$f(L) = \frac{1}{\sigma_L \times \sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{(L-m_L)^2}{2\sigma_L^2}}. \quad (5)$$

Числовые характеристики случайной величины, протяженности перегонов, для городов Пермь, Уфа, Волгоград, Самара и Новочеркасск приведены в таблице, теоретические и экспериментальные частоты распределения длины перегонов на рис. 1.

Для всех исследуемых городов протяженность перегонов, как случайная величина, подчинена нормальному закону распределения вероятности. Согласованность статистического и теоретического распределения рассматриваемой случайной величины проверялась по критерию согласия Пирсона. Мера расхождения между теоретическими и экспериментальными распределениями  $\chi^2$  (таблица):



*Рис. 1. Теоретические и экспериментальные частоты распределения длины перегонов:*

- а) г. Уфы;
- б) г. Перми;
- в) г. Новочеркаска;
- г) г. Волгограда;
- д) г. Самары

Параметры	Уфа	Пермь	Новочеркасск	Волгоград	Самара
$m_L, \text{ м}$	537	497	430	519	509
$\sigma_L$	192	156	135	146	182
$n$	698	468	102	267	847
$\chi^2$	6,87	6,42	3,40	3,88	7,14
$p$	0,55	0,60	0,64	0,69	0,52

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}, \quad (6)$$

где  $m_i$  – число значений в  $i$ -ом разряде;  $p_i$  – теоретическая вероятность для  $i$ -го разряда;  $k$  – число разрядов.

Параметр  $p$  (таблица) характеризует вероятность того, что расхождения между теоретическими и статистическими распределениями являются несущественными и относятся за счет случайных причин. Вероятности 0,55 для Уфы и 0,60 для Перми - маленькими не являются. Поэтому гипотезу о том, что случайная величина, протяженность перегонов, распределена по нормальному закону, можно считать правдоподобной.

#### Исследование законов распределения среднеходовой скорости на перегонах

Среднеходовая скорость движения ПС по перегонам в предложенной математической модели выражается уравнением множественной регрессии в виде линейной функции двух случайных величин: длины перегона и эквивалентного ограничения скорости на перегоне, - на участке для  $v_{огр,э} \in [5;15]$  км/ч, и для  $L \in [50; +\infty)$  м. Случайная величина, протяженность перегонов трамвайных маршрутов распределена по нормальному закону. Случайная величина, эквивалентное ограничение скорости, как и длина перегонов, в первом приближении согласуется с нормальным законом распределения вероятности. Так как система случайных величин  $(L, v_{огр,э})$  распределена по нормальному закону, то закон распределения среднеходовой скорости

на перегонах так же является нормальным.

Центры рассеивания величин  $L$  и  $v_{огр,э}$  складываются алгебраически, и математическое ожидание функции определяется по следующей формуле:

$$m_{v_x} = a_1 m_{v_{огр,э}} + a_2 m_L + a_0 \quad (7)$$

где  $a_0, a_1, a_2$  – постоянные коэффициенты.

Дисперсия для среднеходовой скорости определяется выражением:

$$D_{v_x} = a_1^2 D_{v_{огр,э}} + a_2^2 D_L + 2a_1 a_2 K_{v_{огр,э};L} \quad (8)$$

где  $K_{v_{огр,э};L}$  - корреляционный момент величин  $L$  и  $v_{огр,э}$ .

Из (8) получаем выражение для среднего квадратического отклонения функции:

$$\sigma_{v_x} = \sqrt{a_1^2 \sigma_{v_{огр,э}}^2 + a_2^2 \sigma_L^2 + 2a_1 a_2 r \sigma_{v_{огр,э}} \sigma_L} \quad (9)$$

где  $r$  – коэффициент корреляции величин  $L$  и  $v_{огр,э}$ .

Таким образом, случайная величина, среднеходовая скорость движения ПС трамваев на перегонах, распределена по нормальному закону с числовыми характеристиками  $m_{v_x}$  и  $\sigma_{v_x}$ , определяемыми выражениями (7), (9), на участке для  $v_{огр,э} \in [5;15]$  км/ч, и для  $L \in [50; +\infty)$  м.

При проведении статистического анализа принималась среднеходовая скорость движения на перегонах, рассчитанная для режимных карт трамвайных маршрутов Казани, Перми, Уфы, Самары, Волгограда, Новочеркаска.

**Рис. 2. Теоретические и экспериментальные частоты распределения расчетных ходовых скоростей на перегонах г. Уфы**

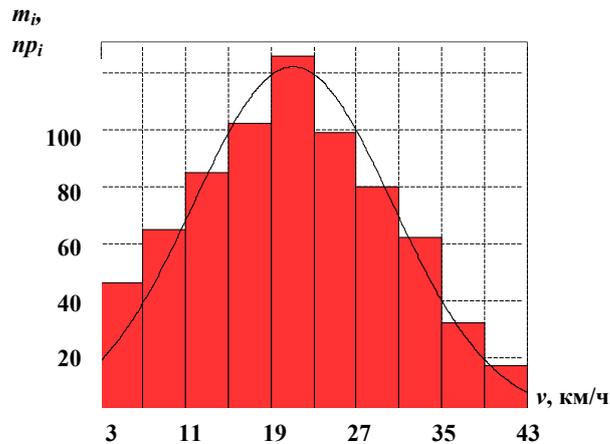
Каждый перегон и, следовательно, ходовая скорость движения по нему, включался в статистический ряд столько раз, сколько трамвайных маршрутов проходит через этот перегон.

Рассмотрим более подробно статистические ряды среднеходовых скоростей движения на перегонах городов Уфа и Пермь. Размер выборки составил для Уфы – 715 значений, для Перми – 477.

Максимальные и минимальные значения среднеходовых скоростей для Уфы и Перми составили 41 и 5 км/ч. Математическое ожидание  $m_{v_x}$  среднеходовой скорости на перегоне для Уфы составило 21,1 км/ч, для Перми – 16,8 км/ч. Ходовые скорости движения на трамвайных маршрутах города Уфы в среднем значительно превышают аналогичные скорости Перми.

Доверительный интервал с уровнем надежности 95 % для математического ожидания ходовой скорости перегонов Уфы составил  $\pm 0,7$  км/ч; для Перми  $\pm 0,8$  км/ч. С вероятностью 95 % величина средней по всем перегонам ходовой скорости для Уфы лежит в интервале (20,4; 21,8) км/ч, для Перми – в интервале (16,0; 17,6). Мера ошибки предсказанного по регрессии значения ходовой скорости перегона  $v_x$  для математического ожидания  $m_{v_x}$  составила для Уфы и Перми 0,4 км/ч.

Дисперсия  $D_{v_x}$  ходовой скорости перегона для Уфы составила 87, для Перми – 82; среднее квадратическое от-



клонение  $\sigma_{v_x}$  для Уфы – 9,3 км/ч, для Перми – 9,1 км/ч. То есть, разброс значений ходовой скорости перегонов данных городов вокруг среднего значения примерно одинаковый.

На рис. 2 приведена гистограмма частот распределения расчетных среднеходовых скоростей на перегонах г. Уфы. Данное распределение согласуется с нормальным законом. Вероятность того, что расхождения между теоретическими и статистическими распределениями являются несущественными и относятся за счет случайных причин, составляет  $p = 0,24$ .

На рис. 3 приведена гистограмма частот распределения расчетных среднеходовых скоростей на перегонах г. Перми. Рассматриваемая случайная величины не является нормально распределенной и имеет наиболее вероятные значения в области невысоких среднеходовых скоростей - до 15 км/ч. Мода  $M = 10,5$  км/ч. Характер приведенного распределения объясняется преобладанием в г. Перми перегонов с ограничениями скорости до 20 км/ч, в результате чего распределение ограничений скорости на перегонах не согласуется с нормальным законом распределения вероятности, и

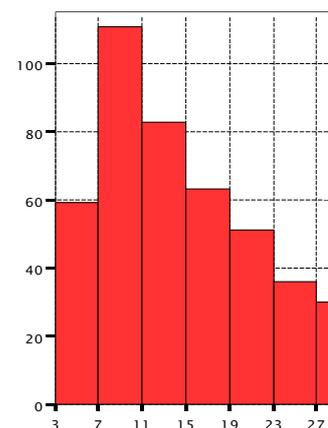
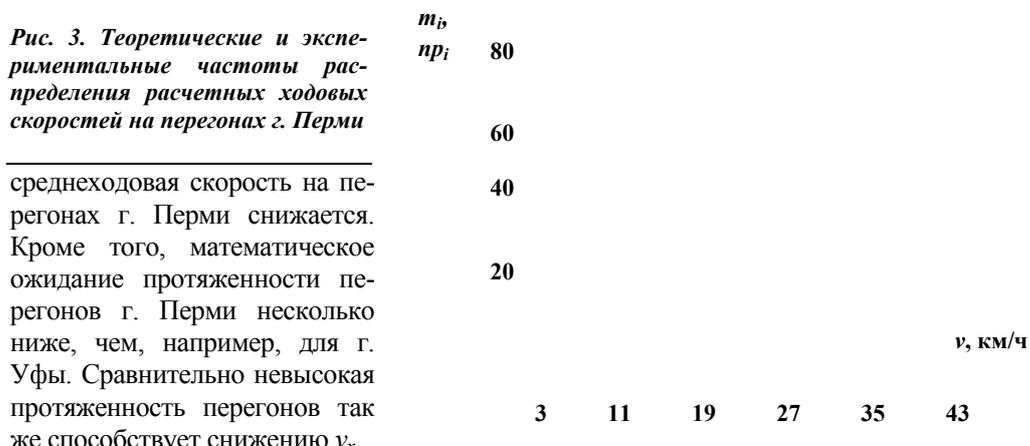


Рис. 3. Теоретические и экспериментальные частоты распределения расчетных ходовых скоростей на перегонах г. Перми



среднеходовая скорость на перегонах г. Перми снижается. Кроме того, математическое ожидание протяженности перегонов г. Перми несколько ниже, чем, например, для г. Уфы. Сравнительно невысокая протяженность перегонов так же способствует снижению  $v_x$ .

Проведены экспериментальные исследования, разработанных радио-нальных эксплуатационных режимов ТЭД трамваев. Получены статистические ряды экспериментальных среднеходовых скоростей движения по перегонам с различными эксплуатационными условиями в городах Казань, Уфа, Пермь.

На рис. 4 приведена гистограмма частот ходовых скоростей движения, полученных в результате экспериментальных исследований при реализации рациональных режимов движения, и соответствующие теоретические частоты ходовых скоростей, подчиненные нормальному закону распределения вероятности. Размер выборки 122 замера, максимальное значение среднеходовой скорости 44,3 км/ч, минимальное значение – 10,9 км/ч.

Математическое ожидание  $m_{v_x}$  экспериментальной среднеходовой скорости на перегоне составило 25,2 км/ч с доверительным интервалом при 95 % уровне надежности (23,7; 26,7) км/ч. Мера ошибки предсказанного по регрессии значения ходовой скорости перегона  $v_x$  для математического ожидания  $m_{v_x}$  составила 0,8 км/ч.

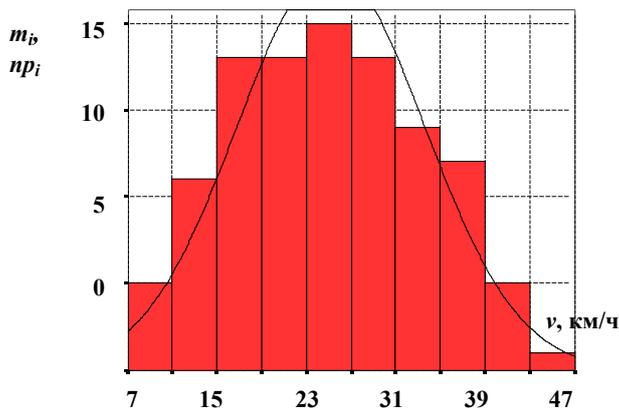
Дисперсия  $D_{v_x}$  статистического ряда экспериментальной ходовой скорости перегона составила 70; среднее квадратическое отклонение  $\sigma_{v_x} = 8,4$  км/ч.

Эксцесс  $E_v$  приведенной гистограммы статистического ряда отрицателен ( $E_v = -0,93$ ), то есть по сравнению с нормальным законом распределения плотности вероятности среднеходовых скоростей имеет несколько плосковершинную форму. Коэффициент асимметрии положителен и равен  $Sk = 0,17$ . Гистограмма несимметрична и вытянута в сторону положительных значений параметра.

Случайная величина среднеходовая скорость движения ПС трамваев на перегонах, имеет нормальный закон распределения плотности вероятности, который для данных проведенного экспериментального исследования определяется следующим выражением:

$$f(v) = 47,5 \times 10^{-3} \times e^{-\frac{(v-25,2)^2}{141}}. \quad (10)$$

Согласованность статистического и теоретического распределения рассматриваемой случайной величины проверялась по критерию согласия Пирсона.



**Рис. 4. Теоретические и экспериментальные частоты распределения экспериментальных ходовых скоростей на перегонах**

Мера расхождения между теоретическими и экспериментальными распределениями  $\chi^2 = 4,3$ . Вероятность, что расхождения между теоретическими и статистическими распределениями являются несущественными и относятся за счет случайных причин, достаточно велика и составляет  $p = 0,74$ . Поэтому гипотезу о том, что случайная величина, среднеходовая скорость движения трамваев на перегонах, распределена по нормальному закону, принимаем как правдоподобную. На основании экспериментальных данных можно заключить, что среднеходовые скорости движения трамваев на перегонах имеют нормальный закон распределения вероятности.

Таким образом, в результате аналитических исследований функции  $v_x$ , среднеходовой скорости движения трамваев на перегонах данного города при реализации рациональных эксплуатационных режимов ТЭД, от системы случайных аргументов  $(L, v_{оп\ э})$ , согласно предложенной математической модели расчета  $v_x$ , а так же в результате статистического анализа среднеходовых скоростей движения ПС на перегонах, рассчитанных по предложенной математической модели для ряда городов и в результате экспериментальных исследований  $v_x$  на перегонах различных городов, - приходим к одному выводу, что случайная величина, среднеходовая скорость движения трамваев на перегонах распределена по нормальному закону, и предложенная математическая модель определения  $v_x$  адекватна реальным эксплуатационным условиям.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бакиров А.Р. Снижение электропотребления силового привода электрического транспорта: Научное издание. – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2005. – 256 с.
2. Бакиров А.Р. Разработка методики расчета рациональных эксплуатационных режимов тяговых электродвигателей трамваев. Дисс. канд. техн. наук: 05.09.03 - Казань: КГЭУ, 2003. – 161 с.

#### Коротко об авторах

Идиятуллин Ринат Гайсович – профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой ЭСО,  
 Бакиров Альберт Робертович – доцент кафедры ЭСО, кандидат технических наук.  
 Казанский государственный энергетический университет (КГЭУ).