

УДК 614.841.345

З.В. Кобулиев, Р. Норкулов, Н.М. Хасанов

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОМАССОБМЕНА ПРИ ТЕРМИЧЕСКОМ ЗАКРЕПЛЕНИИ ГРУНТОВ

Приведены результаты исследования процесса тепломассообмена по определению поля температуры и влажности в обжигаемых грунтах. Получены аналитические выражения для расчета поля температуры и влажности, позволяющие решать различные инженерные задачи при термической обработке грунтов.

Ключевые слова: влажность – грунт – тепломассо-обмен – термообработка.

В о многих районах, где отсутствуют местные каменные материалы, может оказаться целесообразным устройство оснований сооружений из термически закрепленных грунтов. В этой связи представляет большой интерес исследование поля температуры и влажности в обжигаемых грунтах (рис. 1).

При действии какого-либо источника тепла на грунт в нем наиболее четко протекают следующие процессы: кондукция, фазовые превращения, термодиффузия пара и концентрационная диффузия жидкой фазы воды. Математически это можно представить так

$$\frac{\partial t}{\partial T} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + b \frac{\partial^2 W}{\partial T^2}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial T} = a_1 \frac{\partial^2 W}{\partial z^2}, \quad (2)$$

где t — температура; T — время; W — влажность; a — коэффициент температуропроводности; z — пространственная координата; $b = \frac{\varepsilon \rho_{II}}{C}$;

$a_1 = \frac{a_{жс}}{1 - \varepsilon}$; ε — критерий перехода пара в жидкую фазу; ρ_{II} — скрытая

теплота парообразования; C — удельная теплоемкость грунта; $a_{жс}$ — коэффициент влагопроводности жидкой фазы.

Пусть до начала воздействия теплового потока влажность и температура грунта имеют некоторые начальные значения W_H и t_H . В процессе термического воздействия вследствие испарения влаги влажность грунта на его поверхности уменьшается, а температура интенсивно нарастает, достигая через некоторое время T_0 температуры плавления t_0 . Для $z \geq 0$ и $T \geq 0$ краевые условия в этом случае будут (рис. 2)

$$W(z, 0) = t_H; \quad W(0, T) = W_H - mT;$$

$$\left. \frac{dW}{dz} \right|_{z=\infty} = 0; \quad (3)$$

$$t(z, 0) = t_H; \quad t(0, T) = t_H + \alpha e^{\beta T};$$

$$\left. \frac{dt}{dz} \right|_{z=\infty} = 0, \quad (4)$$

где m — коэффициент, характеризующий изменение влажности на поверхности грунтового массива; α и β — коэффициенты, зависящие от мине-

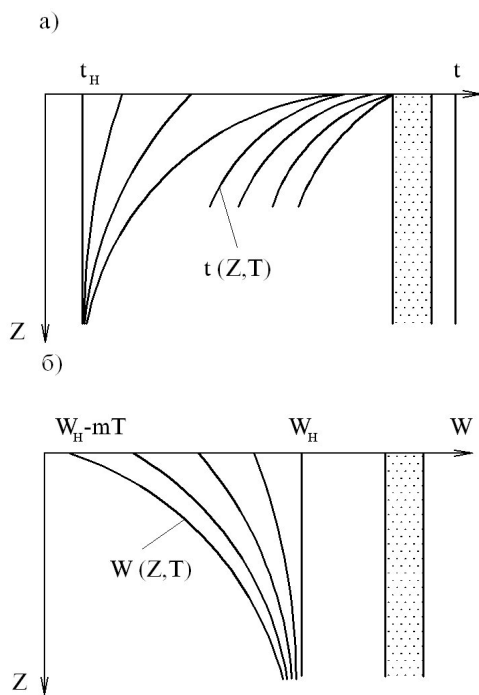


Рис. 1. Образование поля температуры (а) и влажности (б) при термическом закреплении грунтов ралогического состава грунта, вида теплоносителя и интенсивности подачи тепла

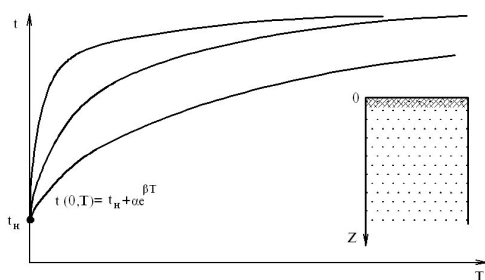


Рис. 2. Схема нарастания температуры на поверхности грунта при термическом закреплении

$$\left. \begin{aligned} pt' - t_H &= a \frac{d^2 t'}{dz^2} + b(pW' - W_H) \\ pW' - W_H &= a_1 \frac{d^2 W'}{dz^2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 t'}{dz^2} &= \frac{p}{a} t' - \frac{bp}{a} W' + \frac{bW_H - t_H}{a} \\ \frac{d^2 W'}{dz^2} &= \frac{p}{a_1} W' - \frac{W_H}{a_1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Матрица для системы (5) – (6)

$$A = \begin{pmatrix} \frac{p}{a} & -\frac{bp}{a} \\ 0 & \frac{p}{a_1} \end{pmatrix}.$$

Корни характеристического многочлена

$$\det(A - \lambda^2 E) = 0;$$

$$\det(A - \lambda^2 E) = \begin{vmatrix} \frac{p}{a} - \lambda^2 & -\frac{bp}{a} \\ 0 & \frac{p}{a_1} - \lambda^2 \end{vmatrix} = 0;$$

$$\left(\frac{p}{a} - \lambda^2\right)\left(\frac{p}{a_1} - \lambda^2\right) = 0; \quad \lambda_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{p}{a}};$$

$$\lambda_{3,4} = \pm\sqrt{\frac{p}{a_1}}.$$

Найдем базисное решение уравнений (5) – (6) при $z \rightarrow \infty$, соответствующее корням $\lambda_2 = -\sqrt{\frac{p}{a}}$; $\lambda_4 = -\sqrt{\frac{p}{a_1}}$.

При этом система уравнений имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{p}{a} - \lambda^2\right) C_1 - \frac{bp}{a} C_2 &= 0 \\ \left(\frac{p}{a_1} - \lambda^2\right) C_2 &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

При $\lambda = \lambda_2$, $C_1 = 1$ находим $C_2 = 0$. При $\lambda = \lambda_4$, $C_2 = 1$ находим

$$C_1 = \frac{ba_1}{a_1 - a}.$$

Общее решение однородного уравнения, соответствующего (5) – (6) при $z \rightarrow \infty$ и $a \neq a_1$:

$$C_1 = \left(e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} z}, 0 \right) + C_2 \left(\frac{ba_1}{a_1 - a} e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} z}, e^{-\sqrt{\frac{p}{a_1}} z} \right);$$

$$t' = C_1 e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} z} + C_2' e^{-\sqrt{\frac{p}{a_1}} z} + \frac{t_H}{p};$$

$$W' = C_2' \frac{a_1 - a}{ba_1} e^{-\sqrt{\frac{p}{a_1}} z} + \frac{W_H}{p},$$

где t_H/p , W_H/p – частные решения системы (5) – (6).

Изображения для граничных условий при $z = 0$.

$$\lambda \left. \frac{dt'}{dz} \right|_{z=0} = \frac{a}{p}; \quad (7)$$

$$W' \Big|_{z=0} = \frac{W_H}{p} - \frac{m}{p^2}. \quad (8)$$

Определяем C_1' и C_2' для условий (7) и (8)

$$\left. \begin{aligned} -C_1' \sqrt{\frac{p}{a}} - C_2' \sqrt{\frac{p}{a_1}} &= \frac{q}{\lambda p}, \\ C_2' \frac{a_1 - a}{ba_1} + \frac{W_H}{p} &= \frac{W_H}{p} - \frac{m}{p^2}; \end{aligned} \right\}$$

$$C_2' = \frac{ba_1 m}{p(a - a_1)};$$

$$C_1' = - \left(\frac{q\sqrt{a}}{\lambda p \sqrt{p}} + \sqrt{\frac{a}{a_1}} \frac{ba_1 m}{(a - a_1) p^2} \right).$$

Изображение имеет вид:

$$t' = \frac{t_H}{p} - \left(\frac{q\sqrt{a}}{\lambda p \sqrt{p}} + \sqrt{\frac{a}{a_1}} \frac{ba_1 m}{(a - a_1) p^2} \right) \times e^{-z\sqrt{\frac{p}{a}}} + \frac{ba_1 m}{(a - a_1) p^2} e^{-z\sqrt{\frac{p}{a_1}}};$$

$$W' = \frac{W_H}{p} - \frac{m}{p^2} e^{-z\sqrt{\frac{p}{a_1}}}.$$

Переходя от изображения к оригиналу, имеем следующие выражения для расчета поля температуры и влажности:

$$\begin{aligned} t(z, T) &= t_H - \frac{q\sqrt{a}}{\lambda} \left[2\sqrt{\frac{T}{\pi}} e^{-\frac{z^2}{4Ta}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{z}{\sqrt{a}} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{z^2}{4Ta}} \right) \right] - \sqrt{\frac{a}{a_1}} \frac{ba_1 m}{(a - a_1)} \times \\ &\quad \times \left[\left(T + \frac{z^2}{2a} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{z^2}{4Ta}} \right) - \frac{z\sqrt{T}}{\sqrt{\pi a}} e^{-\frac{z^2}{4Ta}} \right] + \\ &\quad + \frac{ba_1 m}{(a - a_1)} \left[\left(T + \frac{z^2}{2a} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{z^2}{4Ta_1}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{z\sqrt{T}}{\sqrt{\pi a_1}} e^{-\frac{z^2}{4Ta_1}} \right]; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} W(z, T) &= W_H - m \left[\left(T + \frac{z^2}{2a} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{z^2}{4Ta_1}} \right) - \frac{z\sqrt{T}}{\sqrt{\pi a_1}} e^{-\frac{z^2}{4Ta_1}} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\pi} \int_x^\infty e^{-t^2} dt$.

Во многих случаях известен тепловой поток нагревателя на поверхность грунта q , кВт (ккал/ч). В этом случае краевые условия дополнительно описываются так

$$\lambda = \frac{\partial t(0, T)}{\partial z} = q.$$

Тогда вместо условий (7) – (8)

$$t' \Big|_{z=0} = \frac{t_H}{p} + \alpha' \frac{1}{p - \beta'};$$

$$W' \Big|_{z=0} = \frac{W_H}{p} - \frac{m}{p^2}.$$

Уравнения для C_1' и C_2'

$$C_1' + C_2' + \frac{t_H}{p} = \frac{t_H}{p} + \alpha' \frac{1}{p - \beta'};$$

$$C_2' \frac{a_1 - a}{ba_1} + \frac{W_H}{p} = \frac{W_H}{p} - \frac{m}{p^2}.$$

Откуда

$$C'_2 = \frac{mba_1}{p^2(a-a_1)}; C'_1 = \frac{\alpha'}{p-\beta'};$$

$$C'_2 = \frac{\alpha'}{p-\beta'} - \frac{mba_1}{p^2(a-a_1)}.$$

Изображение

$$t' = \frac{t_H}{p} + \left[\frac{\alpha'}{p-\beta'} - \frac{mba_1}{p^2(a-a_1)} \right] e^{-z\sqrt{\frac{p}{a}}} + \frac{mba_1}{p^2(a-a_1)} e^{-z\sqrt{\frac{p}{a_1}}}.$$

Окончательно выражение для расчета поля температуры при термическом обжиге грунтов, когда задан поток тепла, имеет вид

$$t(z, T) = t_H + \frac{\alpha'}{2} e^{\beta'T} \times \left[e^{z\sqrt{\frac{\beta'}{a}}} \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{Ta}} + \beta'\sqrt{T} \right) \times \right.$$

$$\left. \times e^{-z\sqrt{\frac{\beta'}{a}}} \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{Ta}} - \beta'\sqrt{T} \right) \right] - \frac{ba_1 m}{(a-a_1)} \left[\left(T + \frac{z^2}{2a} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{z^2}{4Ta}} \right) - \frac{z\sqrt{T}}{\sqrt{\pi a}} e^{-\frac{z^2}{4Ta}} \right] + \frac{ba_1 m}{(a-a_1)} \times \left[\left(T + \frac{z^2}{2a_1} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{z^2}{4Ta_1}} \right) - \frac{z\sqrt{T}}{\sqrt{\pi a_1}} e^{-\frac{z^2}{4Ta_1}} \right]. \quad (11)$$

Выражение для (10) не изменяется.

Полученные уравнения (9) — (11) позволяют решать различные инженерные задачи при термической обработке грунтов: рассчитывать глубину обработки грунта, оптимальное время обжига, производительность нагревательных аппаратов и др.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лыков А.В.* Тепломассообмен: Справочник. — М.: Энергия, 1978. — 408 с.
2. *Цой П.В.* Системные методы расчета краевых задач тепломассо-переноса. Прямые и обратные задачи нестационарной теплопроводности и термоупругих напряжений. Гидродинамика и теплообмен в каналах сложного профиля. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательский дом МЭИ, 2005. — 568 с. **ГИАБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Кобулиев З.В. — доктор технических наук, профессор, директор Института водных проблем, гидроэнергетики и экологии Академии наук Республики Таджикистан,
Норкулов Р. — старший преподаватель Таджикского технического университета им. акад. М.С. Осими,
Хасанов Н.Н. — старший преподаватель кафедры «Подземные сооружения, основания и фундаменты» Таджикского технического университета им. акад. М.С. Осими.

