© С.Н. Решетняк, 2007

УДК 62-523:622.673

С.Н. Решетняк

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТРЕХМАССОВОЙ ЭМС ПОДЪЕМНОЙ УСТАНОВКИ

Семинар № 22

Подъемная установка представляет собой сложную электромеханическую систему, масса которой распределена определенным образом в ее элементах, а звенья связей между элементами обладают упругими и диссипативными свойствами.

В зависимости от поставленной задачи исследования подъемной установки, ее можно представить как одномассовую динамическую модель или как многомассовую.

Одномассовая динамическая модель подъемной установки позволяет оценить только усредненные динамические нагрузки подъемной системы. Такое представление является необходимым для решения задачи по определению мощности приводного двигателя подъемной установки.

Многомассовая динамическая модель подъемной установки позволяет оценить более широкий спектр задач, связанных с исследованием динамических режимов подъемных установок. В данном случае модель представляет собой упрощенный энергетический аналог, где массы заменяются системой дискретных масс с невесомыми связями, характеризующимися определенными упругими и диссипативными свойствами.

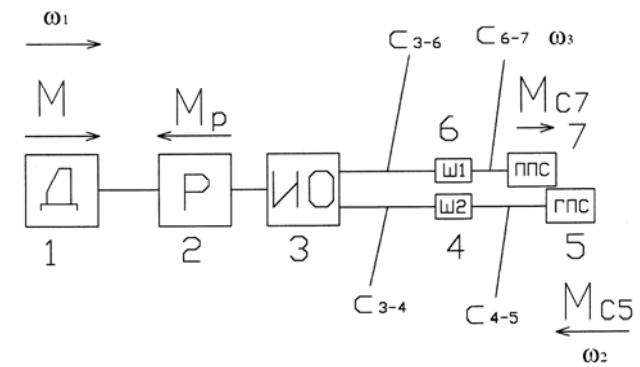
Подъемную установку со шкивами трения можно представить как трехмассовую систему, где первая масса представлена электроприводом, вторая масса представлена груженым подъемным сосудом, а третья масса представлена порожним подъемным сосудом. Такая расчетная схема приведена на рис. 1, *а* и рис. 1, *б*. При изменениях нагрузки, массы имеют возможность взаимного перемещения, которое при данном приращении нагрузки определяются жесткостью упругой связи. К механическим упругим связям многомассовых систем электропривода подъемных установок следует отнести канаты. Упругая деформация канатов и сопутствующие колебания являются крайне негативными особенностями работы подъемной установки. Следует отметить, что при исследовании колебательных процессов в ЭМС подъемной установки, основное значение имеют продольные колебания каната, а поперечные и крутильные колебания являются второстепенными. В частности, большую роль, при деформации упругого элемента играет ограничение скорости изменения ускорения – рывок.

Увеличение надежности и долговечности упругих элементов может быть достигнуто снижением динамических нагрузок путем демпфи-рования колебательных процессов.

Ограничение динамических нагрузок посредством использования демпфирующих свойств электропривода является наиболее перспективным.

Усилиями научных коллективов под руководством В.И. Ключева, Н.Г. Переслегина, Г.Г. Соколовского,

а



б

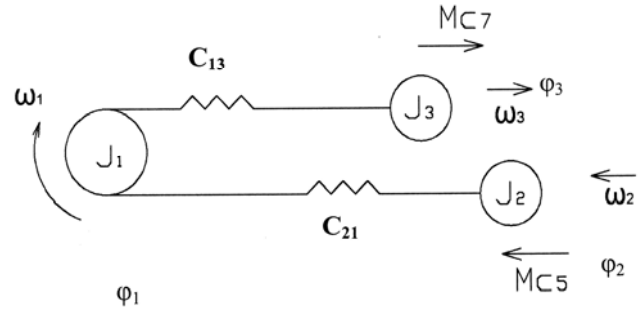


Рис. 1. а, б. Расчетная схема трехмассовой ЭМС подъемной установки

В.М. Терехова и др. были выполнены исследования, которые составили теоретическую основу нового раздела автоматизированного электропривода – теории электромеханических систем с упругими механическими связями.

Общей формой записи дифференциальных уравнений движения, являются уравнения движения в обобщенных координатах (уравнения Лагранжа).

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_i}=Q_i\,;$$

$$L=W_k-W_п\,,$$

где Wk – запас кинетической энергии системы, выраженный через обобщенные координаты qi и обобщенные координаты $\dot{q}_i$; Wп – запас потенциальной энергии системы, выраженный через обобщенные координаты qi и обобщенные координаты $\dot{q}_i$; $Q_i=\delta A_i/\delta q_i$ - обобщенная сила, определяемая суммой элементарных работ δAi всех действующих сил на возможное перемещение δqi. L – функция Лагранжа, разность кинетической и потенциальной энергии выраженный через обобщенные координаты qi и обобщенные координаты $\dot{q}_i$.

Для трехмассовой ЭМС подъемной установки представленной на рис. 1, *б* обобщенными координатами являются угловые перемещения масс φ_1, φ_2, φ_3, им соответствуют обобщенные скорости ω_1, ω_2, ω_3. Для данной системы функция Лагранжа имеет вид:

$$L=W_k-W_п=\frac{J_1\omega_1^2}{2}+\frac{J_2\omega_2^2}{2}+\frac{J_3\omega_3^3}{2}-$$

$$-\frac{c_{21}\left(\varphi_2-\varphi_1\right)^2}{2}-\frac{c_{13}\left(\varphi_1-\varphi_3\right)^2}{2}.$$

Подставляя функцию Лагранжа в уравнение Лагранжа получаем математическое описание механической части трехмассовой ЭМС подъемной установки:

$$M-(M_{21}-M_{13})-\Delta M_p=J_1p\omega_1\,;$$

$$M_{21}-M_{C5}=J_2p\omega_2\,;$$

$$M_{13}+M_{C7}=J_3p\omega_3\,;$$

$$pM_{21}=C_{21}(\omega_2-\omega_1)\,;$$

$$pM_{13} = C_{13}(\omega_1 - \omega_3).$$

где М – момент приводного двигателя; $p = d/dt$; ΔМр – потери в редукторе; M_{C5} – приведенный статический момент груженного подъемного сосуда; M_{C7} – приведенный статический момент порожнего подъемного сосуда; M_{21} – приведенный упругий момент между двигателем и груженным подъемным сосудом; M_{13} – приведенный упругий момент между двигателем и порожним подъемным сосудом; J_1 – приведенный момент инерции первой массы, включая момент инерции двигателя, редуктора, органа навивки, направляющих шкивов; J_2 – приведенный момент инерции второй массы - груженого подъемного сосуда; J_3 – приведенный момент инерции третей массы - порожнего подъемного сосуда; ω_1 – угловая скорость вращения двигателя; ω_2 – приведенная к угловой скорости двигателя скорость груженного подъемного сосуда; ω_3 – приведенная к угловой скорости двигателя скорость порожнего подъемного сосуда; C_{21} – приведенный коэффициент жесткости каната между органом навивки и груженым подъемным сосудом; C_{13} – приведенный коэффициент жесткости каната между органом навивки и порожним подъемным сосудом. Приведенные коэффициенты жесткостей каната определяются следующим образом:

$$C_{21} = \frac{C_{3-4} \cdot C_{4-5}}{C_{3-4} + C_{4-5}};$$

$$C_{21} = \frac{\dfrac{C_k \cdot q^2}{l_{3-4}} \cdot \dfrac{C_k \cdot q^2}{l_{4-5} \cdot p}}{\dfrac{C_k \cdot q^2}{l_{3-4}} + \dfrac{C_k \cdot q^2}{l_{4-5} \cdot p}};$$

$$C_{21} = \frac{C_k \cdot q^2}{l_{4-5} \cdot p + l_{3-4}};$$

$$C_{13} = \frac{C_{3-6} \cdot C_{6-7}}{C_{3-6} + C_{6-7}};$$

$$C_{13} = \frac{\dfrac{C_k \cdot q^2}{l_{3-6}} \cdot \dfrac{C_k \cdot q^2}{l_{6-7} \cdot p}}{\dfrac{C_k \cdot q^2}{l_{3-6}} + \dfrac{C_k \cdot q^2}{l_{6-7} \cdot p}};$$

$$C_{13} = \frac{C_k \cdot q^2}{l_{6-7} \cdot p + l_{3-6}};$$

где $q = \dfrac{\upsilon_c}{\omega_{дв}} = \dfrac{D}{2 \cdot i_p}$ - переводной коэффициент, Ск = E·S - коэффициент растяжения одного метра каната; Е – модуль упругости каната; S – площадь поперечного сечения каната; l3-4 , l3-6 – длина каната от органа навивки (барабана) до направляющего шкива; l_{6-7} , l_{4-5} длинна канатов от направляющих шкивов до подъемных сосудов.

Система электропривода постоянного тока, подъемной установки описываются следующими уравнениями:

$$u_B = i_B \cdot R_B + L_B \cdot di_B / dt;$$

$$u_Я = i_Я \cdot R_Я + L_{Я\Sigma} \cdot di_Я / dt + \omega_{эл} \cdot L_{12} \cdot i_B;$$

$$M = p_П \cdot L_{12} \cdot i_B \cdot i_Я.$$

Соответственно первые два уравнения представляют собой уравнения Киргофа для цепей возбуждения и якоря двигателя, причем последний член уравнения для цепи якоря есть ЭДС двигателя:

$$\omega_{эл} \cdot L_{12} \cdot i_B = k\Phi\omega.$$

Момент двигателя постоянного тока определяется следующим уравнением которое после преобразований выглядит следующим образом:

$$M = p_П L_{12} i_B i_Я = k \cdot \Phi \cdot i_Я.$$

Сопоставляя систему математического описания механической части

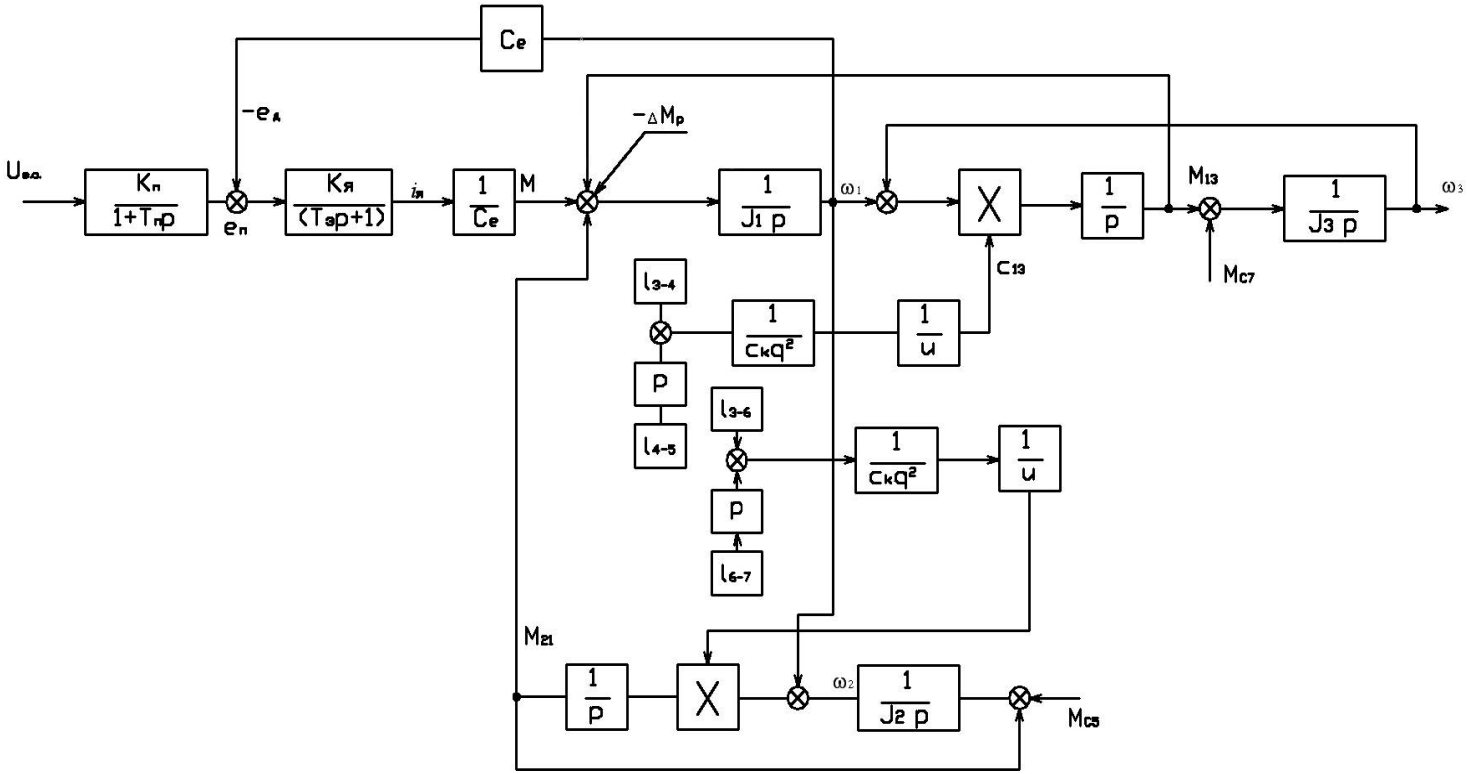


Рис. 2 Структурная схема ЭМС подъемной установки с учетом упругих элементов

подъемной установки и математического описания системы электропривода подъемной установки, можно получить окончательный вариант математического описания трехмассовой ЭМС подъемной установки, с учетом упругих элементов:

$$M - (M_{21} - M_{13}) - \Delta M_p = J_1 p\omega_1 ;$$

$$M_{21} - M_{C5} = J_2 p\omega_2 ;$$

$$M_{13} + M_{C7} = J_3 p\omega_3 ;$$

$$pM_{21} = (\omega_2 - \omega_1)\frac{C_k \cdot q^2}{l_{4-5} \cdot p + l_{3-4}} ;$$

$$pM_{13} = (\omega_1 - \omega_3)\frac{C_k \cdot q^2}{l_{6-7} \cdot p + l_{3-6}} ;$$

$$u_я = i_я \cdot R_я + L_{я\Sigma} \cdot pi_я + C_e \cdot \omega_1 ;$$

$$M = C_e \cdot i_я .$$

Структурная схема ЭМС подъемной установки представлена на рис. 2. и представляет собой сложный объект, состоящий из цепочки интегрирующих звеньев, замкнутых перекрестными внутренними обратными связями.

Представленная структурная схема ЭМС подъемной установки позволяет исследовать в трехмассовой системе колебательные процессы, и являются основой для решения задач по управлению динамическими процессами. Наиболее перспективным способом ограничения динамических нагрузок является использование демпфирующих свойств системы электропривода с соответствующей системой управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мартынов М.В., Переслегин Н.Г.* Автоматизированный электропривод в горной промышленности. Изд. 2, перераб. и доп. – М.: Недра, 1977.
2. *Гришко А.П.* Стационарные машины. - Том 1. Рудничные подъемные установки: Учебник для вузов. – М.: Издательство МГГУ, 2006.
3. *Ключев В.И.* Теория электропривода: Учебник для вузов. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 2001. ГИАБ

Коротко об авторах

Решетняк Сергей Николаевич – старший преподаватель кафедры «Электрификация и энергоэффективность горных предприятий», Московский государственный горный университет.