УДК 621.867.2

В.П. Дьяченко

РЕЖИМ РАБОТЫ ПРИВОДА ЛЕНТОЧНОГО КОНВЕЙЕРА ПРИ СЛУЧАЙНОМ ГРУЗОПОТОКЕ

Приведены зависимости для определения вероятностных характеристик тягового усилия, развиваемого приводом ленточного конвейера при случайных колебаниях грузопотока. Вероятностные характеристики тягового усилия определены для двух моделей случайного грузопотока: классической и преложенной автором статьи.
Ключевые слова: ленточный конвейер, расчет, грузопоток случайный.

Вероятностные характеристики тягового усилия, развиваемого приводом ленточного конвейера при случайных колебаниях грузопотока определяются флуктуациями загрузки конвейера, т.е. количества груза, лежащего на его ленте [1]. Это количество является интегралом входного грузопотока, определенным за период движения груза по конвейеру.

В работе [2] приводится критический анализ существующего метода описания случайных грузопотоков на горных предприятиях, используемого при обосновании эксплуатационных параметров ленточных конвейеров. Показано, что существующее представление случайных грузопотоков противоречит физическому механизму формирования их величины, а также не соответствует действительному характеру работы современных выемочных машин. Предложена расширенная система вероятностных характеристик грузопотоков для их описания и прогнозирования. Изложенные результаты предлагается использовать при расчетах машин непрерывного транспорта, промежуточных бункеров и систем их автоматизации.

Возможность учесть реальную динамику величины грузопотока дает использование для его описания случайных процессов типа «кенгуру» (КП) [3], которые являются обобщением случайного телеграфного процесса. В работе [2] дана подробная характеристика этих процессов применительно к описанию забойных грузопотоков. Приведем здесь лишь некоторые основные их свойства, отличные от свойств гауссовского экспоненциально коррелированного процесса, которым обычно описывают случайные грузопотоки ленточных конвейеров горных предприятий:

— интенсивность распределения времени пребывания величины грузопотока α на различных уровнях α_i функционально связана с величиной этих уровней $\nu = f(\alpha)$, а не является постоянной величиной;

— забойные грузопотоки являются марковскими с некоторым финальным распределением $p(\alpha)$;

— грузопотоки имеют дополнительную характеристику $q(\alpha)=\nu(\alpha)p(\alpha)/\nu_{ср}$ — плотность вероятности распределения уровней (состояний) грузопотока (где $\nu_{ср}$ — средняя интенсивность переходов с одного уровня на другой);

— экспериментальному определению подлежат любые два из трех указанных выше распределений: $q(\alpha)$, $\nu(\alpha)/\nu_{ср}$ и $p(\alpha)$.

При математических выкладках удобнее пользоваться вместо ν(α) обратной величиной T(α)=1/ν(α) — средним временем пребывания процесса (величины грузопотока) на уровне α.

Рассмотрим сначала случай, когда параметр $\nu(\alpha)$ не зависит от уровня грузопотока α, т.е. когда $\nu = const$. Корреляционная функция загрузки конвейера Q для этого случая определялась в работе [1], но, поскольку целью было вычисление только дисперсии, т.е. величины $K_Q(\tau)$ при $\tau = 0$, то корреляционная функция определена в этой работе только для интервала $0 \le \tau \le T_k$, где T_k — время движения груза по конвейеру.

В действительности, как показано ниже, форма корреляционной функции $K_Q(\tau)$ при $|\tau| > T_k$ имеет другой вид, нежели при $|\tau| < T_k$.

Загрузка конвейера является стационарным случайным процессом и описывается следующим выражением:

$$Q = \int_0^{T_k} \alpha(t)dt$$

Примем корреляционную функцию грузопотока в виде:

$$K_\alpha(\tau) = D_\alpha \cdot e^{-\nu|\tau|},$$

где D_α — дисперсия величины грузопотока,

$$D_\alpha = \int_0^\infty (\alpha - M_\alpha)^2 \cdot \exp(- \cdot \nu|\tau|)p(\alpha)d\alpha = \int_0^\infty (\alpha - M_\alpha)^2 p(\alpha)d\alpha.$$

При τ=0

$$D_\alpha = \int_0^\infty (\alpha - M_\alpha)^2 p(\alpha)d\alpha.$$

Математическое ожидание величины грузопотока M_α

$$M_\alpha = \int_0^\infty \alpha^2 p(\alpha)d\alpha.$$

Согласно работе [3], корреляционная функция загрузки Q, как интеграла от $\alpha(t)$, может быть определена по формуле:

$$K_Q(\tau) = 2\int_0^{T_k} (\tau - \theta) \cdot K_\alpha(\theta - \tau)d\theta = 2\int_0^{T_k} (\tau - \theta) \cdot D_\alpha \cdot \exp(-\nu \cdot |\theta - \tau|)d\theta.$$

Если $T_k \ge \tau$, т.е. при $0 \le \tau \le T_k$ знаком абсолютной величины в показателе экспоненты можно пренебречь. Тогда получим вычисленное в работе [1] значение корреляционной функции $K_Q(\tau)$ и дисперсии Q:

$$K_Q(\tau) = D_\alpha \left\{ \frac{2(T_k - \tau)}{\nu} + \frac{1}{\nu^2} \cdot \left[e^{-\nu(T_k - \tau)} + e^{-\nu(T_k + \tau)} - 2e^{-\nu\tau} \right] \right\},$$

$$D_Q = K_Q\left(0\right) = D_\alpha\left(\frac{2T_k}{\nu} - \frac{2}{\alpha^2} + \frac{2e^{-\nu T_k}}{\nu^2}\right).$$

При $\tau = T_k$ получаем:

$$K_Q\left(T_k\right) = \frac{D_\alpha}{\nu^2}\left[1 + e^{-2\nu T_k} - 2e^{-\nu T_k}\right] = \frac{D_\alpha}{\nu^2}\left(1 - e^{-\nu T_k}\right) .$$

Если $\tau \geq T_k$, получаем другое выражение для корреляционной функции:

$$K_Q\left(\tau\right) = D_\alpha \cdot \frac{1}{\nu^2}\left[e^{-\nu\left(\tau - T_k\right)} + e^{-\nu\left(\tau + T_k\right)} - 2e^{-\nu\tau}\right].$$

При $\tau = T_k$ это выражение совпадает с полученным выше. Совпадает и производные по τ обоих выражений, равные при $\tau = T_k$:

$$\frac{d}{d\tau}K_Q\left(\tau\right) = \frac{-D_\alpha}{\nu}\left(1 - e^{-\nu T_k}\right)^2 < 0 .$$

Вторые производные также совпадают и равны при $\tau = T_k$:

$$\frac{d^2}{d\tau^2}K_Q\left(\tau\right) = D_\alpha\left(1 - e^{-\nu T_k}\right)^2 > 0 .$$

Следовательно, при $\tau = T_k$ кривая $K_Q\left(\tau\right)$ является вогнутой. При $\tau = 0$ первая производная $K_Q\left(\tau\right)$ равна нулю.

Таким образом, кривая $K_Q\left(\tau\right)$ имеет вид, показанный на рис.1. Точка перегиба А определяется координатой τ_A, которую можно определить из уравнения:

$$e^{\nu\tau} = \sqrt{2e^{\nu T_k}} - 1 .$$

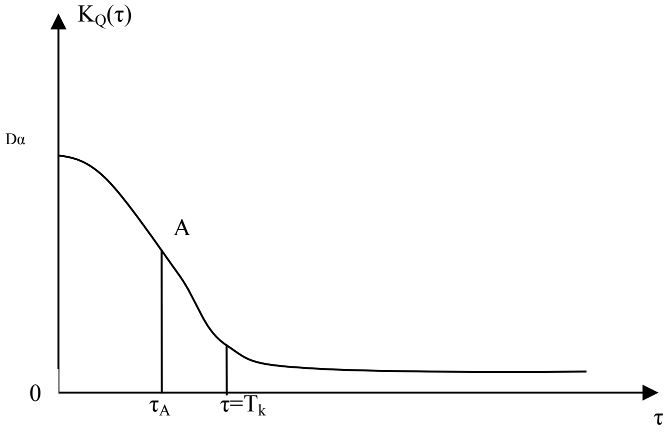

Рис. 1. Корреляционная функция загрузки конвейера

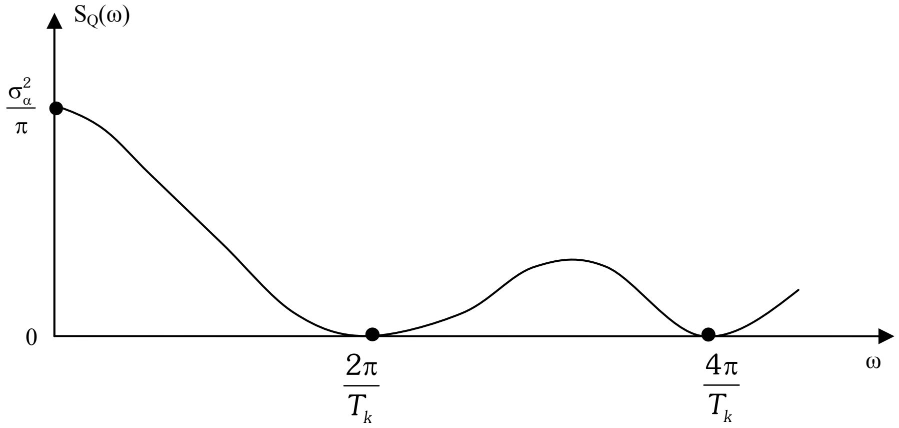

Рис. 2. Спектральная плотность загрузки конвейера

Среднее время корреляции процесса $Q(t)$ получается интегрированием нормированной корреляционной функции на отрезках $0 \le \tau \le T_k$ и $T_k < \tau \le \infty$ и составляет $\tau_{к.ср} = \frac{T_k}{2}$.

Обобщенная формула для корреляционной функции $K_Q(\tau)$ имеет вид:

$$K_Q(\tau) = D_\alpha \frac{1}{\nu^2}\left(e^{-\nu|\tau - T_k|} + e^{-\nu T_k} - 2e^{-\nu|\tau|}\right) + D_\alpha \frac{2}{\nu} I(T_k - \tau),$$

где $I(T_k - \tau)$ — единичная функция Хевисайда, равная нулю при $T_k < \tau$ и единице при $T_k > \tau$.

Спектральная плотность загрузки конвейера Q(t) определяется как произведение

$$S_Q(\omega) = S_\alpha(\omega) \cdot \left|\Phi(j\omega)\right|^2,$$

где $\Phi(j\omega)$ — преобразование Фурье от переходной функции блока интегрирования по времени; $j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица.

Функция $S_\alpha(\omega)$ может быть определена из выражения

$$S_\alpha(\omega) = \frac{\sigma_\alpha^2}{\pi} \cdot \frac{\nu}{\omega^2 + \nu^2};$$

Передаточная функция этого блока (преобразование Лапласа) равна

$$W(p) = \frac{1}{p}\left(1 - e^{-T_k p}\right).$$

Подставляя в это выражение $p = j\omega$, получаем:

$$\Phi(j\omega)=\frac{1}{j\omega}\left(1-e^{-j\omega T_k}\right),$$

$$\left|\Phi(j\omega)\right|^2=\frac{1}{j\omega}\left(1-e^{-j\omega T_k}\right)\cdot\frac{1}{-j\omega}\left(1-e^{-j\omega T_k}\right)=\frac{2}{\omega^2}\left(chj\omega T_k\right)=\frac{2}{\omega^2}\left(1-\cos\omega T_k\right).$$

Отсюда

$$S_Q(\omega)=\frac{2}{\pi}\sigma_\alpha^2\frac{\nu}{\omega^2\left(\omega^2+\nu^2\right)}\cdot\left(1-\cos\omega T_k\right).$$

Общий вид этой функции представлен на рис.2. Она является периодической функцией частоты ω с периодом $\frac{2\pi}{T_k}$.

Заметим, что все предыдущие преобразования производились по переменной, характеризующей сдвиг по времени τ и никак не относились к переменной α. В случае, когда параметр $\nu(\alpha)$ зависит от уровня грузопотока α, по аналогии с предыдущими выкладками получаем:

$$K_Q(\tau)=\int_0^\infty\left(\alpha-M_\alpha\right)^2\cdot\left[\ \frac{1}{\nu^2}\left(e^{-\nu|\tau-T_k|}+e^{-\nu T_k}-2e^{-\nu|\tau|}\right)+\frac{2}{\nu}I\left(T_k-\tau\right)\ \right]p(\alpha)d\alpha,$$

$$S_Q(\omega)=\int_0^\infty\left(\alpha-M_\alpha\right)^2\cdot\frac{2}{\pi}\frac{\nu}{\omega^2\left(\omega^2+\nu^2\right)}\cdot\left(1-\cos\omega T_k\right)p(\alpha)d\alpha.$$

Функция распределения величины загрузки конвейера, как сумма большого числа малых одинаково распределенных величин, согласно работе [5], близка к нормальному распределению с математическим ожиданием $M_Q=M_\alpha T_к$, прямо пропорциональным времени $T_к$, и с дисперсией, определенной выше.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шахмейстер Л.Г., Дмитриев В.Г.* Вероятностные методы расчета транспортирующих машин. — М.: Машиностроение, 1983. — 256 с.
2. *Дьяченко В.П.* Моделирование работы конвейерных транспортных линий/ Горный информационно-аналитический бюллетень, 2006, №12. — М.: МГГУ, с. 195—196.
3. *Brissaud A., Frisch U.* Solving linear stochastic differential equations. — J. of Math. Phys., 1974, № 5, p. 524-534.
4. *Свешников А.А.* Прикладные методы теории случайных функций. — М.: Наука, 1968. — 463 с.
5. *Байхельт Ф., Франкен П.* Надежность и техническое обслуживание. Математический подход: Пер. с нем. — М.: Радио и связь, 1988. — 391 с. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Дьяченко Вячеслав Петрович — кандидат технических наук, профессор, kafgmt@msmu.ru, Московский государственный горный университет.