

УДК 622.241.54

М.В. Изаксон, Б.Л. Герике, В.Ю. Изаксон

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА В МНОГОЛЕТНЕМЕРЗЛЫХ УСТУПАХ ГЛУБОКИХ КАРЬЕРОВ

Проведено математическое моделирование процессов теплообмена атмосферного воздуха и горных пород для оценки устойчивости многолетнемерзлых уступов глубоких карьеров.

Ключевые слова: математическое моделирование, карьер, теплоизолирующий экран.

Семинар № 4

**M.V. Izakson, B.L. Gerike,
V.Y. Izakso
THE MATHEMATICAL MODELING
OF THE HEAT EXCHANGING
PROCESSES IN THE EVERFROST
BANKS OF THE DEEP OPEN-CUT PITS**

The mathematical modeling of the heat exchanging processes of the atmosphere air and rocks for the estimation of the stability of the everfrost banks of the deep open-cut pits.

Key words: mathematical modeling, open-cut pit, heat-insulating screen.

Открытая добыча кимберлитовой руды производится посредством строительства глубоких (до 550 м) карьеров, причем для уменьшения объема вскрыши уступы выстраиваются круто (до 90°) и большой (до 40 м) высоты. Устойчивость таких уступов определяется протеканием криогенных процессов в многолетнемерзлых породах, поэтому для их оценки необходимо уметь следить за динамикой температурных полей в уступах, что можно осуществить при помощи математического моделирования теплообмена атмосферного воздуха и горных пород.

В качестве примера рассмотрим математическую модель уступа затеплоизолированного на небольшом участке (рисунок).

Запишем математическую модель в постановке типа Стефана. Запишем отдельно модель для теплоизоляции:

$$\begin{cases} c\rho_1 \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x}), & -\delta \leq x \leq 0, \\ 0 \leq y \leq a, \quad t \geq 0, \\ -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha(T_1 - T) + Q_c(1 - A), \\ x = -\delta, \quad 0 \leq y \leq a, \end{cases}$$

и для пород откоса:

$$\begin{cases} (c\rho + D\rho\omega\delta(T - T_\phi)) \frac{\partial T}{\partial t} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\lambda \frac{\partial T}{\partial y}), \\ (x, y) \in \Omega, \quad t \geq 0; \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x}, \quad x = 0, \quad 0 \leq y \leq a; \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha(T_1 - T) + Q_c(1 - A), \quad x = 0, \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = c_1, \quad 0 \leq y \leq a + c_2; \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad y = 0, \quad 0 \leq x \leq c_1; \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad y = a + c_2, \quad 0 \leq x \leq c_1; \\ T(x, y, 0) = T_0, \quad (x, y) \in \Omega, \end{cases}$$

где $\Omega = \{(x, y) : 0 \leq x \leq c_1, 0 \leq y \leq a + c_2\}$;
 α - коэффициент теплоотдачи горного массива; δ - толщина теплоизоляции; $c\rho_1$ - объемная теплоемкость и λ_1 - коэффициент теплопроводности материала теплоизоляции, Q_c - интенсивность солнечной радиации, T_1 - температура воздуха, T_0 - начальная температура массива горных пород.

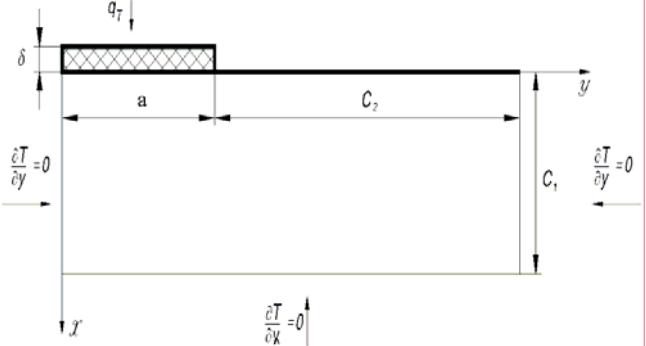
Пусть расчетная область разбита сетками \hat{W}_x, \hat{W}_y и задача распадается на две:

$$\begin{cases} c\rho_u \frac{\partial T^x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda_u \frac{\partial T^x}{\partial x}), -\delta \leq x \leq 0, y \in \hat{W}_y; \\ c\rho_s \frac{\partial T^x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \frac{\partial T^x}{\partial x}), c \leq x \leq 0, y \in \hat{W}_y; \\ -\lambda \frac{\partial T^x}{\partial x} = q, x = 0, y \in \hat{W}_y; \\ \lambda \frac{\partial T^x}{\partial x} = 0, x = c, y \in \hat{W}_y; \\ T(x, y, 0) = T_0, c \leq x \leq 0, y \in \hat{W}_y; \\ c\rho_s = (c\rho + D\rho\omega\delta(T^x - T_\phi)); \\ q = \begin{cases} \lambda_u \frac{\partial T^x}{\partial x}, & \text{при } 0 \leq y \leq a; \\ \alpha_s (T_s - T^x) + Q_c (1 - A), & \text{при } a \leq y \leq a + c_2 \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

и

$$\begin{cases} (c\rho + D\rho\omega\delta(T^y - T_\phi)) \frac{\partial T^y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} (\lambda \frac{\partial T^y}{\partial y}), \\ 0 \leq y \leq a + c_2; x \in \hat{W}_x; \\ -\lambda \frac{\partial T^y}{\partial y} = 0, y = 0, x \in \hat{W}_x; \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = 0, y = a + c_2, x \in \hat{W}_x; \\ T(x, y, 0) = T_0, 0 \leq y \leq a + c_2; x \in \hat{W}_x; \\ c\rho_s = (c\rho + D\rho\omega\delta(T^y - T_\phi)), \end{cases} \quad (2)$$

где верхние индексы x, y означают,



Расчетная область

что рассматривается распределение температур в данной одномерной задаче.

Для совместного решения этих задач, используется методом суммарной аппроксимации и на каждом временном слое алгоритм имеет следующий вид:

1. Решается задача (2) для всех y из сетки \hat{W}_y при начальных данных, полученных с прошлого временного слоя.

2. Решается задача (1) для всех x из сетки \hat{W}_x при начальных данных, полученных в пункте 1.

3. Полученное решение есть приближенное решение на данном временном слое. После проверки точности управление передается в пункт 1 (при недостаточной точности) или на следующий временной слой.

Без ограничения общности рассмотрим только решение задачи (1). Строим разностную схему сквозного счета.

Имеем сетку \hat{W}_x

$$\hat{W}_x = \{x_j / x_j = x_{j-1} + h_j, h_j > 0, j = \overline{1, N}, x_0 = 0, x_N = c_1\},$$

и обозначим:

$$\bar{h}_j = h_{j+1} + h_j / 2, \bar{h}_0 = h_1 / 2, \bar{h}_N = h_N / 2.$$

Для $y = y_0$ получаем:

$$\bar{h}_0 c \rho_0 \frac{T_{00} - T_{00}^{\vee}}{\tau} = \lambda_1 \frac{T_{01} - T_{00}}{h_1},$$

$$\bar{h}_j c \rho_j \frac{T_{0j} - T_{0j}^{\vee}}{\tau} = \lambda_{j+1} \frac{T_{0j+1} - T_{0j}}{h_{j+1}} - \lambda_j \frac{T_{0j} - T_{0j-1}}{h_j},$$

$j = 1, \dots, N-1$,

$$\bar{h}_N c \rho_N \frac{T_{0N} - T_{0N}^{\vee}}{\tau} = \lambda_N \frac{T_{0N} - T_{0N-1}}{h_N}$$

для $y = y_i$, $i = 1, M$:

$$\bar{h}_0 c \rho_0 \frac{T_{i0} - T_{i0}^{\vee}}{\tau} = \lambda_1 \frac{T_{i1} - T_{i0}}{h_1},$$

$$\bar{h}_j c \rho_j \frac{T_{ij} - T_{ij}^{\vee}}{\tau} = \lambda_{j+1} \frac{T_{ij+1} - T_{ij}}{h_{j+1}} - \lambda_j \frac{T_{ij} - T_{ij-1}}{h_j}, \quad j = 1, \dots, N-1,$$

$$\bar{h}_N c \rho_N \frac{T_{iN} - T_{iN}^{\vee}}{\tau} = \lambda_N \frac{T_{iN} - T_{iN-1}}{h_N},$$

$$c \rho_j = \frac{1}{2} (\bar{c} \bar{\rho}_{j+1} + \bar{c} \bar{\rho}_j) + d_j^+ + d_j^-, \quad c \rho_0 =$$

$$= \bar{c} \bar{\rho}_1 + d_0^+, \quad c \rho_N = \bar{c} \bar{\rho}_N + d_N^-$$

$$c \rho_{j+1} = \begin{cases} \theta c \rho(T_{ij}) + (1-\theta) c \rho(T_{ij+1}), \\ (T_{ij} - T_{\phi})(T_{ij+1} - T_{\phi}) < 0 \\ c p(T_{ij}), \quad (T_{ij} - T_{\phi})(T_{ij+1} - T_{\phi}) > 0 \end{cases}$$

$$d_j^+ = \begin{cases} \frac{1-\theta}{|T_{ij+1} - T_{ij}|}, \\ (T_{ij} - T_{\phi})(T_{ij+1} - T_{\phi}) < 0 \\ 0, \quad (T_{ij} - T_{\phi})(T_{ij+1} - T_{\phi}) > 0 \end{cases}$$

$$d_{j+1}^- = \begin{cases} \frac{\theta}{|T_{ij+1} - T_{ij}|}, \quad (T_{ij} - T_{\phi})(T_{ij+1} - T_{\phi}) < 0 \\ 0, \quad (T_{ij} - T_{\phi})(T_{ij+1} - T_{\phi}) > 0; \end{cases}$$

$$\lambda_{j+1} = \begin{cases} \frac{1}{\frac{\theta}{\lambda(T_{ij})} + \frac{1-\theta}{\lambda(T_{ij+1})}}, \quad (T_{ij} - T_{\phi})(T_{ij+1} - T_{\phi}) < 0 \\ \lambda(T_{ij}), \quad (T_{ij} - T_{\phi})(T_{ij+1} - T_{\phi}) > 0; \end{cases}$$

$$\theta = \frac{T_{\phi} - T_{ij}}{T_{ij+1} - T_{ij}}.$$

Расчеты, произведенные по этой модели для условий карьера «Мир», дали следующие значения параметров теплоизолирующего экрана, обеспечивающего устойчивость откоса: толщина – 15 см, ширина вдоль бермы – 8 м, высота – две трети высоты уступа. Теплоизолирующий экран с такими параметрами был построен под водоводами, по которым откачивались рассолы, скопившиеся в чахе карьера во время его реконструкции. Это позволило безаварийно откачать 5 млн m^3 рассолов и отработать трубку «Мир» до проектной глубины 550 м. **МАЭ**

Коротко об авторах –

Изаксон М.В., Герике Б.Л., Изаксон В.Ю. – Институт угля и углехимии СО РАН,
iiu@kemsc.ru