

УДК 622.831.322

С.С. Андрейко, Т.А. Лялина

ИССЛЕДОВАНИЕ И ОЦЕНКА КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ СОДЕРЖАНИЕМ СУЛЬФАТА КАЛЬЦИЯ И СОДЕРЖАНИЕМ НЕРАСТВОРИМОГО ОСТАТКА В СОЛЯНЫХ ПОРОДАХ ВЕРХНЕКАМСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

В процессе исследований образцов соляных пород, отобранных из кернов подземных геологических скважин, выполнен анализ химического состава соляных пород в пределах Южного и Центрального участков Верхнекамского месторождения калийных солей. Приведены результаты проверки выборки на однородность. Выявлены корреляционные зависимости между содержанием нерастворимого остатка и содержанием сульфата кальция в соляных породах. Для всех зависимостей вычислены коэффициенты корреляции и величина детерминации. Дана оценка значимости полученных коэффициентов корреляции.

Ключевые слова: соляные породы, содержание нерастворимого остатка, содержание CaSO_4 , однородность выборки, корреляционная зависимость, коэффициент корреляции, значимая корреляционная связь.

Результаты научно-исследовательских работ и практика разработки калийных месторождений как в СНГ, так и в других странах позволяют констатировать тот факт, что газодинамические явления (ГДЯ) в соляном породном массиве обусловлены комплексным взаимодействием следующих основных факторов: избыточным давлением свободных газов, напряженно-деформированным состоянием пород и его изменчивостью в пространстве и во времени, физико-механическими свойствами пород и структурой разрабатываемого массива [1–4]. Основные факторы, определяющие газодинамические процессы в соляном породном массиве, могут быть охарактеризованы большим числом показателей, часть которых непосредственно определяет основные факторы опасности развития ГДЯ, а остальные — дают косвенную информацию о них. К важным показателям, во многом определяю-

щим протекание ГДЯ в соляном породном массиве, относятся его физико-механические свойства. Основными показателями этой группы являются: прочность пород на сжатие и растяжение, динамический и статический модули упругости, коэффициент хрупкого разрушения. Значения показателей данной группы могут быть определены для различных участков шахтных полей калийных рудников Верхнекамского месторождения и использоваться при прогнозировании опасных зон. Большой интерес представляет изучение корреляционных зависимостей между прочностными показателями и их составом, которые могут использоваться на стадиях регионального и локального прогнозирования зон, опасных по газодинамическим явлениям. В настоящее время по данной теме выполнен небольшой объем исследований. Так, были установлены корреляционные зависимости для каменной соли и красных

сильвинитов между прочностью этих пород на сжатие и содержанием таких примесей, как нерастворимый остаток (Н.О.) и сульфат кальция (CaSO_4) [5,6]. Однако в полученных корреляционных зависимостях не исследовалась возможная корреляция между этими показателями. С целью использовать показатели физико-механических характеристик соляных пород на стадии регионального прогнозирования, которые во многих случаях на новых участках шахтных полей калийных рудников определяются по корреляционным зависимостям, нами проводилась оценка корреляционной связи между содержанием в соляных породах сульфата кальция (CaSO_4) и нерастворимого остатка (Н.О.).

Результаты оценки корреляционных связей между содержанием сульфата кальция и содержанием нерастворимого остатка в соляных породах

Связь между содержанием CaSO_4 и содержанием нерастворимого остатка в междупластье и продуктивных пластах Южного и Центрального участков Верхнекамского месторождения устанавливалась исходя из данных, полученных при исследовании химического состава образцов пород, изготовленных из керна подземных геологических скважин.

На Южном участке рассматривалось шахтное поле рудника БКПРУ-4 ОАО «Уралкалий». Установлено, что содержание CaSO_4 в каменной соли междупластья Б-В на руднике БКПРУ-4 колеблется от 0,03 до 5,28 % при среднем значении 2,69 %. Содержание нерастворимого остатка в междупластье Б-В изменяется от 1,1 до 50,5 % при среднем значении 17,7 %.

Прежде чем устанавливать взаимосвязь содержания CaSO_4 и со-

держания нерастворимого остатка, необходимо убедиться в однородности выборки.

Для проверки выборки на однородность применяется τ — критерий, основанный на том, что в нормальном распределении вероятность появления варианты, далеко отстоящей от среднего значения, мала, и может быть заранее рассчитана.

Численное значение τ — критерия определяется по формулам:

$$\tau_{\max} = \frac{x_{\max} - \bar{x}}{S} \quad (1)$$

$$\tau_{\min} = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{S} \quad (2)$$

где S^2 — дисперсия, которая определяется из выражения

$$S^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{N - 1},$$

где \bar{x} — среднее значение, которое определяется по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \times m}{\sum_{i=1}^N m_i},$$

где m — мощность пласта; N — количество наблюдений.

Формула (1) служит для проверки максимального значения выборки, а формула (2) — минимального.

Критические значения τ — критерия для различных значений надежности вывода $\alpha = 1 - \alpha_0$ и различных чисел измерений N рассчитаны и за-табулированы [7].

Выборка является однородной, если верно соотношение:

$$\tau_{\max}, \tau_{\min} \leq \tau_{01}.$$

Значок «01» указывает, что мы пользуемся 99 %-ным уровнем значимости.

Результаты расчетов представлены в таблице (табл. 1).

Таблица 1

Результаты проверки выборки на однородность

Показатель	Среднее значение, %	Дисперсия, S	Максимальное значение критерия, τ_{max}	Минимальное значение критерия, τ_{min}	Число проб, N	Критическое значение критерия, τ_{01}
CaSO ₄	2,69	0,89	2,98	2,91	804	3,99
Н.О.	17,7	10,3	1,61	3,19	804	3,99

По табл. 1 находим, что τ_{max} и τ_{min} для показателей меньше критического значения. Следовательно, обе выборки можно считать однородными.

Полученное облако распределения представлено на рисунке. По оси абсцисс — содержание нерастворимого остатка, %, по оси ординат — содержание CaSO₄, %.

Для пласта каменной соли Б-В, который при отработке пласта АБ рассматривается как защитная пачка, отделяющая кровлю выработки от газоносного пласта В, получена следующая корреляционная зависимость содержания CaSO₄ от содержания нерастворимого остатка:

$$CaSO_4 = 0,058 \times \text{Н.О.} + 1,682, \quad (3)$$

где CaSO₄ — содержание CaSO₄ в пласте каменной соли Б-В, %; Н.О. — содержание нерастворимого остатка в пласте каменной соли Б-В, %.

Формула для расчёта коэффициента корреляции имеет следующий вид [8]:

$$r = \frac{N \times \sum_{i=1}^N \text{Н.О.}_i \times CaSO_{4i} - \sqrt{N \times \sum_{i=1}^N \text{Н.О.}_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N \text{Н.О.}_i\right)^2} \times \frac{-\sum_{i=1}^N \text{Н.О.}_i \times \sum_{i=1}^N CaSO_{4i}}{\sqrt{N \times \sum_{i=1}^N CaSO_{4i}^2 - \left(\sum_{i=1}^N CaSO_{4i}\right)^2}} \quad (4)$$

где N — объём выборки, N = 804; i — порядковый номер элемента в выборке.

Предварительные вычисления для коэффициента корреляции показали, что:

$$\Sigma \text{Н.О.} = 14209;$$

$$\Sigma \text{Н.О.}^2 = 335999;$$

$$\Sigma CaSO_4 = 2162;$$

$$\Sigma CaSO_4^2 = 6451;$$

$$\Sigma \text{Н.О.} \cdot CaSO_4 = 43480.$$

Таким образом, подставляя полученные значения в формулу (2), получим:

$$r = \frac{804 \times 43480 - \sqrt{804 \times 335999 - (14209)^2} \times \frac{-14209 \times 2162}{\sqrt{804 \times 6451 - (2162)^2}}}{\sqrt{804 \times 335999 - (14209)^2}} = 0,72.$$

Отсюда величина коэффициента детерминации d будет равна:

$$d = r^2 = 0,72^2 = 0,52.$$

В данном случае зависимая переменная — содержание CaSO₄ в пласте каменной соли Б-В находится в отношении причинной связи с независимой переменной — содержанием нерастворимого остатка в пласте каменной соли Б-В. Следовательно, коэффициент детерминации 0,52 определяет долю, которая может рассматриваться как причинно обусловленная изменением содержания нерастворимого остатка. Влияние на прочность пласта Б-В других факторов оценивается 48 %.

Коэффициент корреляции по своей сути является стандартизованной мерой линейной связи между двумя

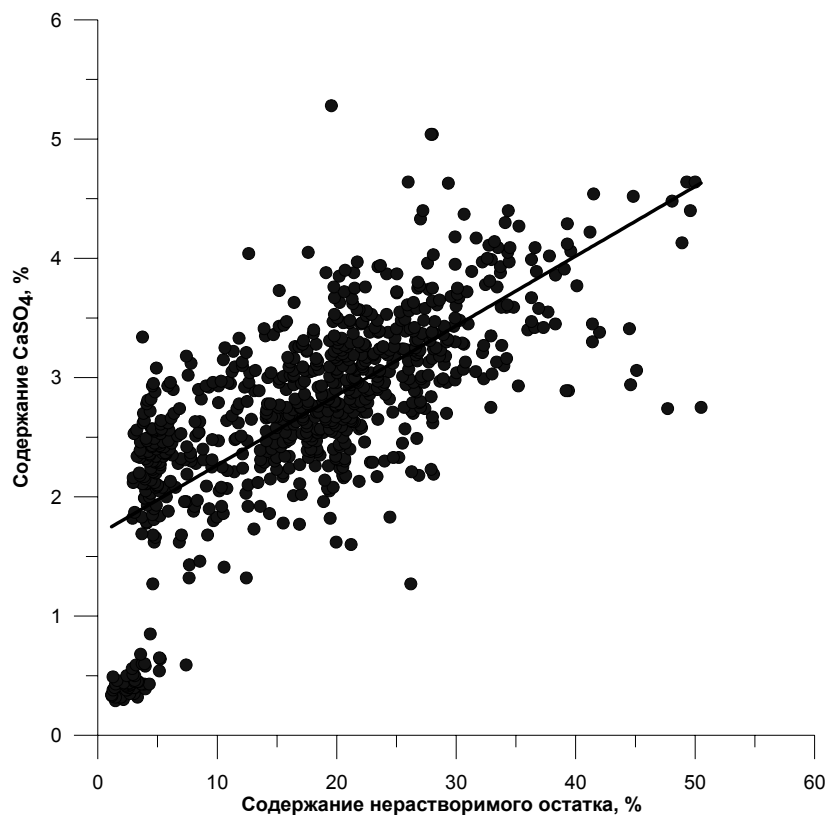


Рис. Поле корреляции содержания CaSO₄ в пласте каменной соли Б-В в зависимости от содержания в нем нерастворимого остатка для рудника БКПРУ-4

переменными. В нашем случае переменными являются содержание нерастворимого остатка и содержание CaSO₄. Необходимой процедурой статистического исследования является оценка статистической значимости коэффициента корреляции. Коэффициент выборочной корреляции r является оценкой параметра ρ , который отражает связь между двумя переменными совокупности. Предполагая, что переменные нормально распределены и наблюдения случайно выбраны из некоторой совокупности, мы можем осуществить проверку значимости r .

Проверяемая гипотеза и альтернатива таковы:

$$H_0 : \rho = 0,$$

$$H_1 : \rho \neq 0,$$

т.е. мы можем определить, значительно ли отличается от нуля выборочный коэффициент корреляции. Нулевая гипотеза устанавливает, что содержание нерастворимого остатка и содержание CaSO₄ независимы, и что любое не нулевое значение r возникло просто из-за случайных флуктуаций при случайном выборе. Так как выборка отобрана случайно, то еще нельзя заключить, что коэффициент корреляции генеральной совокупности отличен от нуля. В качестве одного из критериев проверки значимости коэффициент корреляции может

быть применен *t*-критерий значимости r , который имеет $n - 2$ степени свободы и задается выражением [9]:

$$t_b = |r| \times \sqrt{N - 2} / \sqrt{1 - r^2} \quad (5)$$

где r — выборочный коэффициент корреляции; N — объем выборки.

Величина t имеет распределение Стьюдента, ее значения вычислены и затабулированы по заданному уровню значимости $\alpha_0 = 1 - \alpha$ и числу $k = n - 2$ и обозначаются $t_{кр}$. В том случае, если вычисленное по данным выборки значение t_b окажется больше табличного значения $t_{кр}$, то делается заключение о том, что коэффициент корреляции r заметно отличается от нуля и содержание нерастворимого остатка и прочность каменной соли на сжатие, соответственно, коррелируют между собой. Другими словами, связь между содержанием нерастворимого остатка и прочностью каменной соли на сжатие вполне надежна, т.е. она достаточно верна с вероятностью $\alpha = 1 - \alpha_0$.

Значимость коэффициента корреляции может быть проверена путем сравнения абсолютной величины эмпирического коэффициента корреляции, умноженной на $\sqrt{n - 1}$, с его критическими значениями при заданной надежности вывода $\alpha = 1 - \alpha_0$. Критические значения произведения $\bar{H} = |r| \times \sqrt{n - 1}$ для различных значений надежности вывода $\alpha = 1 - \alpha_0$ и различных чисел измерений n рассчитаны и затабулированы [10]. Если для эмпирического коэффициента корреляции r произведение $|r| \times \sqrt{n - 1}$ окажется больше критического значения \bar{H} при некотором α , то с надежностью вывода α следует

отвергнуть гипотезу о некоррелированности рассматриваемых величин. Результаты расчетов по оценке значимости коэффициентов корреляции при уровне значимости 0,01 % приведены в таблице (табл. 2).

В целом результаты оценки значимости корреляционной связи между содержанием нерастворимого остатка и содержанием CaSO_4 в пласте Б-В рудника БКПРУ-4 показали, что между этими показателями существует значимая корреляционная связь.

Для продуктивных пластов Центрального участка месторождения получены следующие корреляционные зависимости, коэффициенты корреляции и величина детерминации содержания CaSO_4 от содержания нерастворимого остатка:

для пл. А рудника СКРУ-2

$$\text{CaSO}_4 = 1,03 \times \text{Н.О.} + 1,14, \quad r = 0,56, \quad d = 0,31 \quad (6)$$

для пл. Кр II рудника СКРУ-3

$$\text{CaSO}_4 = 0,52 \times \text{Н.О.} + 1,34, \quad r = 0,51, \quad d = 0,26 \quad (7)$$

для пл. Б рудника СКРУ-3

$$\text{CaSO}_4 = 0,86 \times \text{Н.О.} + 0,67, \quad r = 0,55, \quad d = 0,30 \quad (8)$$

Оценка значимости корреляционных связей между содержанием нерастворимого остатка и содержанием CaSO_4 в продуктивных пластах Центрального участка месторождения показала, что между этими показателями также существует значимая корреляционная связь.

Выводы

На основании результатов оценка корреляционных связей между содержанием сульфата кальция и содержанием нерастворимого остатка в соляных породах Верхнекамского месторождения можно сделать следующие выводы:

Таблица 2

Результаты оценки значимости корреляционной связи между содержанием нерастворимого остатка в пласте Б-В и содержанием в нём CaSO_4

Число проб N, шт	Вычисленный коэффициент корреляции, r	Вычисленное значение критерия, t_b	Критическое значение критерия, $t_{кр/0,999}$	Вычисленное значение критерия, \bar{H}	Критическое значение критерия, $\bar{H}_{0,999}$	Результат оценки значимости
804	0,72	29,4	2,04	20,4	3,23	$t_b > t_{кр/0,999}$ $\bar{H} > \bar{H}_{0,999}$ Значим

1. Установлено, что существует значимая корреляционная связь между содержанием в соляных породах нерастворимого остатка и содержанием сульфата кальция. Для пласта каменной соли Б-В, играющего роль защитной пачки, отделяющей разрабатываемый сильвинитовый пласт АБ от газоносного пласта В, величина коэффициента корреляции между содержанием в соляных породах нерас-

творимого остатка и содержанием сульфата кальция составляет 0,72.

2. При прогнозировании величины прочности пласта каменной соли Б-В, а также сильвинитовых пластов АБ и Кр II на сжатие по корреляционным зависимостям, основанным на учете содержания в соляных породах примесей, целесообразно использовать отношение содержания сульфата кальция к содержанию нерастворимого остатка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пермяков Р.С., Проскуряков Н.М.* Внезапные выбросы соли и газа.-Л.: Недра.-1972.-180 с.

2. *Проскуряков Н.М.* Внезапные выбросы породы и газа в калийных рудниках. — М.: Недра.-1980.-264 с.

3. *Проскуряков Н.М., Ковалев О.В., Мещеряков В.В.* Управление газодинамическими процессами в пластах калийных руд. — М.: Недра.- 1988.- 239 с.

4. *Андрейко С.С., Калугин П.А., Щерба В.Я.* Газодинамические явления в калийных рудниках: генезис, прогноз и управления. — Мн.: Высшая школа, 2000. — 335с.

5. *Кудряшов А.И.* Основные черты геологического строения Верхнекамского калийного месторождения/Повышение эффективности разработки Верхнекамского калийного бассейна. — Пермь: 1986.-С.6-20.

6. *Аникин В.В.* Методика оценки механических свойств соляных пород по услови-

ям залегания и составу продуктивных пластов/Стратегия и процессы освоения георесурсов: материалы научн. сессии ГИ УрО РАН. — Пермь: ГИ УрО РАН.-2004.-С.209-212.

7. *Алексеев Ф.А.* Основы прямых геохимических методов поисков нефтяных и газовых месторождений: Временное методическое наставление. — М.:— 1967. — 527с.

8. *Вайнберг Дж.* [Weinberg G.], Шумейкер Дж [Shumaker J.]. Статистика//Пер. с англ.; под. ред. И.Ш. Амирова — М.: Статистика.- 1979.-389 с.

9. *Девис Дж.С.* [Davis John C.] Статистический анализ данных в геологии//Пер. с англ. В 2 кн.; под. ред. Д.А. Родионова.- М.: Недра.- 1990.- кн.1.-319 с.

10. *Румшицкий Л.З.* Математическая обработка результатов эксперимента: Справочное руководство/ Румшицкий Л.З. — М.: Изд-во Наука.-1971. -192 с. **ГИАБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Андрейко С.С. — доктор технических наук, профессор, зав. лабораторией «Геотехнологические процессы и рудничная газодинамика», e-mail: ssa@mi-perm.ru,

Лялина Т.А. — инженер лаборатории «Геотехнологические процессы и рудничная газодинамика», e-mail: Lyalina@mi-perm.ru, Горного института Уральского отделения РАН.