УДК 004.9; 004.41; 51-74; 622

Р.К. Халкечев, К.В. Халкечев

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕОМАТЕРИАЛОВ

Разработка автоматизированных систем определения электрических свойств геоматериалов является одной из важнейших задач горного производства. Математическая постановка задачи и ее решение оказались сложными для понимания технологами, а математики небрежно относится к понятиям в предметной области, и легко вводят свои — ведущие к ошибкам. Отсюда возникает не только непонимание между ними, которое не дает возможности применения решенных задач в производстве, но нет соответствующей адекватной математической модели, позволяющей с достаточной точностью определить электрические свойства геоматериалов. При этом основная задача электроразведки, решенная А.Н. Тихоновым и А.А. Самарским, осталась без особого внимания со стороны технологов и специалистов в области физических процессов горного производства и не до конца определенной. В результате имеем нерешенную в должной мере задачу по определению запасов полезных ископаемых. Разработано математическое обеспечение автоматизированных систем определения электрических свойств геоматериалов в виде эффективных тензоров электросопротивления и удельной электропроводности геоматериалов.

Ключевые слова: автоматизированная система, математическое обеспечение, электрические свойства, тензор электросопротивления, тензор удельной электропроводности, геоматериал.

DOI: 10.25018/0236-1493-2017-11-0-227-233

Введение

Среди существующих теоретических и практических проблем горного производства особое место занимает задача определения электрических свойств геоматериалов. Из широкого числа параметров, характеризующих электрические свойства геоматериалов, для горного производства наиболее существенное значение имеет удельное электрическое сопротивление (или обратная величина — удельная электропроводность) [1].

Существующие работы в области определения удельного электрического сопротивления можно разделить на два направления. Согласно первому из них установление величины удельного электрического сопротивления производится в рамках экспериментальных методов. Среди работ, выполненных в данном направлении, особого внимания заслуживают труды [2—7], развивающие методы определения электропроводных характеристик геоматериалов в условиях естественного залегания, и основанные на всестороннем и глубоком анализе диаграмм бокового каротажного зондирования, микрозондов, а также данные

ISSN 0236-1493. Горный информационно-аналитический бюллетень. 2017. № 11. С. 227–233.
© Р.К. Халкечев, К.В. Халкечев. 2017.

интерпретации кривых зондирования у скважин или измерения электрического сопротивления на обнажения пород. Однако при определении свойств геоматериалов проявляется масштабный эффект, проявляющийся в зависимости значений удельного электрического сопротивления, полученных экспериментальным способом, от размеров области воздействия электрического поля. К сожалению, существующие экспериментальные методы не учитывают данного эффекта и как результат — вынужденная ошибка в определении значений устанавливаемого параметра.

В работах второго направления определение удельного электрического сопротивления (или обратной величины — удельной электропроводности) осуществляется на основе соответствующих математических моделей. Разработке математических моделей геоматериалов относительно процессов переноса посвящено большое количество научных трудов, наиболее полный анализ которых, проведен в работах [8—10]. К сожалению, подавляющее большинство таких моделей не отражает в должной мере структурные особенности исследуемых геоматериалов, представляя их в виде изотропных однородных сред. И как результат недопустимые погрешности при определении электропроводных характеристик геоматериалов.

Таким образом, существующие теоретические и экспериментальные методы не могут решить задачу определения электрических свойств геоматериалов.

В первую очередь это связано с тем, что на сегодняшний день нет ни одного достойного объяснения механизму воздействия электрического поля на геоматериалы. Данный процесс неуправляем, так как нет соответствующей адекватной математической модели, позволяющей с достаточной точностью определить электрические свойства геоматериалов, т.е. не решена основная функциональная задача автоматизированных систем в горной промышленности. При этом тесно связанная с ней — основная задача электроразведки, решенная А.Н. Тихоновым и А.А. Самарским, осталась без особого внимания со стороны технологов и специалистов в области физических процессов горного производства. В результате нерешенная в должной мере задача по определению запасов полезных ископаемых, связанная с основной задачей электроразведки, попрежнему является актуальной научной проблемой.

Такая реальность на наш взгляд, сложилась по следующим причинам. С одной стороны математическая постановка задачи и ее решение оказались сложными для понимания технологами (требовались знания специальных глав высшей математики). С другой — математики, несмотря на свой высокий профессионализм, небрежно относится к понятиям в предметной области, и легко вводят свои — ведущие к ошибкам, не вникая (а может и не могут) в тонкости из-за специфического математического образа мышления отличного от специалистов в различных предметных областях. Отсюда возникает непонимание между ними, которое не дает возможности применения решения задач в производстве. Это противоречие можно решить в рамках разработки автоматизированных систем, математическое обеспечение которых, позволяет за счет более адекватного учета структурных и текстурных особенностей исследуемых объектов определить с высокой степенью точности электрические свойства геоматериалов. И тем самым в совокупности сделать процесс воздействия электрического сопротивления на геоматериалы управляемым и привести в соответствие основную задачу электроразведки.

Основная часть

При математической постановке основной задачи электроразведки используется авторами следующая содержательная модель. Цель основной задачи электроразведки — это изучение неоднородностей земной коры с целью разведки полезных ископаемых с помощью применения электрических методов. При этом предлагается следующая схема электроразведки постоянным током, которая заключается в следующем. С помощью заземленных электродов в землю пропускается постоянный ток от питающей батареи, и измеряется на поверхности земли возникающие напряжения. По результатам наблюдений на поверхности определяют подземную структуру. Таким образом, методы определения подземных структур заключаются в интерпретации полученных результатов наблюдений и базируются на математическом решении соответствующих задач.

Данная содержательная модель не полна; не определен достаточно ясно предмет исследования в виде понятий: земля, подземная структура. Кроме того, не определены масштабы наблюдений на поверхности и под землей (пользуясь терминологией авторов).

Используя эту содержательную модель, построена математическая модель потенциала поля постоянного тока в однородной среде, которая сводится к уравнению Лапласа. Получено решение относительно сопротивления однородного полупространства в виде

$$\rho = \frac{2\pi r^2}{I} \cdot \left| \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|, \qquad (1)$$

где r — расстояние точки центра приемной цепи от питающего электрода; φ — потенциал; I — сила тока.

Для неоднородной среды величину ρ, определяемую по формуле (1) называют кажущимся сопротивлением. Само название этого понятия говорит о неполной интерпретации наблюдений, и о том, что еще не решена соответствующая математическая задача.

В связи с этим рассмотрим следующую задачу по определению эффективных свойств электропроводности, которая позволит до конца решить основную задачу электроразведки, а также пересмотреть все технические задачи, связанные с электропроводностью геоматериалов.

Разработаем математическую модель минерала относительно процесса электропроводности. Из основной задачи электроразведки следует, что удельное сопротивление является структурно чувствительным параметром. Вследствие этого, для решения рассматриваемой задачи требуется структурная математическая модель.

Построим содержательную модель стационарного электрического поля в минерале. Исследуемый геоматериал состоит из зерен, плотно прилегающих друг другу, анизотропных по отношению электрических свойств, в частности — к удельному электрическому сопротивлению. Значение последних для кристаллов можно найти в справочной литературе. Отсюда следует, что математическая модель будет продуктивной, а уравнения, к которым она сводится, должна быть записана относительно тензорных величин. Электрическое взаимодействие зерен осуществляется через стационарное электрическое поле.

На основе разработанной содержательной модели построим математическую модель. Рассмотрим трехмерную неограниченную сплошную среду со случайно-ориентированными в пространстве эллипсоидальными неоднородностями, которые соответствуют зернам. Поскольку данные неоднородности являются анизотропными, то их электропроводные характеристики являются тензорными величинами. В результате

имеем неограниченную анизотропную упругую сплошную среду с неоднородностями в эллипсоидальных областях.

В результате данная математическая модель сводится к следующей системе уравнений, записанных в символическом виде:

$$div\, j = q, \qquad (2)$$

где j — объемная плотность стационарного тока; q — плотность непрерывно распределенных источников тока.

$$j = \lambda E, \qquad (3)$$

где λ — тензор удельной электропроводности; E — напряженность электрического поля.

$$rot\, E = 0\,, \qquad (4)$$

$$< j > = \overset{(efm)}{\lambda} < \mathrm{E} >, \qquad (5)$$

где знак «< >» осреднение по ансамблю полей неоднородности; $\overset{(efm)}{\lambda}$ — эффективный тензорный коэффициент удельной электропроводности.

Уравнение (2) является аналогом уравнения равновесия в теории упругости; уравнение (3) — обобщенный закон Ома является аналогом обобщенного закона Гука; уравнение (4) — аналог уравнения совместности.

Данная система уравнений в индексном обозначении имеет вид

$$\frac{\partial j_i(x)}{\partial x_i} = q(x) \text{ или } \nabla_i j_i(x) = -q(x)$$

$$j_i(x) = \lambda_{ik}(x) - E_k(x) \qquad (6)$$

$$rot_{il} E_l = 0$$

$$< j_i(x) > = \overset{(ef)}{\lambda}_{ik}(x) < E_k(x) >$$

где $q(x)$ — скалярная плотность источников тока; $rot_{il} = \varepsilon_{ilk}\nabla_k$, ε_{ilk} — символ Леви-Чивита.

Поскольку процесс стационарный, то электрическое поле является безвихревым, т.е. существует такая скалярная функция $\varphi(x)$, именуемая потенциалом, для которой $E = -grad\varphi$ или в символическом представлении

$$E_i(x) = \nabla_i \varphi(x)\,. \qquad (7)$$

Отсюда следует

$$j = -\lambda grad\, \varphi \text{ или}$$

$$j_i(x) = -\lambda_{ik}(x)\nabla_k \varphi(x)\,. \qquad (8)$$

Третье уравнение в (6) выполняется автоматически, а из первых двух получаем первое уравнение новой системы

$$\nabla_i \lambda_{ik}(x)\nabla_k \varphi(x) = -q(x) \qquad (9)$$

$$j_i(x) = -\lambda_{ik}(x)\nabla_k \varphi(x) \qquad (10)$$

$$< j_i(x) > = \overset{(ef)}{\lambda}_{ik}(x) < \nabla_k \varphi(x) > \qquad (11)$$

Решая по аналогии с [11], а также применяя комплексный метод самосогласованного поля [12], получим следующее выражение для расчета эффективного тензора удельной электропроводности

$$\overset{(ef)}{\lambda} = < \lambda \left(I + \Psi \overset{(1m)}{\lambda} \right)^{-1} > \cdot \cdot < \left(I + \Psi \overset{(1m)}{\lambda} \right)^{-1} >, \qquad (12)$$

где I — единичный двухвалентный тензор;

$$\Psi = \frac{1}{4\pi} \int_{S_1} D(Ak)\, dS\,;$$

$D(Ak)$ — преобразование Фурье-ядра $D_{ij}(x)$, представляющего собой вторую производную функцию Грина матрицы, свойства которой характеризуются тензором $<\lambda>$.

Так как $\overset{(ef)}{\rho} = \overset{(ef)^{-1}}{\lambda}$, то для эффективного тензора электросопротивления имеем

$$\overset{(ef)}{\rho} = < \lambda \left(I + \Psi \overset{(1m)}{\lambda} \right)^{-1} > \cdot \cdot < \left(I + \Psi \overset{(1m)}{\lambda} \right)^{-1} >^{-1}. \qquad (12)$$

Это и есть та величина, названная кажущимся сопротивлением, получаемым

при условии, когда расстояние между электродами не меньше характерного размера представительного объема, но не больше характерного размера всего минерала. Таким образом, решена много функциональная задача по определению эффективного тензорного коэффициента электросопротивления, позволяющая с одной стороны пересмотреть все технические задачи по определению электрических свойств геоматериалов, с другой — довести до логического конца основную задачу электроразведки по определению запасов полезных ископаемых.

Заключение

В результате построения и исследования математических моделей разработано математическое обеспечение, способное за счет более адекватного учета структурных и текстурных особенностей исследуемых объектов определить с высокой степенью точности электрические свойства геоматериалов. Применение полученного математического обеспечения при разработке автоматизированных систем позволяет существенно повысить эффективность технологических процессов горного производства и обеспечить результативность электроразведки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дортман Н. Б.* Физические свойства горных пород и полезных ископаемых (петрофизика). — М.: Недра, 1984. — 455 с.

2. *Pandey L. M.*S., *Shukla S. K.*, *Habibi D.* Electrical resistivity of sandy soil // Geotechnique Letters. 2015. Vol. 5. No. 3. pp. 178—185.

3. *Kuranchie F. A.*, *Shukla S. K.*, Habibi D. et. al. Studies on electrical resistivity of Perth sand // International Journal of Geotechnical Engineering. 2014. Vol. 8. No. 4. pp. 449—457.

4. *Kibria G., Hossain M. S.* Investigation of geotechnical parameters affecting electrical resistivity of compacted clays // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2012. Vol. 138. No. 12. pp. 1520—1529.

5. *Глинских В. Н.*, *Нестерова Г. В.*, *Эпов М. И.* Моделирование и инверсия данных электромагнитного каротажа с использованием петрофизических моделей электропроводности // Геология и геофизика. — 2014. — Т. 55. — № 5—6. — С. 1001—1010.

6. *Plattner A. et al.* 3-D electrical resistivity tomography using adaptive wavelet parameter grids //Geophysical Journal International. 2012. Vol. 189. No. 1. pp. 317—330.

7. *Спичак В. В.*, *Безрук И. А.*, *Попова И. В.* Построение глубинных кластерных петрофизических разрезов по геофизическим данным и прогноз нефтегазоносности территорий // Геофизика. — 2008. — № 5. — С. 43—45.

8. *Нестерова Г. В.* Модели эффективной электропроводности в комплексной интерпретации скважинных измерений // Интерэкспо Гео-Сибирь. — 2010. — Т. 2. — № 2. — С. 57—60.

9. *Еникеев Б. Н.*, *Охрименко А. Б.*, *Смирнов О. А.* Функциональные (фундаментальные) и статистические взаимосвязи в петрофизике (проблематика сравнения сходных петрофизических взаимосвязей) // Каротажник. — 2011. — Вып. 205. — № 7. — С. 102—117.

10. Munoz-*Castelblanco J. A.*, *Pereira J. M.* et. al. The influence of changes in water content on the electrical resistivity of a natural unsaturated loess // Geotechnical Testing Journal. 2012. Vol. 35. No. 1. pp. 11—17.

11. *Халкечев Р. К.* Теоретические основы мультифрактального моделирования функциональных задач автоматизированной системы научных исследований физических процессов горного производства // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2015. — № 8. — С. 136—142.

12. *Халкечев Р. К.* Об одной распространенной ошибке при математическом моделировании трудноформализуемых объектов мультифрактальной структуры. Комплексный метод самосогласованного поля при исследовании мультифрактальных сред // Горный информационно-аналитический бюллетень. Отдельные статьи (специальный выпуск) Прикладная и промышленная математика. — 2013. — № 9. — С. 20—23. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Халкечев Руслан Кемалович[1] — кандидат физико-математических наук, доцент, e-mail: syrus@list.ru,
Халкечев Кемал Владимирович[1] — доктор физико-математических наук, доктор технических наук, профессор, e-mail: h_kemal@mail.ru,
[1] НИТУ «МИСиС».

ISSN 0236-1493. Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2017. No. 11, pp. 227–233.

UDC 004.9; 004.41; 51-74; 622

R.K. Khalkechev, K.V. Khalkechev

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL SUPPORT FOR AUTOMATED SYSTEM TO DETERMINE ELECTRICAL PROPERTIES OF GEOMATERIALS

Development of automated systems for determining the electrical properties of geomaterials is one of the most important tasks of mining. It is intended, along with the acquisition of new knowledge that allows to control electrical processes in geomaterials, to solve the following contradiction arising when applying this knowledge in production. On the one hand, the mathematical formulation of the problem and its solution turned out to be difficult to understand by technologists (knowledge of special chapters of higher mathematics was required). On the other hand, mathematicians, in spite of their high professionalism, carelessly treat concepts in the subject domain, and easily introduce their own — leading to errors, without delving into (or may not be) in subtlety due to a specific mathematical way of thinking different from specialists in different subject areas. Hence, there is not only a misunderstanding between them that does not allow the application of solved problems in production, but there is no corresponding adequate mathematical model that allows to determine with sufficient accuracy the electrical properties of geomaterials, i.e. the main functional task of automated systems in the mining industry has not been solved. At the same time, the main task of electrical reconnaissance, which was closely connected with it, solved by A.N. Tikhonov and A.A. Samara, has remained without special attention on the part of technologists and experts in the field of physical processes of mining production and not completely determined. As a result, we have an unresolved task in determining the reserves of minerals, which is connected with the main task of electric reconnaissance. To solve the problem under consideration, the presented article has developed a mathematical support for automated systems for determining the electrical properties of geomaterials in the form of effective tensors of electrical resistivity and specific electrical conductivity of geomaterials.

Key words: automated system, software, electrical properties, electric resistance tensor, conductivity tensor, geomaterial.

DOI: 10.25018/0236-1493-2017-11-0-227-233

AUTHORS

Khalkechev R.K.[1], Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor, e-mail: syrus@list.ru,
Khalkechev K.V.[1], Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: h_kemal@mail.ru,
[1] National University of Science and Technology «MISiS», 119049, Moscow, Russia.

REFERENCES

1. Dortman N.B. *Fizicheskie svoystva gornykh porod i poleznykh iskopaemykh (petrofizika)* (Physical properties of rocks and minerals (petrophysics)), Moscow, Nedra, 1984, 455 p.

2. Pandey L.M.S., Shukla S.K., Habibi D. Electrical resistivity of sandy soil. *Geotechnique Letters*. 2015. Vol. 5. No. 3. pp. 178—185.

3. Kuranchie F. A., Shukla S. K., Habibi D. et. al. Studies on electrical resistivity of Perth sand. *International Journal of Geotechnical Engineering*. 2014. Vol. 8. No. 4. pp. 449—457.

4. Kibria G., Hossain M. S. Investigation of geotechnical parameters affecting electrical resistivity of compacted clays. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2012. Vol. 138. No. 12. pp. 1520—1529.

5. Glinskikh V. N., Nesterova G. V., Epov M. I. *Geologiya i geofizika*. 2014, vol. 55, no 5—6, pp. 1001—1010.

6. Plattner A. et al. 3-D electrical resistivity tomography using adaptive wavelet parameter grids. *Geophysical Journal International*. 2012. Vol. 189. No. 1. pp. 317—330.

7. Spichak B. B., Bezruk I. A., Popova I. V. *Geofizika*. 2008, no 5, pp. 43—45.

8. Nesterova G. V. *Interekspo Geo-Sibir'*. 2010, vol. 2, no 2, pp. 57—60.

9. Enikeev B. N., Okhrimenko A. B., Smirnov O. A. *Karotazhnik*. 2011, issue 205, no 7, pp. 102—117.

10. Munoz-Castelblanco J. A., Pereira J. M. et. al. The influence of changes in water content on the electrical resistivity of a natural unsaturated loess. *Geotechnical Testing Journal*. 2012. Vol. 35. No. 1. pp. 11—17.

11. Khalkechev R. K. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. 2015, no 8, pp. 136—142.

12. Khalkechev R. K. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. Special edition. 2013, no 9, pp. 20—23.

ОТДЕЛЬНЫЕ СТАТЬИ ГОРНОГО ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО БЮЛЛЕТЕНЯ (СПЕЦИАЛЬНЫЙ ВЫПУСК)

РАСПОЗНАВАНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ДЕФОРМИРОВАННЫХ И НЕДЕФОРМИРОВАННЫХ ОБРАЗЦОВ КАРНАЛЛИТА ПО ПАРАМЕТРАМ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ ПРИ ИХ РАСТВОРЕНИИ

(2017, № 7, СВ 16, 12 с., DOI: 10.25018/0236-1493-2017-7-16-3-12)

Эртуганова Эльмира Александровна — кандидат технических наук, доцент,
МГИ НИТУ «МИСиС», e-mail: assistent@mail.ru.

Рассмотрены отличия сигналов активности акустической эмиссии (ААЭ), возникающей при деформировании и растворении ненарушенного и предварительно нарушенного образцов карналлита. Полученные закономерности могут быть полезны и при совершенствовании процессов разделения солей сложного состава при их обогащении. Показано, что при деформировании и растворении ненарушенного и предварительно нарушенного образцов карналлита выделяется стадийность этого процесса, при этом стадии растворения отличаются друг от друга выраженным изменением скорости нарастания и убывания ААЭ сразу после погружения образца в воду.

Ключевые слова: акустическая эмиссия, массив пород, карналлит, деформирование, разрушение, растворение, сигнал, нарушенный, ненарушенный, образец.

RECOGNITION OF PRE-DEFORMED AND UNDEFORMED SAMPLES OF CARNALLITE IN THE PARAMETERS OF ACOUSTIC EMISSION DURING THEIR DISSOLUTION

(DOI: 10.25018/0236-1493-2017-7-16-3-12)

Ertuganova E.A., Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, e-mail: assistent@mail.ru,
Mining Institute, National University of Science and Technology «MISiS», 119049, Moscow, Russia.

Distinctions of acoustic emission activity (AAE) that occur when deformed and dissolve undestroyed and pre-destroyed carnallite samples are considered. From the point of view of establishing the mechanisms of destruction of salt rocks by dissolution, as well as determining the dynamics of structure defects, it is of interest to compare the characteristics of the AE signals produced when the salt is dissolved in its initial state and after preliminary deformation. The obtained regularities can be useful also at perfection of processes of separation of salts of complex composition at their enrichment. It is shown that during the deformation and dissolution of undestroyed and pre-destroyed carnallite samples, the staginess of this process is distinguished, while the dissolution stages differ from each other by a pronounced change in the growth rate and decrease in AAE immediately after immersing the sample in water. For both samples K1 and K3, several stages can be distinguished, at each of which the rate of change of the AAE differs quite sharply from the others. If in the experiment K1 a gradual AAE is observed, the increase is practically from 0, then in K3 experiment there is a sharp burst up to 500 imp/sec. And then, a decrease to the level of 150 imp/sec. A sharp increase is associated with the movement of water through the capillaries when the pore space is filled, which is absent when dissolving the undestroyed sample in experiment K1.

Key words: acoustic emission, the array of breeds, carnallite, deformation, destruction, dissolution, signal, broken, unbroken, sample.