УДК 519.673

А.В. Юденков, А.Э. Адигамов, В.В. Иванов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ НА МИКРОУРОВНЕ В НЕЧЕТКОЙ ПОСТАНОВКЕ

Рассматривается метод построения математической модели микроуровня конфликтной ситуации в условиях нечеткой логики для случая, когда участники конфликта объединяются в коалиции.

Ключевые слова: конфликтная ситуация, математическая модель, коалиция.

Конфликтные ситуации являются неотъемлемой частью рыночной экономики. Они оказывают на ее функционирование как негативное, так и позитивное влияние.

В свою очередь конфликт следует рассматривать как сложную динамическую систему [3]. Построение единой математической модели сложной системы является трудной, практически невыполнимой задачей. Поэтому традиционно выделяют три уровня описания конфликтной ситуации: макроуровень, мезоуровень и микроуровень.

На макроуровне система рассматривается в целом, при этом выделяются такие состояния конфликта как содействие, нейтралитет, эксплуатация, противодействие и др.[3].

На мезоуровне изучаются переходы из одного макросостояния в другое. На микроуровне конфликта, особенно в условиях рынка, одним из основных понятий является понятие эффективности функционирования того или иного хозяйствующего субъекта. Однако в понятие эффективности может включаться несколько критериев, причем среди них могут быть как количественные, так и качественные критерии, что существенно затрудняет построение математической модели и ее исследование.

В работе предлагается метод построения математической модели микроуровня конфликтной ситуации в условиях нечеткой логики. При этом рассматривается случай, когда участники конфликта могут объединяться в коалиции (кооперативные игры).

Одной из основных задач теории кооперативных игр, моделирующих на микроуровне конфликты содействующих субъектов рынка, является построение характеристической функции игры. Зачастую этот этап практически невозможно пройти, используя традиционный математический аппарат.

В данной работе рассмотрим построение характеристической функции с использованием методов нечеткой логики. Рассмотрим игру N лиц, в которой любые игроки могут объединяться в коалиции KS (KS с N) (S=1,2,…,M) (M – число различных возможных коалиций). Пусть выигрыш коалиции определяется по критериям $J_{K_S}^{q}$ (q=1,…,l) среди которых есть как количественные, так и качественные.

Пусть имеется следующая информация:

1. Виды коалиций $K_1, K_2, \ldots, K_S$;
2. Варианты действий коалиций;
3. Варианты действия игроков не вошедшие в коалицию;

Задача состоит в построении характеристической функции $\Phi(K_S)$ для данной игры.

В данной постановке задачи под характеристической функцией будем понимать функцию однозначно сопоставляющей каждой коалиции оптимальный по данному набору критериев суммарный гарантированный выигрыш, при условии оптимальных совместных действий участников коалиции.

Рассмотрим некоторую коалицию $K_{S,}$, как некоторого игрока $A_S(K_{S,} \in N)$. Игроков не вошедших в коалицию, будем рассматривать как игрока $B_S = B(У_S)$ $(У_S = N/ K_S)$.

Критерий эффективности действий игроков коалиции, при условии, что игрок B_S выбрал стратегию B_{jS}, будем рассматривать как нечеткие множества:

$$Y_j^{Sq} = \left\{ \frac{M_{1j}^{Sq}}{A_{1S} \cdot B_{jS}}, \frac{M_{2j}^{Sq}}{A_{2S} \cdot B_{jS}}, \ldots, \frac{M_{mj}^{Sq}}{A_{mS} \cdot B_{jS}} \right\}$$

Величина $M_{ij}^{Sq}\left(0 \le M_{ij}^{Sq} \le 1\right)$ характеризует уровень оценки стратегии A_i по критерию Y^{Sq}, если игроки, не вошедшие в коалицию, выбрали общую стратегию B_j.

Для определения значений M_{ij}^{Sq}, составим матрицу парных сравнений стратегий:

$$W_j^{Sq} = \begin{array}{c|cccc} & A_1 & A_2 & \ldots & A_n \\ \hline A_1 & W_{11}^{Sq} & W_{12}^{Sq} & \ldots & W_{1n}^{Sq} \\ A_2 & W_{21}^{Sq} & W_{22}^{Sq} & \ldots & W_{2n}^{Sq} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ A_m & W_{m1}^{Sq} & W_{m2}^{Sq} & \ldots & W_{mn}^{Sq} \end{array}$$

Используем девятибальную шкалу Саати.

Функцию принадлежности M_{ij}^{Sq} определим по формуле:

$$M_{ij} = \frac{1}{W_{i1}^{Sq} + W_{i2}^{Sq} + \ldots + W_{im}^{Sq}}$$

Рейтинговые множества найдем как пересечение нечетких множеств:

$$\mathrm{Y}_{ij}^{S} = \mathrm{Y}_{ij}^{1S} \cap \mathrm{Y}_{ij}^{2S} \cap \ldots \cap \mathrm{Y}_{ij}^{lS}$$

Учитывая, что операции пересечения соответствуют операции минимума, получим:

$$M_{ij}^{S} = \min_q M_{ij}^{qS}.$$

В матрице $\{M_{ij}\}$ $i = 1,\ldots,n$, найдем величину $\Phi(K_S) = \max_i \min_j M_{ij}$.

Значение $\Phi(K_S)$ будет значением характеристической функции в данной игровой модели.

Перебрав все возможные коалиции игроков и рассчитав для каждой из них значение $\Phi(K_S)$ $(S = 1,2,\ldots,M)$, зададим характеристическую функцию кооперативной игры.

С помощью модифицированной характеристической функции участники игры могут:

1. Разработать оптимальную стратегию, приносящую в том или ином смысле оптимальный выигрыш;

2. Договорится о справедливом делении.

Под дележом будем понимать некоторый вектор $V(V_1, V_2, \ldots, V_n)$, где V_i – модифицированный вектор игрока коалиции, который удовлетворяет условиям:

$$\left(\begin{array}{l} 1.\ V_j \ge \Phi(V_i),\ i = 1,\ldots,n \\ 2.\ \Phi(N) = \sum_{i=1}^{n} V_i \end{array} \right)$$

Заметим, что наличие качественных критериев, определяющих выигрыш, приводит к тому, что и характеристическая функция и дележ не дают количественного значения доли игрока, участвующего в коалиции.

Для определения доли игрока i в общем выигрыше можно воспользоваться одним из критериев:

1) *Оптимальность по Нейману-Моргенштерну.*

В данном критерии главным считается экономическая целесообразность создания коалиции. По построенной модифицированной характеристической функции строятся множества доминирующих дележей, обладающих следующим свойством:

$$\sum_{i \in K} V_i \geq \Phi(K) \qquad (1)$$

Неравенства (1) означают, что игроки коалиции в результате совместных действий получают выигрыши не меньше чем в случае индивидуальных действий.

2) *Вектор Шепли.*

Дележ с использованием вектора Шепли подразумевает участие в конфликте арбитражного судьи.

В этом случае каждый игрок в различных коалициях может выступать или как «носитель» или как «болван».

«Носителем» будем называть игрока, если его участие в коалиции может принести выгоду не только самому игроку, но и другим участникам коалиции, т.е.

$$\Phi(K \cup Y) \geq \Phi(K) + \Phi(Y)$$

«Болваном» называется игрок, который кроме своего выигрыша ничего не может дать коалиции:

$$\Phi(K \cup B) \geq \Phi(K) + \Phi(B)$$

Вектор Шепли определяется единственным образом для каждой коалиции по формуле:

$$S_i(\Phi) = \sum_{i \in K \subset N} \frac{(n-K)! \cdot (K-1)!}{n!} \times \times (\Phi(K) - \Phi(K(i))) \qquad (2)$$

Использование формулы (2) основано на следующих положениях:

1. Если N – носитель, то

$$\sum_{i \in N} S_i = \Phi(N),$$

2. Если два игрока одинаково входят в некоторую игру, то они получают одинаковый выигрыш.

3. Если игрок в нескольких играх, то его выигрыш складывается.

Возможно использование других критериев.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Воробьев Н.Н.* Теория игр для специалистов-кибернетиков. – М.: Наука, 1985.
2. *Круглов В.В., Дли М.И., Голунов Р.Ю.* Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. – М.: Физматлит, 2001.
3. *Аржаков М.В., Аржакова Н.В., Новосельцев В.И.* Управление конфликтами. – Воронеж: Изд-во «Кварта», 2005. – 180 с.
4. *Аржакова Н.В., Новосельцев В.И., Редкозубов С.А.* Управление динамикой рынка: системный подход. – Воронеж: ВГУ, 2004.
5. *Круглов В.В. Дли М.И., Юденков А.В.* – Математическое программирование в экономике. – М.: Финансы, 2007. ГЛАБ

Коротко об авторах

Юденков А.В. – заведующий кафедрой информационных технологий и высшей математики Смоленской государственной сельскохозяйственной академии, профессор, доктор физико-математических наук (sshi@sci.smolensk.ru);

Адигамов А.Э. – доцент кафедры высшей математики Московского государственного горного университета, кандидат технических наук, Moscow State Mining University, Russia, (adigamov@msmu.ru);

Иванов В.В.- старший преподаватель кафедры информационных технологий и высшей математики Смоленской государственной сельскохозяйственной академии (sshi@sci.smolensk.ru).